

Wstęp do Fizyki

Ćwiczenia nr 2.

1. Zależność drogi s przebytej przez ciało od czasu t określona jest przez następujące równanie:

$$s(t) = At + Bt^2 - Ct^3,$$

gdzie $A, B, C = \text{const}$. Wyznacz prędkość i przyspieszenie ciała wzdłuż drogi w funkcji czasu.

Odpowiedź: $v(t) = A + 2B - 3Ct^2$, $a(t) = 2 - 6Ct$.

2. Znajdź wymiary prostokąta o obwodzie P , który ma największe pole.
3. Zasada Fermata: Promień świetlny poruszający się (w dowolnym ośrodku) od punktu A do punktu B przebywa najkrótszą możliwie drogą optyczną, czyli taką, na której przebycie potrzebuje minimalnego czasu. Korzystając z zasady Fermata, wyprowadź zasadę załamania światła (prawo Snelliusa).

4. Wektor przyspieszenia ciała zależy w następujący sposób od czasu:

$$\vec{a}(t) = [2e^{-t}, 2\cos(t), 3t^2].$$

Początkowa prędkość i położenie ciała wynoszą odpowiednio:

$$\vec{v}(t) = [4, -3, 2],$$

$$\vec{r}(t) = [0, -1, 1].$$

Wyznacz wektor wodzący ciała i jego wektor prędkości w dowolnej chwili $t > 0$.

Odpowiedź: $\vec{v}(t) = [6 - 2e^{-t}, 2\sin(t) - 3, t^3 + 2],$

$$\vec{r}(t) = \left[2e^{-t} + 6t - 2, 2\cos(t) - 3t + 1, \frac{t^4}{4} + 2t + 1 \right].$$

5. Ciało porusza się po okręgu ze:

a) stałą prędkością kątową $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$

b) stałym przyspieszeniem kątowym $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$

Znajdź zależność kąta φ od czasu.

Odpowiedź: a) $\varphi(t) = \omega t + \varphi(0)$, b) $\varphi(t) = \frac{1}{2}\varepsilon t^2 + \omega(0)t + \varphi(0)$.

6. Chłopiec kopie piłkę z prędkością v_0 i pod kątem α do poziomu. Piłka uderza w ścianę znajdującą się w odległości s od chłopca. Wyznacz wysokość y , na jakiej piłka uderzy w ścianę.

Odpowiedź: $y = s \cdot tg\alpha - \frac{gs^2}{2v_0\cos^2\alpha}$.

7. Ciało spada swobodnie na ziemię z wysokości h . Na jakiej wysokości prędkość tego ciała będzie n razy mniejsza od końcowej?

Odpowiedź: $h_n = h \left(1 - \frac{1}{n^2} \right)$.

8. W momencie, gdy rakieta wzniosła się do góry na wysokość h i osiągnęła prędkość v_0 , odłączył się od niej niepotrzebny już zbiornik paliwa. Po jakim czasie zbiornik spadnie na ziemię i jaką prędkość osiągnie?

Odpowiedź: $\tau = \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{g}$, $v(\tau) = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$.