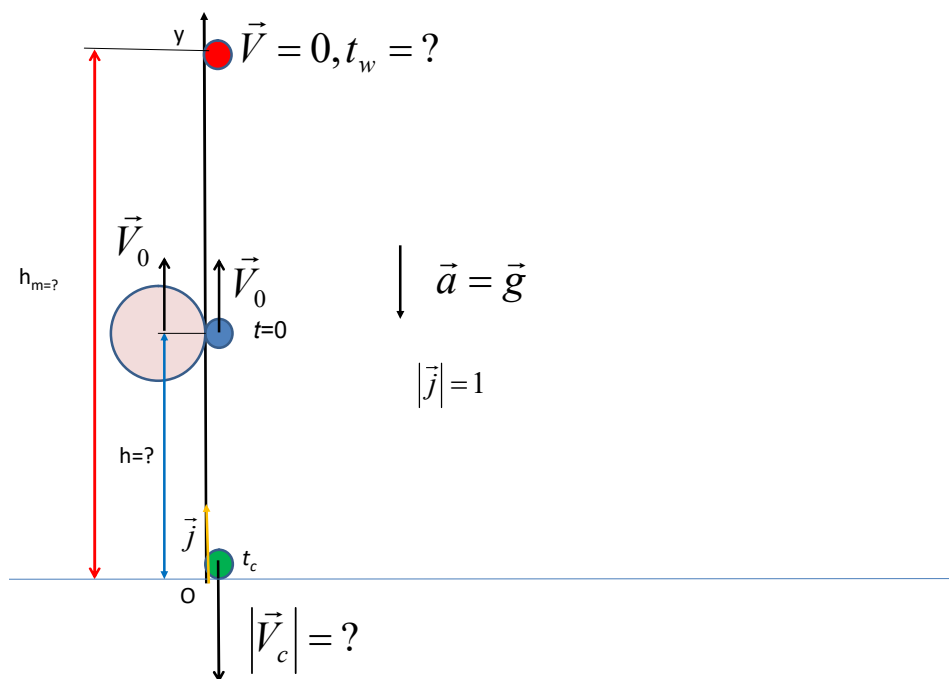


Zad. 8 (seria II) .**Dane :** $V_0=5\text{m/s}$ -szybkość balonu $t_c=4\text{s}$ - czas ruchu przedmiotu od chwili wypadnięcia z balonu do upadku na ziemię $g=10\text{m/s}^2$ **Szukane:** h –wysokość na jakiej przedmiot wypadł z balonu t_w - czas wznoszenia się przedmiotu (liczony od chwili wypadnięcia przedmiotu z balonu) h_m - maksymalna wysokość przedmiotu nad ziemią w trakcie ruchu $|\vec{V}_c|$ -szybkość przedmiotu w chwili spadku na ziemię

Ruch przedmiotu jest ruchem prostoliniowym zachodzącym w kierunku prostopadłym do powierzchni ziemi. Na przedmiot w trakcie ruchu działa tylko siła ciężkości skierowana pionowo w dół. Wówczas przedmiot porusza się z przyspieszeniem $\vec{a} = \vec{g}$ równym przyspieszeniu ziemskiemu skierowanym pionowo w dół. Jest ono stałe w trakcie ruchu przedmiotu i dlatego ruch przedmiotu jest ruchem jednostajnie zmiennym. W trakcie ruchu do góry przedmiot porusza się ruchem jednostajnie opóźnionym gdyż w ruchu tym wektor przyspieszenia ma przeciwny zwrot niż wektor prędkości. Po osiągnięciu najwyższego punktu nad ziemią, w którym przedmiot ulega zatrzymaniu jego dalszy ruch jest ruchem jednostajnie przyspieszonym do dołu w którym wektory przyspieszenia i prędkości mają ten sam zwrot.

Obierzmy układ współrzędnych z osią Oy zwróconą w kierunku prostopadłym do ziemi w kierunku nieba. Założmy, że początek układu znajduje się na ziemi w miejscu startu balonu i upadku przedmiotu na ziemię. Czas liczymy od momentu gdy ciało wypada z balonu gdy $t=0$.



W trakcie całego ruchu przedmiotu zmienia się jedynie składowa y-kowa wektora wodzącego przedmiotu oznaczana przez y określająca tutaj wysokość przedmiotu nad Ziemią. Jedyna niezerowa składowa wektora przyspieszenia $\vec{a} = \vec{g}$ jest równa $a_y = -g$ z uwagi iż wektor ten jest równoległy do osi Oy, ale ma przeciwny zwrot niż zwrot osi Oy. Ponieważ podczas całego ruchu przedmiotu (od chwili wypadnięcia z balonu do chwili upadku na ziemię) a_y nie zależy od czasu i jest stale równa $a_y = -g$ to pełny ten ruch zachodzący wzdłuż osi Oy będący ruchem jednostajnie zmiennym możemy opisać bez jego podziału na ruch jednostajnie przyspieszony i opóźniony. Podczas całego ruchu obowiązują relację

$$V_y(t) = V_{0y} + a_y t = V_{0y} - gt$$

$$y(t) = y_0 + V_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2 = y_0 + V_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2.$$

W powyższych wzorach V_y określa jedyną niezerową składową wektora prędkości przedmiotu

$$\vec{V} = V_y \vec{j} \text{ zaś } V_{0y} = V_y(t=0) \text{ oraz } y_0 = y(t=0).$$

Ponieważ przyjmujemy iż wypadnięcie przedmiotu z balonu nastąpiło w chwili $t=0$ to oznaczając nieznana wysokość na jakiej znajdował się wtedy balon nad ziemią przez h możemy napisać iż $y_0 = y(t=0) = h$.

Ponieważ balon poruszał się wtedy do góry wzdłuż osi Oy z prędkością o wartości V_0 to taką samą prędkość miał wówczas przedmiot, który wypadł z balonu. Ponieważ prędkość ta była skierowana do góry w tym kierunku co oś Oy to możemy napisać iż

$$V_{0y} = V_y(t=0) = V_0.$$

A zatem w trakcie całego ruchu przedmiotu (od wypadnięcia z balonu do spadku na ziemię) zachodzą relacje

$$V_y(t) = V_0 - gt \qquad y(t) = h + V_0 t - \frac{1}{2} g t^2.$$

Ponieważ po czasie $t = t_c$ przedmiot spadł na ziemię to $y(t = t_c) = 0$ i można zapisać relację

$$h + V_0 t_c - \frac{1}{2} g t_c^2 = 0$$

z której można wyznaczyć wysokość h na której przedmiot wypadł z balonu

$$h = \frac{1}{2} g t_c^2 - V_0 t_c = \frac{1}{2} \cdot 10 \frac{m}{s^2} \cdot 16 s^2 - 5 \frac{m}{s} \cdot 4 s = 80 m - 20 m = 60 m.$$

Szybkość przedmiotu zmaleje do zera gdy jedyna niezerowa składowa y-owa wektora prędkości spadnie do zera czyli po czasie t_w dla którego

$$V_y(t = t_w) = V_0 - g t_w = 0$$

Skąd wynika iż czas ten jest równy $t_w = \frac{V_0}{g} = \frac{5 \frac{m}{s}}{10 \frac{m}{s^2}} = 0,5 s$

Wysokość na jakiej będzie się wówczas przedmiot znajdował nad ziemią będąca maksymalną jego wysokością nad ziemią jest równa

$$\begin{aligned} h_m = y(t = t_w) &= h + V_0 t_w - \frac{1}{2} g t_w^2 = h + V_0 \frac{V_0}{g} - \frac{1}{2} g \frac{V_0^2}{g^2} = h + \frac{V_0^2}{2g} = \left(\frac{1}{2} g t_c^2 - V_0 t_c \right) + \frac{V_0^2}{2g} = \\ &= 60 m + \frac{25 \frac{m^2}{s^2}}{2 \cdot 10 \frac{m}{s^2}} = 60 m + 1,25 m = 61,25 m \end{aligned}$$

W momencie spadku przedmiotu na ziemię składowa y-kowa wektora prędkości przedmiotu była równa $V_y(t = t_c) = V_0 - g t_c$.

Ponieważ w tym czasie przedmiot poruszał się w kierunku przeciwnym do kierunku zwrotu osi Oy to $V_y(t = t_c) < 0$ i wartość prędkości jest równa

$$V_k = |\vec{V}(t = t_c)| = |V_y(t = t_c)| = -V_y(t = t_c) = g t_c - V_0 = 10 \frac{m}{s^2} \cdot 4 s - 5 \frac{m}{s} = 35 m / s.$$