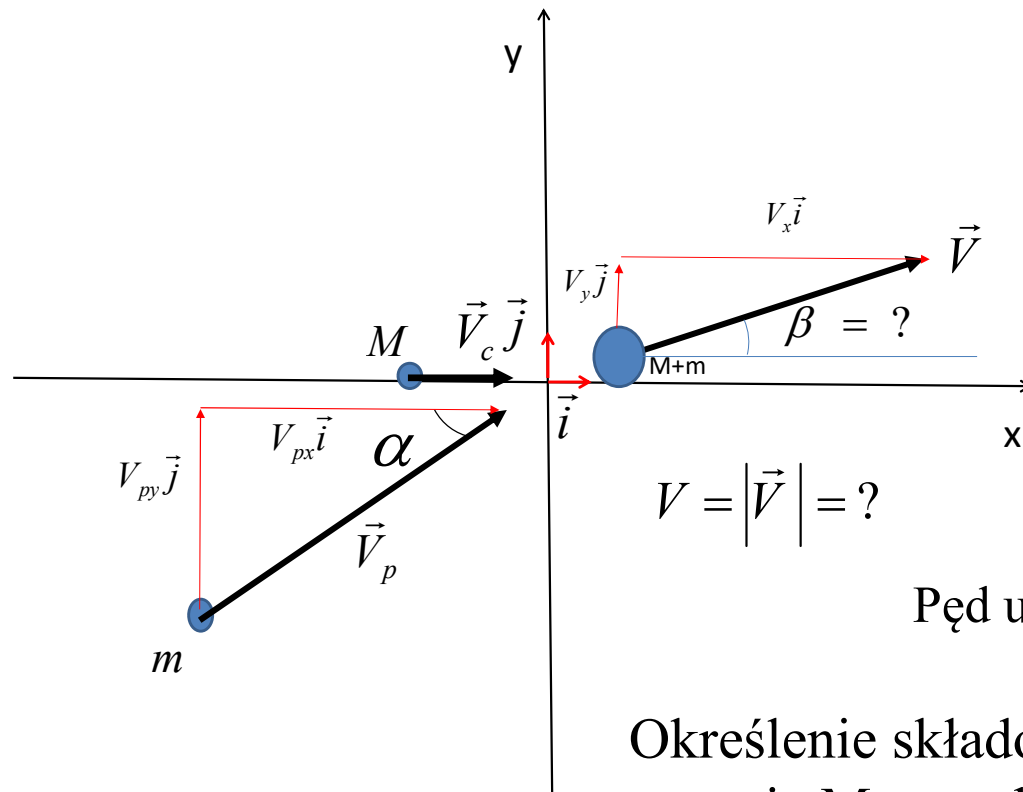


Zad. 8 (seria VI). Ciało o masie M poruszało się po linii prostej (wzdłuż osi Ox dwuwymiarowego kartezjańskiego układu współrzędnych) z szybkością (prędkością o wartości) V_c . W ciało to w początku układu współrzędnych uderzył pocisk o masie m poruszający się z szybkością V_p w kierunku tworzącym kąt α z kierunkiem ruchu ciała o masie M (rysunek) i ugrzązł w nim. Znaleźć szybkość (wartość prędkości) układu złożonego z ciała z pociskiem w chwili po ich zderzeniu oraz dowolną funkcję trygonometryczną kąta, jaki wektor prędkości układu złożonego z ciała z pociskiem (po ich zderzeniu) tworzy z osią Ox . Przyjąć iż w trakcie zderzenia na ciało i pocisk nie działały żadne siły zewnętrzne.



Dane: V_c, V_p, M, m, α

Szukane : V, β

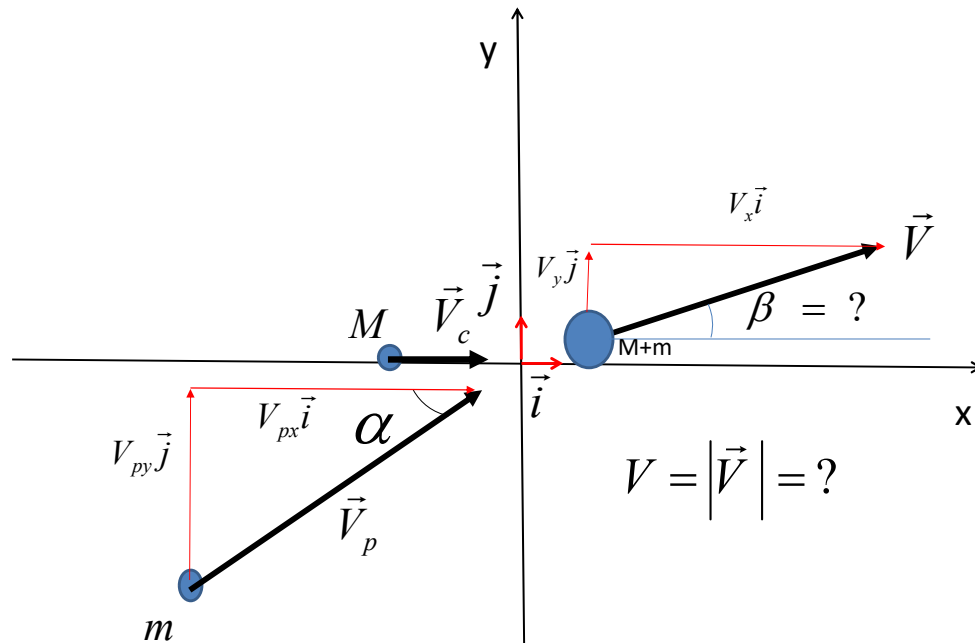
$$V = |\vec{V}| = ?$$

Pęd układu nie ulega zmianie w trakcie zderzenia

Określenie składowych prędkości ciała o masie M przed zderzeniem

$$\vec{V}_c = V_c \vec{i} = [V_c, 0] \Rightarrow V_{cx} = V_c, V_{cy} = 0$$

Określenie składowych prędkości pocisku o masie m przed zderzeniem



$$\cos(\alpha) = \frac{|V_{px}|}{V_p} \Rightarrow |V_{px}| = V_p \cos(\alpha)$$

$$\sin(\alpha) = \frac{|V_{py}|}{V_p} \Rightarrow |V_{py}| = V_p \sin(\alpha)$$

Rzut prędkości pocisku o masie m na oś Ox (wektor $V_{px}\vec{i}$) ma taki sam zwrot jak wektor $\vec{i} \Rightarrow V_{px} = |V_{px}| = V_p \cos(\alpha)$

Rzut prędkości pocisku o masie m_2 na oś Oy (wektor $V_{py}\vec{j}$) ma taki sam zwrot jak wektor $\vec{j} \Rightarrow V_{py} = |V_{py}| = V_p \sin(\alpha)$

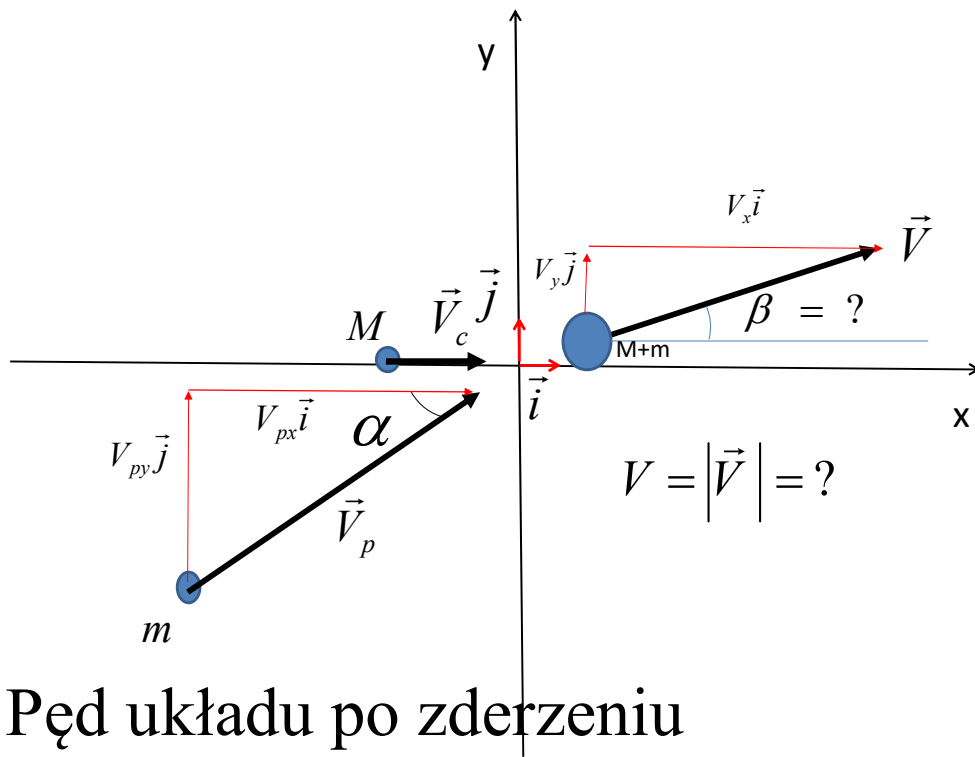
Określenie składowej x-owej pędu układu przed zderzeniem

$$p_{ux, pocz} \Rightarrow p_{cx} + p_{px} = MV_{cx} + mV_{px} = MV_c + mV_p \cos(\alpha)$$

Określenie składowej y-owej pędu układu przed zderzeniem

$$p_{uy, pocz} \Rightarrow p_{cy} + p_{py} = MV_{cy} + mV_{py} = mV_p \sin(\alpha)$$

Uzależnienie składowych x-owej i y-owej pędu układu od składowych wektora prędkości układu po zderzeniu
 $(V_x > 0, V_y > 0)$



$$p_{ux,konc} = (M + m)V_x$$

$$p_{uy,konc} = (M + m)V_y$$

Pęd układu po zderzeniu

$$\vec{p}_{u,konc} = [p_{ux,konc}, p_{uy,konc}] = [(M + m)V_x, (M + m)V_y]$$

Z zasady zachowania pędu

$$\vec{p}_{u,pocz} = \vec{p}_{u,konc} \Rightarrow [p_{ux,pocz}, p_{uy,pocz}] = [p_{ux,konc}, p_{uy,konc}]$$

$$p_{ux,pocz} = p_{ux,konc} \Rightarrow MV_c + mV_p \cos(\alpha) = (M + m)V_x$$

$$p_{uy,pocz} = p_{uy,konc} \Rightarrow mV_p \sin(\alpha) = (M + m)V_y$$

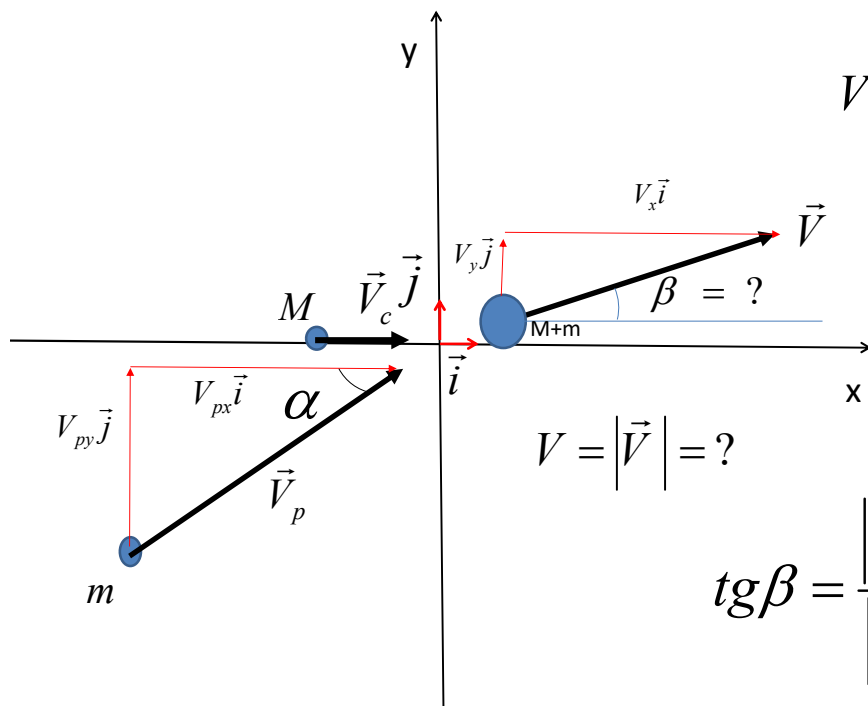
$$MV_c + mV_p \cos(\alpha) = (M + m)V_x \Rightarrow V_x = \frac{MV_c + mV_p \cos(\alpha)}{M + m}$$

$$mV_p \sin(\alpha) = (M + m)V_y \Rightarrow V_y = \frac{mV_p \sin(\alpha)}{M + m}$$

Szybkość układu ciała z pociskiem po zderzeniu

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{\frac{(MV_c + mV_p \cos(\alpha))^2 + (mV_p \sin(\alpha))^2}{(M + m)^2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{M^2V_c^2 + m^2V_p^2 \cos^2(\alpha) + 2MV_cmV_p \cos(\alpha) + m^2V_p^2 \sin^2(\alpha)}}{M + m}$$



$$V = \frac{\sqrt{M^2V_c^2 + m^2V_p^2 [\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha)] + 2MV_cmV_p \cos(\alpha)}}{M + m}$$

$$V = \frac{\sqrt{M^2V_c^2 + m^2V_p^2 + 2MmV_cV_p \cos(\alpha)}}{M + m}$$

$$V = |\vec{V}| = ?$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{|V_{2y}\vec{j}|}{|V_{2x}\vec{i}|} = \frac{|V_{2y}|}{|V_{2x}|} = \frac{mV_p \sin(\alpha)}{MV_c + mV_p \cos(\alpha)}$$