

Fizyka Ogólna

Zestaw nr 8.

Prawo Biota-Savarta:

1. Prąd o natężeniu I płynie przez obwód trójkąta równobocznego o boku a . Znajdź wektor indukcji w środku trójkąta (tzn. w punkcie przecięcia jego wysokości).

Odpowiedź:

2. Znajdź natężenie prądu elektrycznego w nieskończenie długim przewodniku z kwadratowym wycięciem (o boku kwadratu $a=40\text{cm}$), jeżeli indukcja magnetyczna w środku kwadratowego wycięcia jest równa $B=6,28\cdot 10^{-5}\text{T}$.

Odpowiedź:
$$I = \frac{\pi a B}{\mu_0 (2\sqrt{2} - 1)} = 34,6\text{A}$$

3. Wyznacz wektor indukcji magnetycznej w punktach znajdujących się na osi przechodzącej przez środek okręgu o promieniu R utworzonego z bardzo cienkiego przewodnika, przez który płynie prąd o natężeniu I (tzw. prąd kołowy). Oś jest prostopadła do płaszczyzny, w której leży przewodnik.

Odpowiedź: Należy skorzystać z prawa Biota-Savarta. Przykład został zrobiony na

wykładzie, $B(z) = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}}$, gdzie z wysokość nad płaszczyzną w której leży

obwód, wektor $\vec{B}$ jest równoległy do osi i ma zwrot zgodny z regułą prawej dłoni.

4. Korzystając z wyników poprzedniego zadania, znajdź wektor indukcji magnetycznej na osi przechodzącej przez środki dwóch prądów kołowych o promieniach R_1 i R_2 . Natężenia prądów wynoszą I_1 oraz I_2 , zaś odległość między ich środkami jest równa a .

Odpowiedź:

5. Wewnątrz nieskończonej cewki, której promień przekroju jest równy R_1 została umieszczona druga nieskończona cewka o promieniu R_2 (oczywiście, $R_2 > R_1$). Obie cewki mają wspólną oś symetrii. Wyznacz wektor indukcji w całej przestrzeni. Przyjmij, że gęstość nawinięcia pierwszej cewki jest n_1 zaś drugiej n_2 .

Odpowiedź:

Prawo Ampera:

6. Wyznacz wektor indukcji magnetycznej w punktach 1- 4 będących wierzchołkami prostokąta o bokach $2a$ i $2b$, który leży w tej samej płaszczyźnie, co dwa krzyżujące się pod kątem prostym (ale nieprzecinające się) prądy proste o natężeniu I . Środek prostokąta pokrywa się z punktem, w którym prądy się krzyżują.

Odpowiedź: Dla prądów pokrywających się z osiami OX i OY układu współrzędnych

kartezjańskich wypadkowy wektor $\vec{B}$ jest równoległy do osi OZ. Dla wierzchołków prostokąta o współrzędnych: 1(-a,-b,0), 2(a,-b,0), 3(a,b,0), 4(-a,b,0) mamy:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right), \quad B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left(-\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right), \quad B_3 = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left(-\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right), \quad B_4 = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$$

7. Przez dwa nieskończenie długie, współosiowe cylindry o pomijalnych grubościach i promieniach R_1 i R_2 (przy czym $R_1 < R_2$) płynie, w przeciwnych kierunkach, prąd o natężeniu I . Znajdź wektor indukcji magnetycznej w całej przestrzeni.

Odpowiedź: dla $0 < r < R_1$ mamy $B=0$, dla $R_1 < r < R_2$ mamy $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$, dla $r > R_2$ mamy $B=0$.

$\vec{B}$ jest styczny do współśrodkowych okręgów.

8. Znajdź wektor indukcji magnetycznej wewnątrz i na zewnątrz nieskończenie długiego przewodnika cylindrycznego o promieniu R . Przyjmij, że wewnątrz przewodnika wektor gęstości prądu jest stały, tzn. prąd płynie jednorodną strugą przez cały przekrój przewodnika. Natężenie prądu wynosi I .

Odpowiedź: dla $r < R$ mamy $B(r) = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}$, dla $r > R$ mamy $B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

9. W nieskończenie długim, cylindrycznym przewodniku o promieniu R płynie prąd, którego gęstość opisuje funkcja $j(r) = j_0 \frac{r}{R}$, gdzie r jest odległością od środka przewodu. W jaki sposób wektor indukcji zależy od odległości od środka przewodu?

Odpowiedź: wewnątrz przewodu dla $r < R$ mamy $B(r) = \mu_0 j_0 \frac{r^2}{3R}$; na zewnątrz, dla $r > R$,

$B(r) = \mu_0 j_0 \frac{R^2}{3r}$. $\vec{B}$ jest styczny do współśrodkowych okręgów.

10. Przez nieskończoną bardzo cienką płaszczyznę XY płynie prąd w kierunku osi OY. Wektor liniowej gęstości prądu ma stałą długość: $j = \frac{dI}{dx}$. Znajdź wektor indukcji pola magnetycznego, które powstaje na skutek przepływu prądu.

Odpowiedź: $B(r) = \frac{1}{2} \mu_0 j$, r – odległość od płaszczyzny.

11. Przez nieskończoną powierzchnię płaską o grubości $2d$, która jest równoległa do płaszczyzny XY płynie prąd w kierunku osi OY. Wektor gęstości prądu zależy od odległości r od środka płaszczyzny: $j(r) = j_0 \cos\left(\frac{\pi r}{2d}\right)$. Znajdź wektor indukcji pola magnetycznego w całej przestrzeni.

Odpowiedź:

12. Korzystając z wyników poprzedniego zadania, znajdź wartość wektora indukcji magnetycznej w punkcie leżącym na osi solenoidu, z którego widać jego końce pod kątami α i β . Promień solenoidu wynosi R , a przez jego uzwojenie płynie prąd o natężeniu I . Solenoid ma n zwojów na jednostkę długości. Rozważyc przypadek, gdy długość solenoidu będzie dążyć do nieskończoności, tj. $\alpha, \beta = 0$.

Odpowiedź: