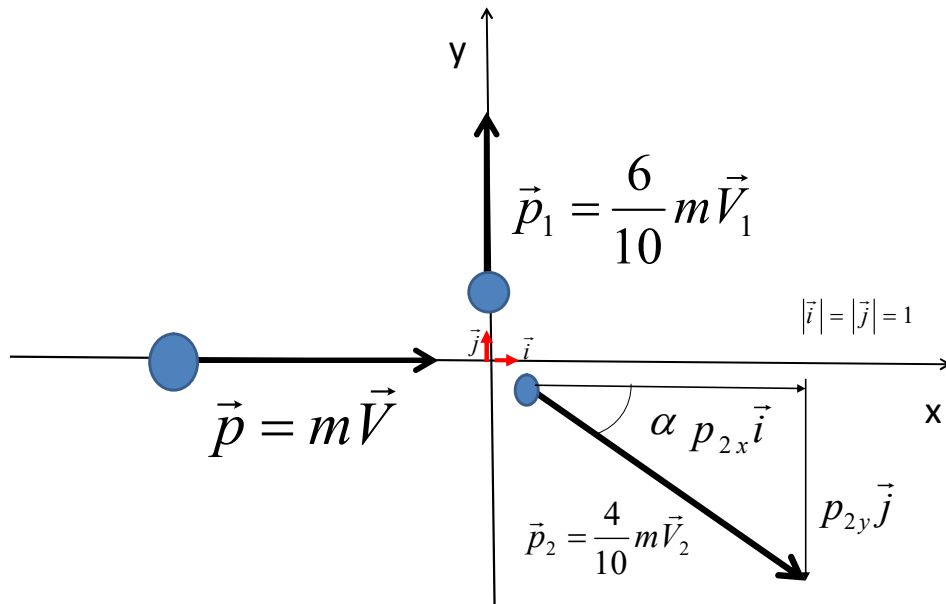


Zad. 6 (seria VI). Granat lecący w pewnej chwili z szybkością V rozerwał się na dwa odłamki. Większy odłamek, którego masa stanowiła 0,6 masy całego granatu kontynuował lot z szybkością V_1 w kierunku prostopadłym do kierunku ruchu granatu przed rozerwaniem. Znaleźć kierunek i szybkość mniejszego odłamka.

Dane: V, V_1 Szukane: V_2, α



Prędkość i pęd granatu przed rozerwaniem

$$\vec{V} = [V_x, V_y] = V\vec{i} = [V, 0]$$

$$\vec{p} = [p_x, p_y] = m\vec{V} = [mV, 0] \Rightarrow p_x = mV, p_y = 0$$

Składowe wektora pędu

Prędkość i pęd odłamka 1 po rozerwaniu granatu

$$\vec{V}_1 = [V_{1x}, V_{1y}] = V_1\vec{j} = [0, V_1]$$

$$\vec{p}_1 = [p_{1x}, p_{1y}] = \frac{6}{10}m\vec{V}_1 = \left[0, \frac{6}{10}mV_1\right] \Rightarrow p_{1x} = 0, p_{1y} = \frac{6}{10}mV_1$$

Prędkość i pęd 2 odłamka po rozerwaniu granatu uzależniamy od nieznanych składowych V_{2x} i V_{2y} jego prędkości, które trzeba wyznaczyć

$$\vec{V}_2 = V_{2x}\vec{i} + V_{2y}\vec{j} = [V_{2x}, V_{2y}]$$

$$\vec{p}_2 = [p_{2x}, p_{2y}] = \frac{4}{10}m\vec{V}_2 = \left[\frac{4}{10}mV_{2x}, \frac{4}{10}mV_{2y}\right] \quad p_{2x} = \frac{4}{10}mV_{2x}, p_{2y} = \frac{4}{10}mV_{2y}$$

Przyjmujemy iż siły zewnętrzne działające na układ złożony z granatu (i jego odłamków) nie występują lub są pomijalnie małe w stosunku do sił wewnętrznych wywołujących rozpad granatu, dlatego pęd układu jest zachowany. Wynika z tego iż to pęd granatu przez rozerwaniem jest równy wektorowej sumie pędów obu odłamków granatu po rozerwaniu.

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \Rightarrow [mV, 0] = \left[0, \frac{6}{10} mV_1 \right] + \left[\frac{4}{10} mV_{2x}, \frac{4}{10} mV_{2y} \right]$$

Powyższe równanie wektorowe jest równoważne poniższym dwóm równaniom skalarnym

$$p_x = p_{1x} + p_{2x} \Rightarrow mV = \frac{4}{10} mV_{2x} + 0 \Rightarrow V_{2x} = \frac{10}{4} V = \frac{5}{2} V \quad \leftarrow \text{Składowe prędkości 2 odłamka}$$

$$p_y = p_{1y} + p_{2y} \Rightarrow 0 = \frac{6}{10} mV_1 + \frac{4}{10} mV_{2y} \Rightarrow V_{2y} = -\frac{6}{4} V_1 = -\frac{3}{2} V_1$$

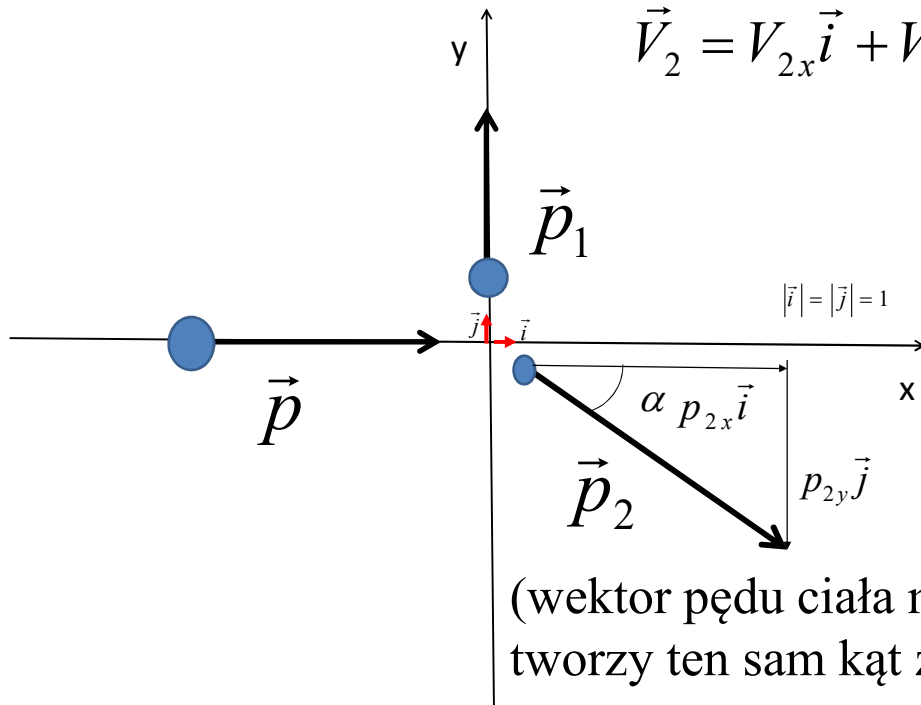
Prędkość 2 odłamka Szybkość 2 odłamka

$$\vec{V}_2 = V_{2x} \vec{i} + V_{2y} \vec{j} \quad |\vec{V}_2| = \sqrt{V_{2x}^2 + V_{2y}^2} = \sqrt{\frac{25}{4} V^2 + \frac{9}{4} V_1^2}$$

Składowe pędu 2 odłamka

$$p_{2x} = \frac{4}{10} mV_{2x} = mV \quad p_{2y} = \frac{4}{10} mV_{2y} = -\frac{6}{10} mV_1 < 0$$

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \left| \frac{p_{2y}}{p_{2x}} \right| = \left| \frac{0,4mV_{2y}}{0,4mV_{2x}} \right| = \left| \frac{V_{2y}}{V_{2x}} \right| = \frac{3V_1}{5V}$$



(wektor pędu ciała ma ten sam kierunek co jego wektor prędkości i tworzy ten sam kąt z osią Ox co wektor prędkości)