

Opiekun: dr hab. Agata Fronczak

Dane kontaktowe do opiekuna: e-mail: agata.fronczak@pw.edu.pl, pok. 101 GF

Temat: **Z sieciami złożonymi, na tropie tajemnic liczb pierwszych**

Wszyscy wiedzą, że liczba pierwsza to liczba naturalna większa od 1, która nie jest iloczynem dwóch mniejszych liczb naturalnych. Znaczenie liczb pierwszych w teorii liczb, i ogólnie w matematyce, wynika z podstawowego twierdzenia arytmetyki, które stwierdza, że każdą liczbę całkowitą większą od 1 można zapisać w postaci iloczynu (jednej, kilku, kilkuset etc.) liczb pierwszych. Co więcej, ten iloczyn jest wyjątkowy w tym sensie, że dowolne dwa rozkłady tej samej liczby na czynniki pierwsze mają taką samą liczbę kopii tych samych liczb pierwszych, chociaż ich kolejność może się różnić. Dlatego, chociaż istnieje wiele różnych sposobów znajdowania rozkładu na czynniki przy użyciu algorytmu rozkładu na czynniki całkowite, wszystkie one muszą dawać ten sam wynik. Liczby pierwsze można zatem uznać za „podstawowe elementy budulcowe” liczb naturalnych. I choć liczby pierwsze wydają się jedną z najbanalniejszych koncepcji matematyki, to kryją one wiele tajemnic. W szczególności, nie istnieje ścisły wzór pozwalający znaleźć kolejne liczby pierwsze. Liczby pierwsze mają też związek ze słynną hipotezą Riemanna, której rozwiązanie – choć zostało na początku XXI wieku wycenione na milion dolarów – wciąż pozostaje nieuchwytnie.

W tym projekcie rozkład liczb całkowitych na czynniki pierwsze zostanie wykorzystany do tego, by zbudować sieć złożoną [1] zgodnie z procedurą opisaną w publikacji [2]. W takiej sieci węzły będą miały etykiety odpowiadające kolejnym liczbom naturalnym i będą połączone skierowaną krawędzią wtedy, gdy jedna z liczb jest dzielnikiem drugiej. Pokażemy, że własności tak zbudowanej sieci są typowe dla innych sieci złożonych. Wśród tych własności można wymienić efekt małych światów, duży współczynnik gronowania oraz potęgowe rozkłady stopni i sił węzłów.

Celem tego projektu jest przede wszystkim wykorzystanie teorii liczb pierwszych, do tego by wprowadzić podstawowe pojęcia i metody analizy sieci złożonych.

Wykonanie tego ćwiczenia będzie polegało na realizacji następujących etapów:

1. Zapoznanie się z własnościami rzeczywistych sieci złożonych i podstawowymi metodami analizy tych układów (cecha małych światów, gronowanie węzłów, bezskalowość rozkładu stopni węzłów).
2. Przygotowanie programu komputerowego mającego na celu tworzenie sieci liczb pierwszych.
3. Analiza własności uzyskanych sieci (zbadanie rozkładów stopni węzłów i różnych charakterystyk opisujących badane układy, np. średniej drogi, rozkładu stopni węzłów, indeksu PageRank).

Literatura:

- [1] A. Fronczak, P. Fronczak, *Świat sieci złożonych: od fizyki do Internetu*, Wydawnictwo Naukowe PWN 2009, (rozdziały 2 i 4.2).
- [2] G. Garcia-Perez, M.A. Serrano, M. Boguna, *Complex architecture of primes and natural numbers*, Phys. Rev. E 90, 022806 (2014).