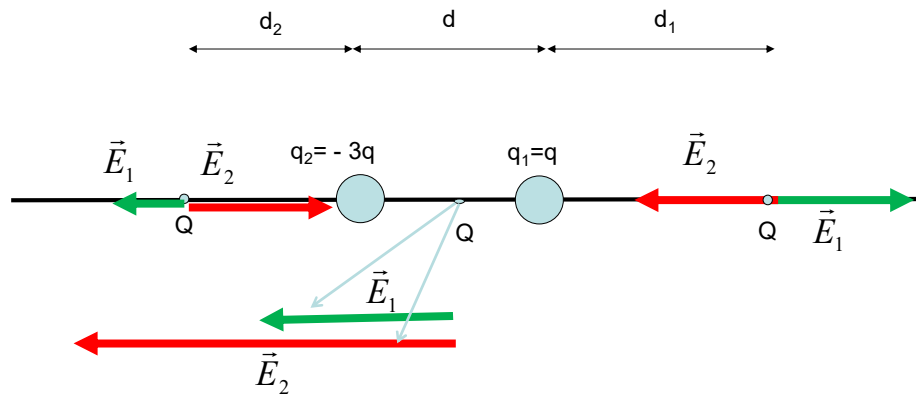


Zad. 5 (seria VIII)



Na ładunek Q działa wypadkowa siła równa $\vec{F} = Q\vec{E}$, gdzie $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ -wypadkowe natężenie pola będące sumą natężeń pól $\vec{E}_1$ oraz $\vec{E}_2$ pochodzących od ładunków q_1 i q_2 określonych w miejscu położenia ładunku Q .

Siła ta jest sumą wektorową sił $\vec{F}_1 = Q\vec{E}_1$ oraz $\vec{F}_2 = Q\vec{E}_2$ działających na ładunek Q ze strony ładunków q_1 i q_2 ($\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$). Siła działająca na ładunek Q jest równa zero wtedy gdy $\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$ czyli gdy $\vec{E}_2 = -\vec{E}_1$ a więc wektory $\vec{E}_1$ oraz $\vec{E}_2$ ($\vec{F}_1$ oraz $\vec{F}_2$) mają przeciwnie zwroty, a także $|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2|$ ($|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2|$), czyli są one równe co do wartości. W punkcie w którym siła wypadkowa równa jest zero oczywiście wypadkowe natężenie pola równe jest zero $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 0$.

Wektor $\vec{E}_2$ natężenia pola pochodzącego od ujemnego ładunku $q_2 < 0$ jest skierowany wzdłuż prostej łączącej punkt w którym określamy natężenie pola z punktem w którym leży ten ładunek q_2 i jest on skierowany w kierunku tego ładunku. Wektor $\vec{E}_1$ natężenia pola pochodzącego od dodatniego ładunku $q_1 > 0$ jest skierowany też wzdłuż prostej łączącej punkt w którym określamy natężenie pola z punktem w którym leży ten ładunek q_1 ale ma on przeciwny zwrot (od tego ładunku). Zwroty tych wektorów są takie jak zwroty wektorów siły działającej ze strony tych ładunków na próbny dodatni ładunek $Q > 0$, która to siła ma charakter odpychający w przypadku ładunku $q_1 > 0$ i przyciągający w przypadku ładunku $q_2 < 0$. Zwroty wektorów natężenia pola w 3 charakterystycznych punktach leżących na prostej przechodzącej przez ładunki q_1 i q_2 pokazano na rysunku.

Widać iż w punktach leżących na prostej łączącej ładunki q_1 i q_2 o przeciwnych znakach wektory $\vec{E}_1$ oraz $\vec{E}_2$ są skierowane równolegle do siebie, przy czym w punktach leżących pomiędzy ładunkami q_1 i q_2 mają ten sam zwrot, a w punktach pozostałych ich zwrot jest przeciwny. Spełnienie warunku $\vec{E}_2 = -\vec{E}_1$ jest możliwe tylko w punktach leżących poza odcinkiem łączącym ładunki q_1 i q_2 (gdzie wektory $\vec{E}_1$ oraz $\vec{E}_2$ mają przeciwnie zwroty). Rozważmy punkty położone na prawo od ładunku q_1 .

Oznaczając przez d_1 odległość punktu w którym znajduje się ładunek Q od miejsca położenia ładunku q_1 widzimy iż

$$E_1 = |\vec{E}_1| = \frac{|\vec{F}_1|}{Q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|q_1|}{d_1^2}; \quad E_2 = |\vec{E}_2| = \frac{|\vec{F}_2|}{Q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|q_2|}{(d + d_1)^2}$$

czyli z warunku $|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2|$ wynika relacja

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|q_1|}{d_1^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|q_2|}{(d + d_1)^2}$$

$$\frac{q}{d_1^2} = \frac{3q}{(d + d_1)^2}$$

$$3d_1^2 = (d + d_1)^2$$

Z uwagi na fakt iż $d_1 > 0$ oraz $d + d_1 > 0$ to równanie powyższe jest równoważne równaniu

$$\sqrt{3}d_1 = d + d_1$$

Rozwiązaniem powyższego równania jest:

$$d_1 = \frac{d}{\sqrt{3}-1} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}d > 0$$

Rozważmy punkty położone na lewo od ładunku q_2 .

Oznaczając przez d_2 odległość punktu w którym znajduje się ładunek Q od miejsca położenia ładunku q_2 widzimy iż

$$E_1 = |\vec{E}_1| = \frac{|\vec{F}_1|}{Q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|q_1|}{(d+d_2)^2} ; E_2 = |\vec{E}_2| = \frac{|\vec{F}_2|}{Q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|q_2|}{d_2^2}$$

czyli z warunku $|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2|$ wynika relacja

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|q_1|}{(d+d_2)^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|q_2|}{d_2^2}$$

$$\frac{q}{(d+d_2)^2} = \frac{3q}{d_2^2}$$

$$3(d+d_2)^2 = d_2^2$$

Z uwagi na fakt iż $d_2 > 0$ oraz $d+d_2 > 0$ to równanie powyższe jest równoważne równaniu

$$\sqrt{3}(d+d_2) = d_2$$

$$d_2(\sqrt{3}-1) = -\sqrt{3}d$$

$$d_2 = \frac{-\sqrt{3}d}{(\sqrt{3}-1)}$$

Rozwiązanie to należy odrzucić gdyż $d_2 < 0$. Rozwiązanie to nie opisuje punktu położonego na lewo od ładunku q_2 .

Ostatecznie więc na ładunek Q nie działa wypadkowa siła tylko w punkcie położonym na

prawo od ładunku q_1 w odległości od niego równej $\frac{1+\sqrt{3}}{2}d$.