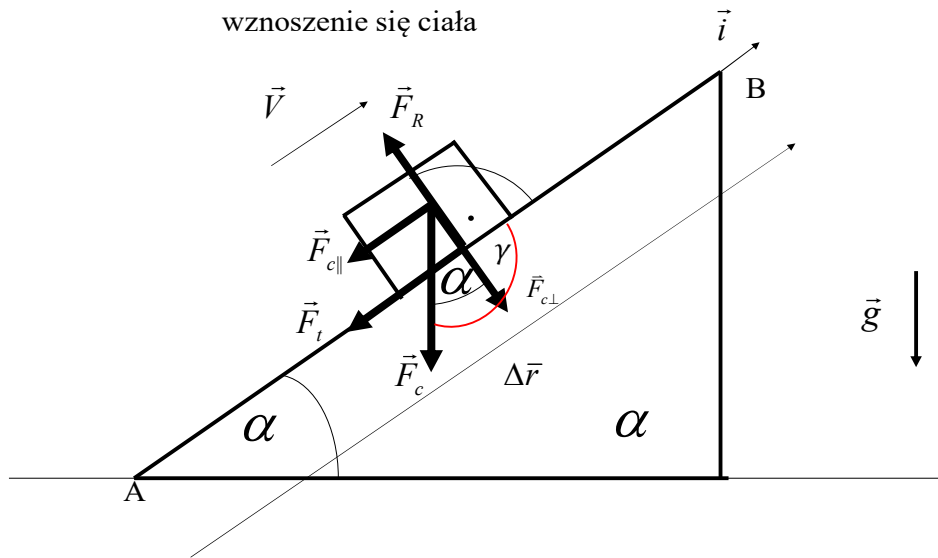


Zad. 9 (seria V)



Siła zachowawcza wykonująca pracę to siła ciężkości $\vec{F}_c$,

Siła niewykonywająca pracy: siła reakcji (normalna) podłoża $\vec{F}_R$ (bo działa w kierunku prostopadłym do kierunku ruchu ciała)

Siła niezachowawcza wykonująca pracę siła tarcia $\vec{F}_t$.

Określenie wartości siły tarcia

$$|\vec{F}_t| = \mu |\vec{F}_R|$$

Rzut siły wypadkowej na kierunek prostopadły do równi jest równy zeru

$$\vec{F}_R = -\vec{F}_{c\perp} \Rightarrow |\vec{F}_R| = |\vec{F}_{c\perp}| \Rightarrow |\vec{F}_t| = \mu |\vec{F}_{c\perp}|$$

$$(\cos(\alpha) = \frac{|\vec{F}_{c\perp}|}{|\vec{F}_c|}) \Rightarrow |\vec{F}_t| = |\vec{F}_c| \cos(\alpha) \mu = mg \cos(\alpha) \mu$$

Określenie pracy siły tarcia podczas wznoszenia się ciała od punktu A do B

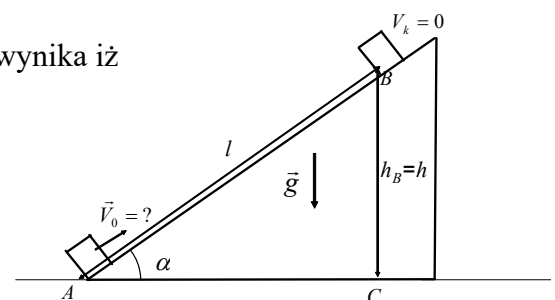
$$W_{t,A \rightarrow B} = \vec{F}_t \cdot \Delta \vec{r} = |\vec{F}_t| |\Delta \vec{r}| \cos(\beta) = |\vec{F}_t| l \cos(\pi) = -|\vec{F}_t| l = -mg \cos(\alpha) \mu l$$

gdzie $\beta = \pi$ to kąt między antyrównoległymi do siebie wektorami siły tarcia $\vec{F}_t$ oraz przemieszczenia ciała $\Delta \vec{r}$. Możliwość wykorzystania wzoru $W_{t,A \rightarrow B} = \vec{F}_t \cdot \Delta \vec{r}$ wynika z tego iż ruch ciała odbywa się po linii prostej i siła tarcia nie zmienia się w czasie. Długość wektora przemieszczenia ciała jest równa nieznannej długości zbocza równi $\Delta \vec{r} = l$

Z relacji zachodzącej w trójkącie ABC pokazanym na rysunku obok wynika iż

$$\sin(\alpha) = \frac{h}{l} \Rightarrow l = \frac{h}{\sin(\alpha)}$$

a zatem ostatecznie $W_{t,A \rightarrow B} = -mgh \mu \operatorname{ctg}(\alpha)$



Określenie energii całkowitej w punkcie B (równej sumie energii kinetycznej oraz potencjalnej związanej z siłą ciężkości)

W punkcie B szybkość spada do zera, jeżeli rozważamy ruch z minimalną szybkością początkową pozwalającą na osiągnięcie punktu B

$$E(B) = E_{kin}(B) + E_{pot}(B) = E_{pot}(B) = mgh_B = mgh$$

(za poziom odniesienia w którym energia potencjalna jest równa 0 przyjęto podstawę równi

Określenie energii całkowitej w punkcie A

$$E(A) = E_{kin}(A) + E_{pot}(A) = \frac{mV_0^2}{2} + 0 = \frac{mV_0^2}{2}$$

Wyznaczenie szybkości V_0 z rozważań energetycznych

$$E(B) = E(A) + W_{t,A \rightarrow B} \Rightarrow mgh = \frac{mV_0^2}{2} - mgh\mu ctg(\alpha) \Rightarrow V_0 = \sqrt{2gh(1 + \mu ctg(\alpha))}$$

Korzystając z powyższej relacji wykorzystano fakt iż jedyną siłą niezachowawczą wykonującą pracę była siła tarcia a zapisując wzór na energie całkowitą uwzględniono w niej energię potencjalną związaną z siłą ciężkości. Siła reakcji nie wykonuje żadnej pracy bo jest skierowana prostopadle do toru ruchu ciała

Dygresja . Można szukaną szybkość określić także korzystając z relacji

$$E_{kin}(B) = E_{kin}(A) + W_{W,A \rightarrow B} \quad (**)$$

w której $W_{W,A \rightarrow B}$ oznacza pracę siły wypadkowej. Jest ona równa sumie policzonej pracy siły tarcia i pracy siły ciężkości (siła reakcji nie wykonuje pracy) Praca siły ciężkości jest równa

$$W_{c,A \rightarrow B} = \vec{F}_c \cdot \Delta \vec{r} = |\vec{F}_c| |\Delta \vec{r}| \cos(\gamma) = |\vec{F}_c| |\Delta \vec{r}| \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -|\vec{F}_c| |\Delta \vec{r}| \sin(\alpha) = -mg \frac{h}{\sin(\alpha)} \sin(\alpha) = -mgh$$

gdzie γ to kąt między wektorami siły ciężkości i przemieszczenia ciała.

A zatem praca siły wypadkowej jest równa

$$W_{W,A \rightarrow B} = W_{c,A \rightarrow B} + W_{t,A \rightarrow B} = -mgh - \mu mgh \cdot ctg(\alpha) = -mgh(1 + \mu ctg(\alpha))$$

A zatem otrzymujemy ze wzoru (**) relację

$$0 = \frac{mV_0^2}{2} - mgh(1 + \mu ctg(\alpha))$$

skąd wynika iż $V_0 = \sqrt{2gh(1 + \mu ctg(\alpha))}$.