

Zadania projektowe

Zadanie 1.

Ciało o masie m porusza się pod wpływem siły centralnej opisanej wzorem $\vec{F} = \left(-\frac{\alpha}{r^2} - \frac{\beta}{r^3}\right) \frac{\vec{r}}{r}$ gdzie α -stała dodatnia= 1Nm^2 , β -stała= 0.1Nm^3 .

- a) Znaleźć w biegunowym układzie współrzędnych wprowadzonym w płaszczyźnie ruchu przy pomocy metod numerycznych ruch ciała rozwiązując równania ruchu

$$m(\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2) = -\frac{\alpha}{r^2} - \frac{\beta}{r^3}; mr^2\dot{\varphi} = L_z$$

dla wybranych wartości parametru $\kappa = 1 - \frac{\beta m}{L^2}$ z zakresu od (0,1) zmieniając wartość momentu pędu ciała L . Przyjąć, iż $L_z = L$. Obliczenia wykonać dla różnych wartości energii ciała $E < 0$. Przyjąć, iż w chwili początkowej ruchu $t=0$ zachodzi $\dot{r} = 0$. Wartość $\dot{r}$ w chwili początkowej ruchu $t=0$ uzależnić od energii, momentu pędu i $r(t=0)$ korzystając z wzoru wiążącego całkowitą energię ciała z wielkościami r , $\dot{r}$ oraz L : $E = \frac{m\dot{r}^2}{2} + \frac{L^2}{2mr^2} + V(r)$ gdzie $V(r)$ oznacza potencjał (energie potencjalną). W szczególności przyjąć wartość r w chwili początkowej ruchu tak by w tym położeniu $\dot{r} = 0$. Wykreślić postać zależności $r(t)$, $\varphi(t)$ oraz $r(\varphi)$, przedyskutować je oraz ewentualnie przedstawić symulacje ruchu ciała (5 pkt.)

- b) Wyznaczyć równanie toru ciała przy pomocy metod analitycznych. Określić zmianę kąta φ przy której układ znajdzie się w takiej samej odległości od początku układu współrzędnych jak w chwili początkowej. (4 pkt.).
- c) Porównać uzyskane wyniki z wynikami uzyskanymi przy pomocy metod numerycznych (1 pkt.)