

Fizyka Ogólna

Ćwiczenia nr 5.

Pole elektryczne.

1. Policz dywergencję i rotację pola wektorowego $\vec{A} = [yz, xz, xy]$. Czy to pole może być polem elektrostatycznym / magnetostatycznym?

Wskazówka: pole elektrostatyczne jest zachowawcze: $\nabla \times \vec{A} = [0,0,0]$; pole magnetostatyczne jest bezźródłowe: $\nabla \circ \vec{A} = 0$;

2. Dany jest potencjał pola elektrostatycznego: $\varphi(x, y, z) = e^{-(x+y+z)} + \text{const}$. Jaki przestrzenny rozkład ładunków wytwarza pole o takim potencjale?

Wskazówka: $\vec{E} = -\nabla\varphi$; $\nabla \circ \vec{E} = \rho(x, y, z) / \epsilon_0$;

3. Potencjał elektryczny dla pewnego objętościowego rozkładu ładunków wynosi: $\varphi(x, y, z) = -ax^3 + b$. Wyznacz objętościową gęstość ładunku.

Odpowiedź: $\rho(x, y, z) = 6a\epsilon_0 x$

4. Wyznacz wartość potencjału elektrostatycznego wewnątrz i na zewnątrz kuli o promieniu R , która została naładowana jednorodnie ładunkiem o gęstości objętościowej ρ . Przyjmij, że w nieskończoności potencjał jest równy zero.

Odpowiedź: $\varphi(r) = \frac{\rho}{\epsilon_0} \left(\frac{R^2}{2} - \frac{r^2}{6} \right)$ dla $r < R$, $\varphi(r) = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \frac{R^3}{r}$ dla $r > R$,

5. Skorzystaj z prawa Gaussa i oblicz pole $\vec{E}$ od nieskończonej, bardzo cienkiej prostoliniowej nici, która jest naładowana ładunkiem o stałej gęstości liniowej λ . Oblicz pracę, jaką wykonają siły zewnętrzne podczas przenoszenia ładunku punkowego Q z punktu odległego o R_1 od nici do punktu odległego o R_2 .

Odpowiedź: $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$, $W = \frac{Q\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{R_2}{R_1}$.

6. Dwa jednakowe, nieskończone i bardzo cienkie przewodniki prostoliniowe naładowane ładunkiem o stałej gęstości liniowej λ leżą w odległości d od siebie. Określić potencjał pola elektrostatycznego w odległości odpowiednio: R_1 od pierwszego przewodnika i R_2 od drugiego. Przyjąć, że potencjał pola od pojedynczego przewodnika jest równy zero w odległości d od niego.

Odpowiedź: potencjał w odległości r od pojedynczego przewodnika:

$\varphi(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{d}{r}$. Potencjał szukany w zadaniu: $\varphi = \varphi(R_1) + \varphi(R_2) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{d^2}{R_1 R_2}$.

7. Nieskończenie długi walec o promieniu R został naładowany ładunkiem o gęstości objętościowej $\rho(r) = \rho_0 \frac{r}{R}$ zmieniającej się wraz z odległością r od jego środka. Znajdź natężenie pola elektrostatycznego wewnątrz i na zewnątrz walca. Przyjmij, że walec jest dielektrykiem, którego stała dielektryczna zależy od odległości od środka: $\varepsilon(r) = \varepsilon_0 \frac{r}{R}$.

Odpowiedź: $E(r) = \frac{\rho_0}{3\varepsilon_0} r$ dla $r < R$, $E(r) = \frac{\rho_0}{3\varepsilon_0} \frac{R^2}{r}$ dla $r > R$.

8. Dana jest nieskończona płaszczyzna o powierzchniowej gęstości ładunku σ . Oblicz pracę przesunięcia ładunku Q z punktu leżącego w odległości d od płaszczyzny do punktu leżącego w odległości $2d$.

Odpowiedź: $W = \frac{Qd\sigma}{2\varepsilon_0}$

9. Gęstość objętościowa ładunku zgromadzonego w kuli o promieniu R wynosi

$\rho(r) = \rho_0 \left(1 - \frac{r}{R}\right)$, gdzie r to odległość od środka kuli. Wyznacz wartość natężenia pola elektrostatycznego w funkcji odległości od środka kuli. Dla jakiej odległości od środka kuli wartość natężenia pola będzie największa?

Odpowiedź: $E = \frac{\rho_0}{\varepsilon_0} \left(\frac{r}{3} - \frac{r^2}{4R} \right)$, dla $r \leq R$; $E = \frac{\rho_0 R^3}{12\varepsilon_0 r^2}$, dla $r > R$; pole największe dla

$r = \frac{2}{3} R$.