

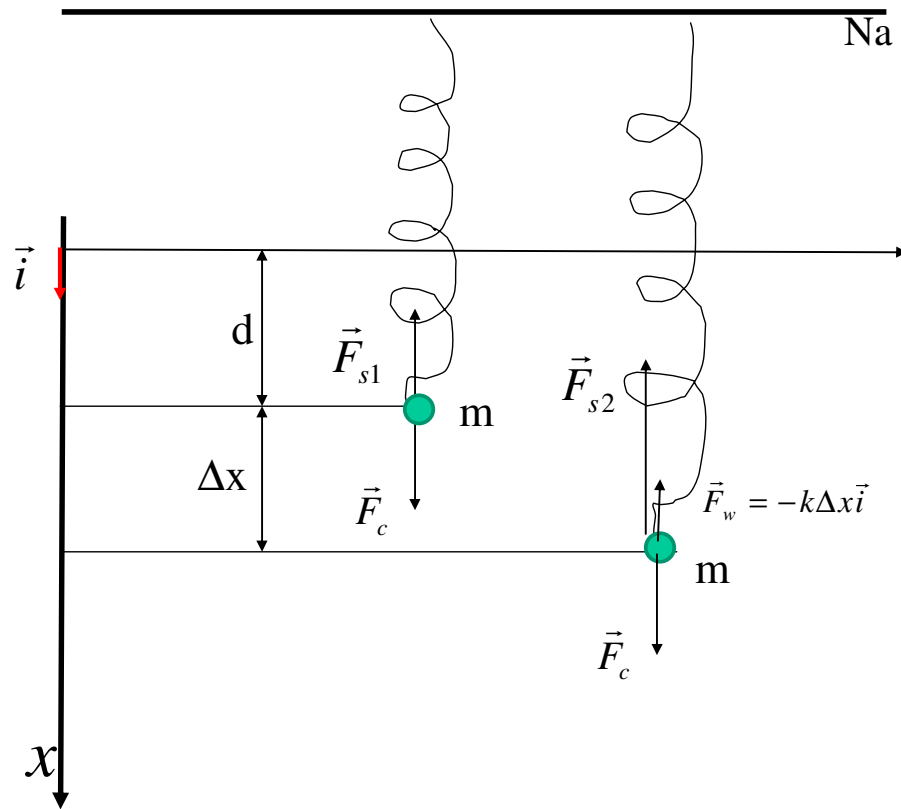
**Zad. 7 (seria V).** Do sprężyny został podwieszony ciężarek o masie  $m$  i wprowadzony w drgania z amplitudą  $A$ .

- Ile wynosi okres tych drgań?
- Ile wynosi całkowita energia drgań?
- Ile wynosi maksymalna szybkość ciężarka w trakcie drgań?

Wiadomo iż sprężyna **po zawieszeniu ciężarka** wydłuża się o  $d$ . Znana jest wartość przyspieszenia ziemskiego  $g$

Dane  $m, A, d, g$

Szukane  $T, E, V_m$



Na ciężarek działają dwie siły

- siła sprężystości sprężyny zwrócona pionowo w górę:

$$\vec{F}_{s1} = -kd\vec{i}$$

gdzie:

$d$  - wydłużenie sprężyny wywołane na skutek zawieszenia ciężarka

$k$  - współczynnik sprężystości sprężyny

- siła ciężkości zwrócona pionowo w dół  $\vec{F}_c = mg\vec{i}$

W stanie równowagi

$$\vec{F}_w = \vec{F}_{s1} + \vec{F}_c = (-kd + mg)\vec{i} = 0$$

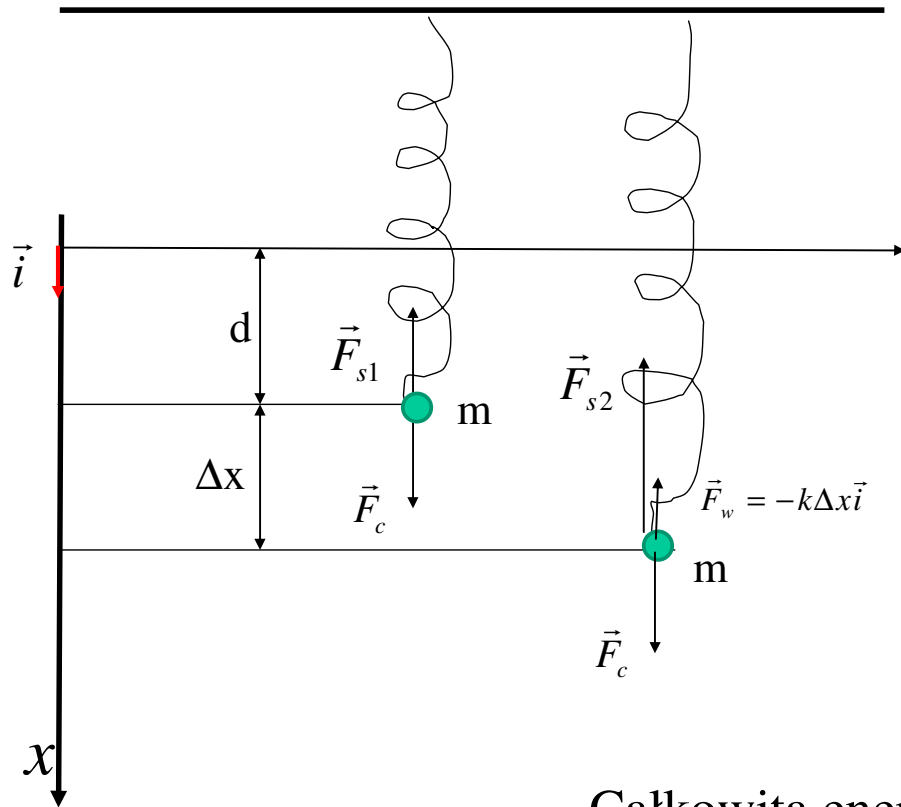
$$\Rightarrow mg = kd \Rightarrow k = \frac{mg}{d}$$

Dalsze wydłużenie sprężyny o  $\Delta x > 0$  (lub skrócenie o  $\Delta x < 0$ ) powoduje zmianę siły sprężystości na  $\vec{F}_{s2} = -k(d + \Delta x)\vec{i}$

Na ciężarek w takim nie równowagowym położeniu siła wypadkowa:

$$\vec{F}_{w2} = \vec{F}_{s2} + \vec{F}_c = [-k(d + \Delta x) + mg]\vec{i} = -k\Delta x\vec{i}$$

proporcjonalna do wychylenia  $\Delta x$  ciała z położenia równowagi w którym  $x=d$ . (a nie jak zwykle  $x=0$ )



Ciało o masie  $m$ , na które działa taka wypadkowa siła porusza się ruchem harmonicznym prostym z częstością kątową równą:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{\frac{mg}{d}}{m}} = \sqrt{\frac{g}{d}}$$

Okres drgań

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{d}{g}}$$

Całkowita energia

$$E = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2}m\frac{g}{d}A^2$$

Maksymalna szybkość ciężarka

$$E = \frac{1}{2}mV_m^2 \Rightarrow V_m = \sqrt{\frac{2E}{m}} \Rightarrow V_m = A\sqrt{\frac{g}{d}}$$