

Fizyka Ogólna

Ćwiczenia nr 3.

Pole elektrostatyczne, natężenie pola od ciągłego rozkładu ładunków, związek między natężeniem i potencjałem, operator nabra;

1. Znajdź wektor natężenia pola elektrycznego w odległości z nad środkiem odcinka o długości $2L$, naładowanego jednorodnie ładunkiem o gęstości liniowej λ .

Odpowiedź: $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda L}{z\sqrt{z^2 + L^2}}$, pole jest prostopadłe do odcinka.

2. Dwa cienkie przewodniki kołowe, każdy o promieniu a , leżą w równoległych płaszczyznach oddalonych od siebie o b i mają środki na wspólnej osi. Potencjały w ich środkach wynoszą odpowiednio V_1 oraz V_2 . Oblicz ładunki umieszczone na tych przewodnikach.

Odpowiedź: $q_1 = 4\pi\epsilon_0 \frac{V_1\sqrt{a^2 + b^2} - V_2a}{\left(\frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a} - \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right)}$, $q_2 = 4\pi\epsilon_0 \frac{V_2\sqrt{a^2 + b^2} - V_1a}{\left(\frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a} - \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right)}$.

3. Wyznacz potencjał i natężenie pola elektrostatycznego na osi jednorodnie naładowanej tarczy o promieniu a . Gęstość powierzchniowa ładunku jest stała i równa σ .

Odpowiedź: potencjał: $V(z) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (\sqrt{a^2 + z^2} - |z|)$, natężenie pola:

$$\vec{E}(z) = -\nabla V(z) = \left[0, 0, \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(\pm 1 - \frac{z}{\sqrt{a^2 + z^2}} \right) \right], \text{ dla } a \rightarrow \infty \text{ tarcza staje się płaszczyzną}$$

i wektor natężenia, który jest prostopadły do płaszczyzny ma stałą długość: $|E| = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$.

4. Płaski dysk o promieniu R i masie M , w środku którego znajduje się otwór o promieniu r został naładowany ładunkiem dodatnim o stałej powierzchniowej gęstości σ i umieszczony w pustej przestrzeni (bez pola grawitacyjnego). Kulkę o masie m (gdzie $m \ll M$), naładowaną ładunkiem ujemnym $-q$ umieszczono na osi przechodzącej przez środek dysku i prostopadłej do jego płaszczyzny, w odległości $d \ll R$. Jak zachowa się kulka, gdy zostanie puszczona swobodnie?

Uwaga: Wyznaczając siłę działającą na dysk proszę najpierw wyznaczyć potencjał elektrostatyczny dysku, a następnie, korzystając ze związku między potencjałem i siłą (natężeniem pola), wyznaczyć tę siłę (natężenie).

Odpowiedź: Kulka będzie się zachowywała jak oscylator harmoniczny o okresie drgań

$$\omega = \sqrt{\frac{q\sigma}{2m\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right)}.$$

5. Połowa sfery o promieniu a została naładowana jednorodnie ładunkiem o stałej gęstości powierzchniowej σ . Wyznacz wektor natężenia pola elektrostatycznego na osi symetrii układu, na wysokości z od środka sfery.

Wskazówka: W układzie współrzędnych sferycznym, element różniczkowy powierzchni sfery o promieniu r jest równy: $dS = r^2 \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$.

Odpowiedź: Potencjał: $V(z) = \frac{\sigma a}{\epsilon_0 z} \left(a + z - \sqrt{a^2 + z^2} \right)$, wektor natężenia pola jest

równoległy do osi symetrii układu, jego długość: $E(z) = -\frac{dV(z)}{dz} = \dots$

