

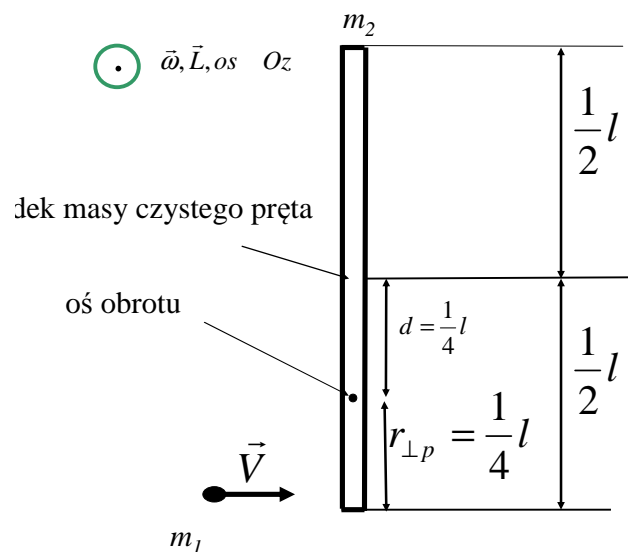
Zad. 2b (seria IV). Pocisk o masie m_1 lecący z szybkością V w kierunku prostopadłym do osi pręta trafia w koniec pręta o długości l i masie m_2 . Pręt ten może się obracać dookoła osi prostopadłej do osi pręta przechodzącej w odległości $l/4$ od końca pręta, w który trafił pocisk. Znaleźć prędkość kątową, z jaką pręt zacznie się obracać, gdy utkwi w nim pocisk.

Dane $l, V, m_1, m_2, r_{\perp p} = l/4$

Szukane ω

Rzut wypadkowego momentu siły na oś obrotu Oz jest równy zero. A zatem rzut wypadkowego momentu pędu układu złożonego z pocisku i pręta na tę oś jest zachowany w trakcie zderzenia. Przy odpowiednim obraniu zwrotu osi Oz składowa z-owa momentu pędu jest równa długości wektora momentu pędu rozważanego układu określonego względem punktu leżącego na pręcie na osi obrotu (wektor momentu pędu jest równoległy do osi obrotu). Przed zderzeniem wkład do tego momentu wnosi tylko pocisk

$$L_{pocz,z} = |\vec{L}_{pocz}| = r_{\perp p} |\vec{p}_p| = \frac{l}{4} \cdot m_1 V = \frac{1}{4} l m_1 V$$

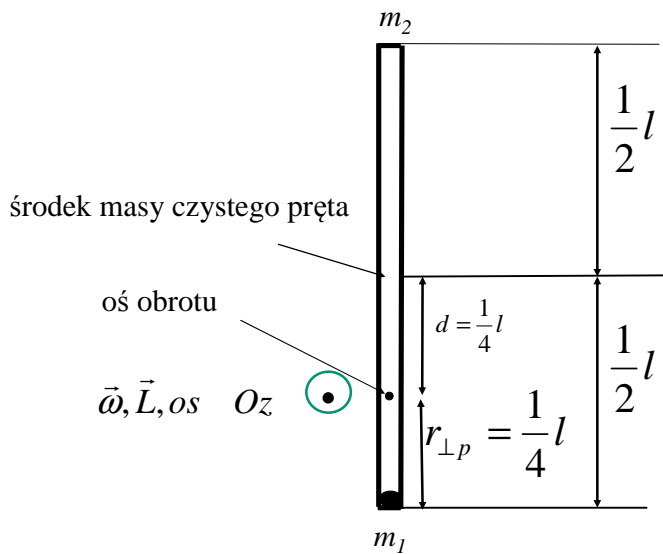


Po zderzeniu z-ową składową momentu pędu układu złożonego z obracającego się pręta z pociskiem można wyznaczyć ze wzoru

$$L_{konc,z} = I\omega$$

gdzie

ω - wartość prędkości kątowej ruchu obrotowego pręta
 I - moment bezwładności układu złożonego z pręta z pociskiem względem osi obrotu.



$$L_{pocz,z} = L_{konc,z} \Rightarrow \frac{1}{4} l m_1 V = I \omega \Rightarrow \omega = \frac{l m_1 V}{4I}$$

Określenie I - momentu bezwładności układu złożonego z pręta z pociskiem względem osi obrotu.

$$I = I_{poc} + I_{pr}$$

Moment bezwładności pocisku

$$I_{poc} = m_1 r_{\perp p}^2 = m_1 \cdot \left(\frac{l}{4}\right)^2 = \frac{1}{16} m_1 l^2$$

Moment bezwładności pręta (tw. Steinera) gdzie $I_{pr} = I_0 + m_2 d^2 = \frac{1}{12} m_2 l^2 + \frac{1}{16} m_2 l^2 = \frac{7}{48} m_2 l^2$

$I_0 = \frac{1}{12} m_2 l^2$ moment bezwładności pręta względem osi przechodzącej przez środek masy prostopadłej do pręta

$d = \frac{l}{2} - r_{\perp p} = \frac{l}{4}$ Odległość między osią obrotu a środkiem masy czystego pręta (bez pocisku)

A zatem $I = I_{poc} + I_{pr} = \frac{1}{16} m_1 l^2 + \frac{7}{48} m_2 l^2 = \frac{l^2}{48} (3m_1 + 7m_2)$

$$\omega = \frac{l m_1 V}{4I} = \frac{l m_1 V}{4 \cdot \frac{l^2}{48} (3m_1 + 7m_2)} = \frac{12 m_1 V}{l (3m_1 + 7m_2)}$$