

Ćwiczenie nr MO1

Opiekun: mgr inż. Mateusz Ozimek

Dane kontaktowe do opiekuna: e-mail: mateusz.ozimek@pw.edu.pl

Temat: Chaos deterministyczny na przykładzie układów Lorenza i Rösslera

Doświadczenie pochodzące z analizy zachowania wielu układów fizycznych spotykanych w codziennym życiu pokazuje, że deterministyczna ewolucja powinna być regularna i nie wykazująca zachowań chaotycznych. Istnieje jednak wiele przypadków, gdzie prawidłowość ta nie jest spełniona. W ramach ćwiczenia studenci zbadają wybrane dwa nieliniowe układy dynamiczne pozwalające na poznanie zagadnień chaosu deterministycznego. Jest to pojęcie określające takie układy, dla których pomimo tego, że prawa dynamiki określają jednoznacznie ich ewolucję w czasie (np. poprzez układ równań różniczkowych) są bardzo wrażliwe na zmianę warunków początkowych oraz dla pewnych wartości parametru kontrolnego wykazują zachowania chaotyczne (nieprzewidywalne). Pojęcia te przeniknęły m.in. do popkultury pod określeniem „efektu motyla”, który bezpośrednio odnosi się do kształtu trajektorii układu Lorenza dla zadanych parametrów. Historycznie został on zaproponowany w meteorologii do modelowania zjawiska konwekcji termicznej w atmosferze.

Ćwiczenie polegać będzie na przestudiowaniu zachowań chaotycznych oraz wrażliwości na warunki początkowe układów opisanych przez następujące nieliniowe równania różniczkowe:

a) Układ Lorenza

$$\begin{cases} \dot{x} = \sigma y - \sigma x \\ \dot{y} = -xz + rx - y \\ \dot{z} = xy - bz \end{cases}$$

Gdzie σ, r, b to stałe.

b) Układ Rosslera

$$\begin{cases} \dot{x} = -y - z \\ \dot{y} = x + ay \\ \dot{z} = b + z(x - c) \end{cases}$$

Gdzie a, b to stałe.

Zadania do wykonania:

1. Analiza literaturowa dotycząca podstawowych pojęć chaosu deterministycznego ze szczególnym uwzględnieniem układów wskazanych w ćwiczeniu.
2. Samodzielna implementacja podanych układów równań z wykorzystaniem metody Rungego-Kutty czwartego rzędu. Rozwiązania na wykresie 3D.
3. Ilustracja różnych rodzajów dynamiki w zależności od wybranych wartości parametrów w obu układach.
4. Wizualizacja przykładowych przebiegów rozwiązań układów dla dwóch nieznacznie różniących się wartości początkowych.

Literatura

[1] J. C. Sprott, Chaos and Time-Series Analysis, Oxford University Press, 2003.

[2] E. Ott, Chaos w układach dynamicznych. WNT, 1993.

[3] S. H. Strogatz, Nonlinear Dynamics and Chaos with Applications to Physics, Biology, Chemistry and Engineering, CRC Press, 2015.