

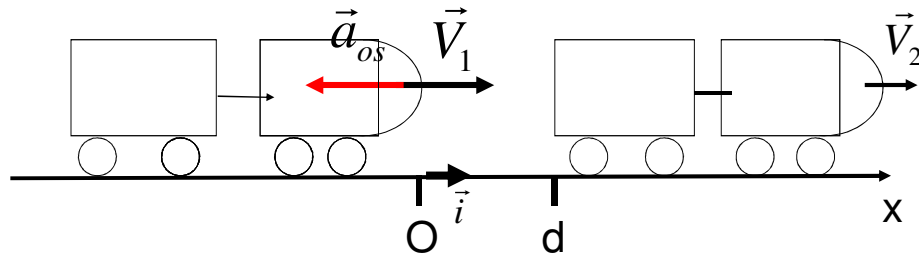
**Zad. 9. (seria I)** Maszynista pociągu osobowego jadącego z szybkością (prędkością o wartości)  $V_1$  spostrzega w odległości  $d$  od początku swojego pociągu pociąg towarowy jadący po tym samym torze w tym samym kierunku z mniejszą prędkością o wartości  $V_2$ . Uruchamiając hamulce nadaje on swojemu pociągowi stałe ujemne przyspieszenie  $a = -a_{op} < 0$  ( $a_{op} > 0$  – opóźnienie). Pokazać, że jeżeli  $d > \frac{(V_1 - V_2)^2}{2a_{op}}$  to

nie dojdzie do zderzenia, a jeżeli  $d \leq \frac{(V_1 - V_2)^2}{2a_{op}}$  to nastąpi zderzenie. Po jakim czasie ono nastąpi?

Dane:  $V_1, V_2, a_{op}, d$

Szukane  $t_z$

$t=0$



$$V_1 > V_2$$

Zależność położenia początku pociągu osobowego od czasu w trakcie hamowania

$$x_{os}(t) = x_{0,os} + V_{0,os}t + \frac{a_{os}t^2}{2} = V_1t - \frac{a_{op}t^2}{2}$$

$$x_{0,os} = x_{os}(t=0) = 0$$

$$V_{0,os} = V_{os}(t=0) = V_1$$

$$a_{op} = -a_{os} = |\vec{a}_{os}|$$

Zależność położenia końca pociągu towarowego od czasu (ruch jednostajny)

$$x_{tow}(t) = x_{0,tow} + V_{0,tow}t = d + V_2t$$

$$x_{0,tow} = x_{tow}(t=0) = d$$

$$V_{0,tow} = V_{tow}(t=0) = V_2 = const$$

Aby zderzenie pociągów nie nastąpiło to dla dowolnego czasu  $t > 0$  musi zachodzić relacja

$$x_{os}(t) < x_{tow}(t)$$

$$x_{os}(t) = V_1 t - \frac{a_{op} t^2}{2} \qquad x_{tow}(t) = d + V_2 t$$

$$x_{os}(t) < x_{tow}(t) \Rightarrow V_1 t - \frac{a_{op} t^2}{2} < d + V_2 t \Rightarrow \frac{a_{op} t^2}{2} + (V_2 - V_1)t + d > 0$$

Nierówność ta będzie spełniona dla dowolnego  $t > 0$ , gdy równanie  $\frac{a_{op} t^2}{2} + (V_2 - V_1)t + d = 0$  nie będzie miało dodatnich pierwiastków. Znajdzie to wówczas gdy równanie to nie będzie miało w ogóle pierwiastków czyli gdy

$$\Delta = (V_2 - V_1)^2 - 2a_{op}d < 0 \Rightarrow d > \frac{(V_1 - V_2)^2}{2a_{op}}$$

Gdy  $\Delta > 0$  oraz  $V_1 > V_2$  to dwa pierwiastki równania  $\frac{a_{op} t^2}{2} + (V_2 - V_1)t + d = 0$  są dodatnie i równe

$$t_{1,2} = \frac{-(V_2 - V_1) \mp \sqrt{\Delta}}{a_{op}} = \frac{(V_1 - V_2) \mp \sqrt{(V_1 - V_2)^2 - 2a_{op}d}}{a_{op}}$$

Zderzenie pociągów nastąpi po czasie  $t = \frac{(V_1 - V_2) - \sqrt{(V_1 - V_2)^2 - 2a_{op}d}}{a_{op}}$