

Elementy fizyki statystycznej

Ćwiczenia nr 7.
Rozkład kanoniczny

12 grudnia 2016

1. Rozważ układ, który może przebywać w pięciu mikrostanach o energiach odpowiednio równych: $0, \varepsilon, \varepsilon, \varepsilon, 2\varepsilon$. Oblicz średnią energię tego układu w temperaturze T .

Odpowiedź:

$$Z = 1 + 3e^{-\beta\varepsilon} + e^{-2\beta\varepsilon},$$
$$\langle E \rangle = \varepsilon(3e^{-\beta\varepsilon} + 2e^{-2\beta\varepsilon})/Z.$$

2. Suma statystyczna pewnego układu spełnia zależność

$$\ln Z = aT^4V,$$

gdzie a jest pewną stałą, T oznacza temperaturę, a V objętość. Wyznacz pojemność cieplną C_V tego układu.

Odpowiedź:

$$\langle E \rangle = 4akT^5V,$$
$$C_V = 20akT^4V.$$

3. Zbadaj układ składający się z dwóch niezależnych i rozróżnialnych cząstek. Załóż, że każda cząstka może przebywać w dwóch stanach o energiach równych 0 oraz ε . Oblicz średnią energię $\langle E \rangle$, energię swobodną F oraz entropię S tego układu. Przyjmij, że jego temperatura jest stała i wynosi T . Jak zmieniają się wymienione funkcje stanu, jeśli przyjmiemy, że badany układ składa się z N niezależnych cząstek?

Odpowiedź:

$$\langle E \rangle = Nu, \text{ gdzie } u = \varepsilon/(1 + e^{\beta\varepsilon});$$
$$F = Nf, \text{ gdzie } f = -\ln[1 + e^{-\beta\varepsilon}]/\beta;$$
$$S = Ns, \text{ gdzie } s = k(\ln[1 + e^{-\beta\varepsilon}] + \beta\varepsilon(1 + e^{\beta\varepsilon})^{-1}).$$