

**Zad. 3 (seria V).** Pewne ciało wykonuje ruch harmoniczny o okresie  $T=2s$  i amplitudzie  $A=0,05m$ . Obliczyć stosunek energii kinetycznej ciała do potencjalnej ciała, w chwili, gdy wychylenie wynosi połowę amplitudy. Zakładając, iż w chwili  $t=0$  ciało znajdowało się w położeniu równowagi  $x=0$ , przy czym  $\frac{dx}{dt}(t=0) > 0$ , określić, po jakim czasie wychylenie ciała będzie wynosiło  $x = \frac{A}{2}$  i z prędkością, o jakiej wartości będzie się wówczas ciało poruszało.

Dane:  $A=0,05m, T=2s, x(t=0)=0, \frac{dx}{dt}(t=0) > 0$  Szukane  $E_{kin}/E_{pot}(x=A/2), t_p, V(t=t_p)$

$$x = \frac{A}{2} \Rightarrow E_{pot} = \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2}{8} = \frac{m\omega^2 A^2}{8}$$

$$E = \frac{kA^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2}{2} = const \Rightarrow E_{kin} = E - E_{pot} = \frac{m\omega^2 A^2}{2} - \frac{m\omega^2 A^2}{8} = \frac{3}{8} m\omega^2 A^2$$

$$\frac{E_{kin}}{E_{pot}} = \frac{\frac{3}{8} m\omega^2 A^2}{\frac{1}{8} m\omega^2 A^2} = 3 \quad E_{kin} = \frac{mV^2}{2} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{2E_{kin}}{m}} = \sqrt{\frac{3}{4} \omega^2 A^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \omega A$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow V = \sqrt{3} \frac{\pi A}{T}$$

Szybkość ciała po czasie  $t_p$  po którym  $x=A/2$

$$V = \sqrt{3} \frac{\pi A}{T} = \sqrt{3} \frac{\pi \cdot 0,05m}{2s} = 0,136 \frac{m}{s}$$

## Wyznaczenie czasu $t_p$

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$x(t=0) = 0 \Rightarrow \cos(\varphi_0) = 0 \Rightarrow \varphi_0 = (2n+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \pm A \sin(\omega t)$$

$$\Rightarrow V = \frac{dx}{dt} = \pm \omega A \cos(\omega t) \Rightarrow V(t=0) = \pm \omega A \Rightarrow V(t=0) = \omega A \Rightarrow x = A \sin(\omega t)$$

$$\frac{dx}{dt}(t=0) > 0$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow x = A \sin(\omega t) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$$

$$x(t=t_p) = \frac{A}{2} \Rightarrow A \sin\left(\frac{2\pi}{T} t_p\right) = \frac{A}{2} \Rightarrow \sin\left(\frac{2\pi}{T} t_p\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} t_p = \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow t_p = \frac{T}{12} = \frac{2s}{12} = \frac{1}{6} s = 0,17s$$