

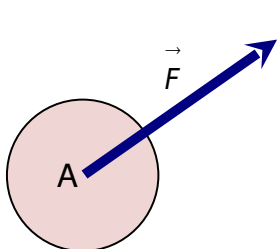


## Siła. Zasady dynamiki

Siła jest wielkością wektorową. Posiada określoną wartość, kierunek i zwrot. Jednostką siły jest niuton (N).

$$1\text{N} = 1 \cdot \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$$

### Przedstawienie graficzne



Siła  $\vec{F}$  przyłożona jest do ciała w punkcie A, jej kierunek oraz zwrot wskazuje strzałka, której długość jest proporcjonalna do jej wartości.

### Przedstawienie matematyczne

W trójwymiarowym układzie współrzędnych prostokątnych siłę określają współrzędne

$$\vec{F} = (F_x, F_y, F_z)$$

Siły powodują ruch ciał materialnych i zmiany stanu ruchu.

### Pierwsza zasada dynamiki

Jeżeli na ciało nie są wywierane siły (albo działające siły równoważą się) to ciało to pozostaje w spoczynku lub w ruchu jednostajnym, prostoliniowym.

Układy, w których pierwsza zasada dynamiki nie jest spełniona, nazywamy układami nieinercyjnymi; układy, w których jest spełniona - układami inercyjnymi.

### Druga zasada dynamiki

Siła  $F$  działająca na ciało o masie  $m$  nadaje tej masie przyspieszenie  $a$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

Iloczyn masy ciała przez jego przyspieszenie równy jest sile działającej na to ciało.

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

gdzie:  $m$  to masa bezwładna.

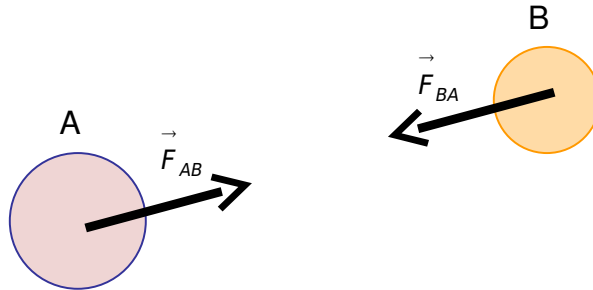
\*Szybkość zmiany pędu ciała równa jest wypadkowej sile działającej na to ciało.

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

# Zasady dynamiki

## Trzecia zasada dynamiki

Oddziaływania wzajemne dwóch ciał są zawsze równe co do wartości ale przeciwnie skierowane.

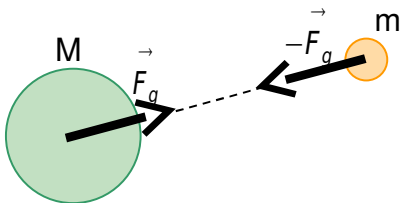


Kiedy ciało A działa na ciało B siłą  $\vec{F}_{AB}$  to ciało B oddziałuje na ciało A siłą  $\vec{F}_{BA}$ .

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

## Siła grawitacji

Siła wzajemnego przyciągania się ciał o masach  $M$  i  $m$ , które są w odległości  $r$ .



$$F_g = G \frac{M \cdot m}{r^2}$$

gdzie stała grawitacji  $G = 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg} \cdot \text{s}^2$

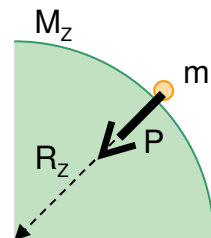
## Siła ciężkości

Siła ciężkości  $P$  jest siłą grawitacji, która działa na ciało o masie  $m$  znajdujące się przy powierzchni Ziemi.

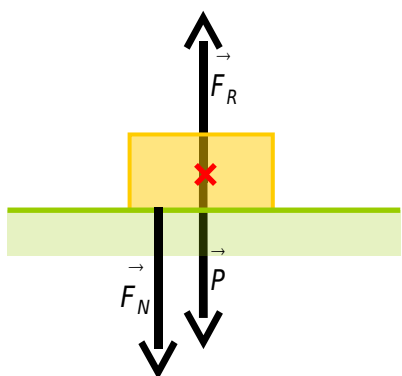
gdzie:  $M_z$  – masa Ziemi  
 $R_z$  – promień Ziemi  
 $g$  – przyspieszenie ziemskie

$$P = G \frac{m \cdot M_z}{R_z^2} = m \cdot g$$

$$g = G \frac{M_z}{R_z^2} = 9,81 \text{ m/s}^2$$



## Zasady dynamiki. Siły



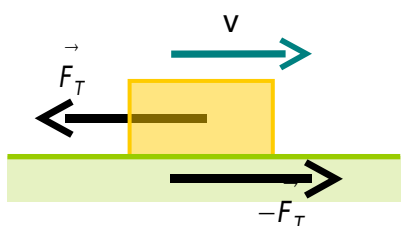
Siły działające na ciało leżące na powierzchni Ziemi równoważą się

$$P = F_N = F_R$$

$P$  – siła ciężkości

$F_N$  – siła nacisku

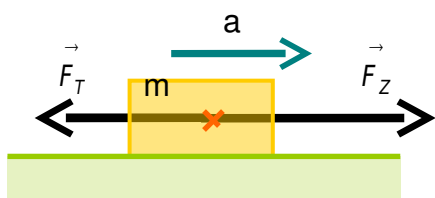
$F_R$  – siła sprężystości (III zasada dynamiki)



Siła tarcia  $F_T$  działa na przesuwaną się ciało, a siła  $-F_T$  działa na podłoże (III zasada dynamiki)

$$F_T = f \cdot F_N$$

$f$  – współczynnik tarcia

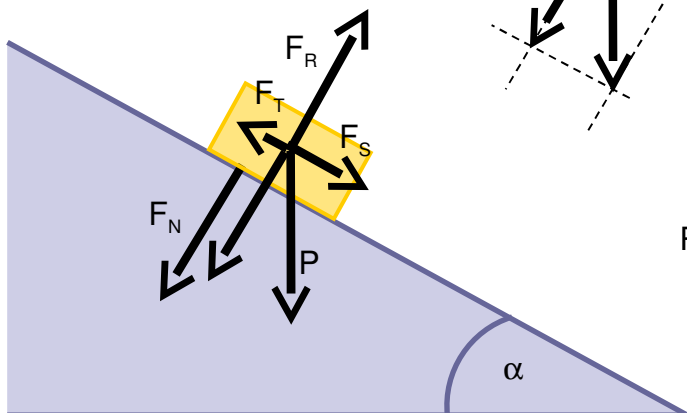


II zasada dynamiki

$$F = m \cdot a = F_z - F_T$$

$F_z$  – siła zewnętrzna

### Równia pochyła



Rozkład siły ciężkości na składowe

$$F_S = mg \cdot \sin \alpha$$

$$F_N = mg \cdot \cos \alpha$$

Siła tarcia

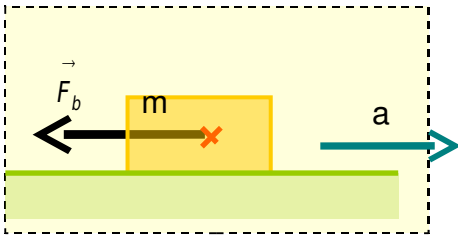
$$F_T = f \cdot mg \cdot \cos \alpha$$

Równanie ruchu ciała po równi \*)

$$m \cdot a = mg \cdot \sin \alpha \mp f \cdot mg \cdot \cos \alpha$$

\*) + i – uwzględnia ruch w górę oraz w dół

## Zasady dynamiki. Siły

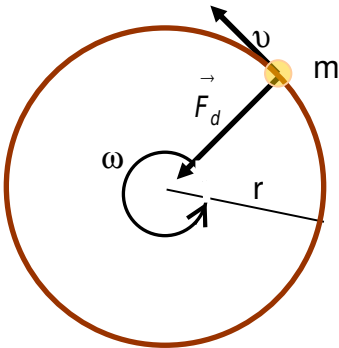


### Siła bezwładności

W nieinercyjnym układzie odniesienia, poruszającym się z przyspieszeniem  $a$ , działa siła bezwładności

$$\vec{F}_b = -m \cdot \vec{a}$$

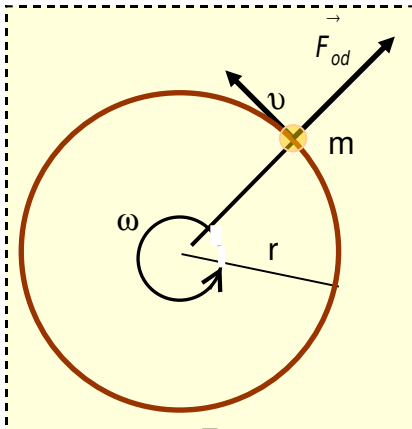
Siła bezwładności ma zwrot przeciwny do zwrotu wektora przyspieszenia układu.



### Siła dośrodkowa

Ruch ciała po okręgu o promieniu  $r$ , z prędkością  $v$  powoduje siła dośrodkowa

$$F_d = m \cdot a_d = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r$$



### Siła odśrodkowa

Siła bezwładności działająca w nieinercyjnym układzie odniesienia

$$F_{od} = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r$$

oraz

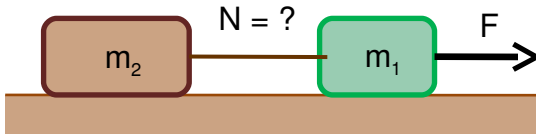
$$\vec{F}_{od} = -\vec{F}_d$$

# Zasady dynamiki. Siły.

## Przykłady

### Zadanie 1

Dwa ciała o masach  $m_1$  i  $m_2$  połączone nicią przesuwają się po poziomej płaszczyźnie pod działaniem przyłożonej siły  $F$ . Współczynnik tarcia między masami  $m_1$ ,  $m_2$  i podłożem wynosi  $f$ . Oblicz przyspieszenie mas  $a$  oraz siłę napinającą nić  $N$ .



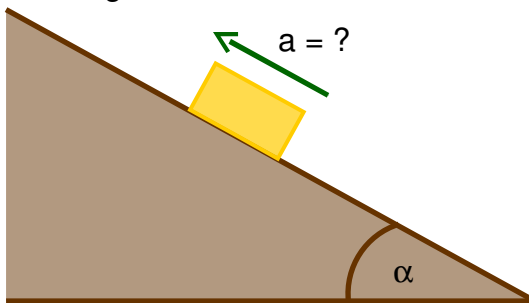
$$F_{T1} = f \cdot m_1 g \quad F_{T2} = f \cdot m_2 g$$

$$m_1 a = F - N - f \cdot m_1 g \quad m_2 a = N - f \cdot m_2 g$$

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2} - fg \quad N = \frac{m_2}{m_1 + m_2} F$$

### Zadanie 2

Z jakim przyspieszeniem porusza się masa  $m$  w górę równi? Współczynnik tarcia między ciałem o masie  $m$  i równią wynosi  $f$ , kąt nachylenia  $\alpha$ , przyspieszenie ziemskie  $g$ .

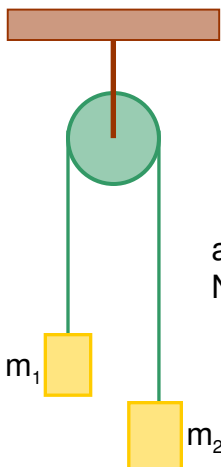


Masa  $m$  posiadała prędkość początkową ale ruch w górę równi jest jednostajnie opóźniony - prędkość zmniejsza się

$$a = g \cdot \sin \alpha + fg \cdot \cos \alpha$$

### Zadanie 3

Dwa ciała o masach  $m_1$  i  $m_2$  połączone są nieważką, nierozciągliwą nicią przerzuconą przez błocek, którego masę należy zaniedbać. Błocek obraca się w kierunku zgodnym z kierunkiem ruchu wskazówek zegara. Obliczyć przyspieszenie mas  $a$  oraz naciąg nici  $N$ .



$$a = ?$$

$$N = ?$$

$$m_1 a = N - m_1 g$$

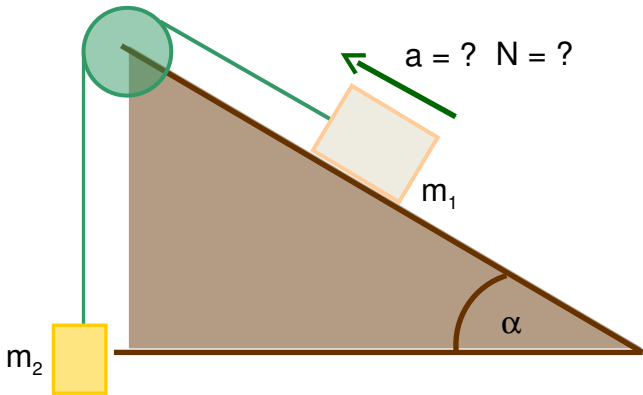
$$m_2 a = m_2 g - N$$

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \cdot g$$

$$N = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} g$$

#### Zadanie 4

Dwa ciała o masach  $m_1$  i  $m_2$  połączono nicią, która przerzucona jest przez bleczek znajdujący się w wierzchołku równi pochyłej o kącie nachylenia  $\alpha$ . Ciało o masie  $m_1$  porusza się ruchem jednostajnie przyspieszonym w górę równi. Współczynnik tarcia między ciałem o masie  $m_1$  i równią wynosi  $f$ . Masę boczka należy zaniedbać. Obliczyć przyspieszenie mas  $a$  oraz naciąg nici  $N$ .



$$m_2 a = m_2 g - N$$

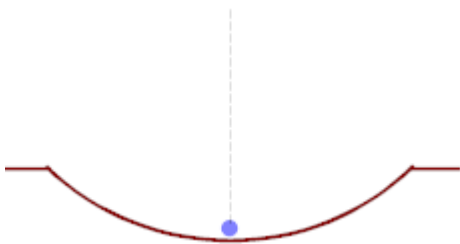
$$m_1 a = N - m_1 g \sin \alpha - m_1 g f \cos \alpha$$

$$a = \frac{m_2 - m_1 (\sin \alpha + f \cos \alpha)}{m_1 + m_2} \cdot g$$

$$N = \frac{m_1 \cdot m_2 (1 + \sin \alpha + f \cos \alpha)}{m_1 + m_2} \cdot g$$

#### Zadanie 5

Rowerzysta o masie 50 kg przejeżdża przez wąwóz (parów) o promieniu krzywizny 20 m z prędkością 36 km/godz. Oblicz, jaką siłą rowerzysta działa na, podłoże, w momencie, gdy znajduje się na środku zagłębienia. Przyjąć, w przybliżeniu,  $g = 10 \text{ m/sek}^2$ .



$$F_d = F_N - mg$$

$$F_N = mg + \frac{mv^2}{r}$$

$$F_N = 750 \text{ N}$$

## Zadania do samodzielnego rozwiązania

### Zadanie 1

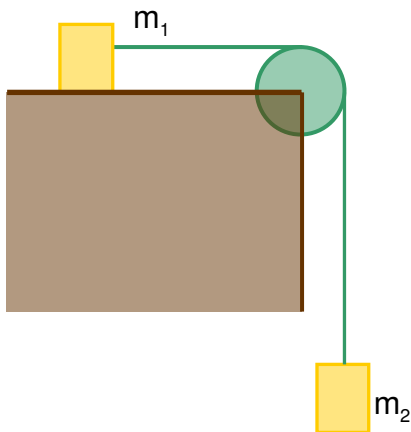
Z jakim przyspieszeniem porusza się masa  $m$  w dół równi? Współczynnik tarcia między ciałem o masie  $m$  i równią wynosi  $f$ , kąt nachylenia  $\alpha$ .

### Zadanie 2

Dwa ciała o masach  $m_1$  i  $m_2$  połączone są nieważką, nierozciągliwą nicią przerzuconą przez bloczek, którego masę należy zaniedbać. Bloczek obraca się w kierunku przeciwnym do kierunku ruchu wskazówek zegara. Obliczyć przyspieszenie mas  $a$  oraz naciąg nici  $N$ .

### Zadanie 3

Bloczek przymocowany jest do stołu (rysunek). Współczynnik tarcia między ciałem o masie  $m_1$  i stołem wynosi  $f$ . Z jakim przyspieszeniem poruszają się masy  $m_1$  i  $m_2$ ? Jaki jest naciąg nici  $N$ ?



### Zadanie 4

Dwa ciała o masach  $m_1$  i  $m_2$  połączono nicią, która przerzucona jest przez bloczek znajdujący się w wierzchołku równi pochyłej o kącie nachylenia  $\alpha$ . Ciało o masie  $m_2$  porusza się ruchem jednostajnie przyspieszonym w dół równi. Współczynnik tarcia między ciałem o masie  $m_2$  i równią wynosi  $f$ . Masę boczka należy zaniedbać. Obliczyć przyspieszenie mas  $a$  oraz naciąg nici  $N$ .

### Zadanie 5

Rowerzysta o masie 50 kg przejeżdża przez mostek o promieniu krzywizny 20 m z prędkością 36 km/godz. Oblicz, jaką siłą rowerzysta działa na mostek, w momencie, gdy znajduje się na jego środku. Przyjąć, w przybliżeniu,  $g=10$  m/sek<sup>2</sup>.

