Zad. 6 (seria VI). Dokonano izobarycznego zmniejszenia o połowę objętości zajmowanej przez gaz doskonały o masie *m* znajdujący się początkowo w stanie o temperaturze T_p. Obliczyć pracę wykonaną przez siły zewnętrzne podczas tego procesu, zmianę energii wewnętrznej gazu oraz ciepło które przepłynęło pomiędzy gazem i otoczeniem. Czy w trakcie procesu gaz pobrał ciepło z otoczenia czy go oddał do otoczenia? Masa molowa gazu wynosi μ . Znana jest wartość stałej gazowej *R* oraz ciepło molowe przy stałej objętości C_V .

Dane: $V_k = V_p/2, \mu, T_p, C_v, R, m$ przemiana izobaryczna Szukane: $W, \Delta U, Q$

Praca wykonana przez siły zewnętrzne nad układem gazowym przy zmianie jego objętości od V_p do V_k

$$W = -\int_{V_p}^{V_k} p dV$$

W przemianie izobarycznej

$$p = const \Rightarrow W = -p\int_{V_p}^{V_k} dV = -pV\Big|_{V_p}^{V_k} = -p\left[V_k - V_p\right] = -p\Delta V$$

Pracę wykonaną przez siłę zewnętrzną w przemianie izobarycznej można określić jako wzięty ze znakiem minus iloczyn stałego ciśnienia gazu przez zmianę jego objętości.

$$W = -p\Delta V = -p\left(V_k - V_p\right) = -p\left(\frac{1}{2}V_p - V_p\right) = \frac{1}{2}pV_p$$

$$\frac{pV}{T} = nR \Rightarrow pV_p = nRT_p = \frac{m}{\mu}RT_p \Rightarrow \quad W = \frac{1}{2}pV_p = \frac{m}{2\mu}RT_p$$

Zmiana energii wewnętrznej gazu w procesie prowadzącym do zmiany jego temperatury o ΔT można zawsze wyrazić wzorem: $$\Delta U = nC_V \Delta T = nC_V \left(T_k - T_p\right)$$

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{pV}{T} = nR \\ p = const \end{array}\right\} \to \frac{V}{T} = const \Rightarrow \frac{V_p}{T_p} = \frac{V_k}{T_k} \Rightarrow T_k = T_p \frac{V_k}{V_p} = \frac{1}{2} T_p$$

$$\Delta U = nC_V \left(T_k - T_p\right) = -\frac{1}{2} nC_V T_p = -\frac{m}{2\mu} C_V T_p$$

Energia wewnętrzna układu gazowego maleje.

Ciepło dostarczone do gazu można określić ze wzoru wynikającego z 1 zasady termodynamiki

$$Q = \Delta U - W = -\frac{m}{2\mu} C_V T_p - \frac{m}{2\mu} R T_p = -\frac{m}{2\mu} T_p (C_V + R)$$

$$W = \frac{m}{2\mu} R T_p$$

Jest ono ujemne co oznacza ze ciepło o wartości $\left|Q\right| = \frac{m}{2\mu} T_p (C_V + R)$ gaz oddał do otoczenia

Ciepło Q można też policzyć następująco

$$Q = nC_p \Delta T = nC_p \left(T_k - T_p\right) = -\frac{1}{2} nC_p T_p = -\frac{m}{2\mu} \left(C_V + R\right) T_p$$

gdyż

C_p -ciepło molowe przy stałym ciśnieniu

$$C_p = C_V + R \qquad n = \frac{m}{\mu}$$