Zad. 2 (seria V)

Ponieważ ruch ciała o masie m=5kg odbywał się po linii prostej a siła naciągu nici nie ulegała zmianom podczas tego ruchu to praca siły naciągu nici przy przemieszczeniu ciała o wektor $\Delta\vec{r}$ o długości $|\Delta\vec{r}| = d$ =2m była równa

$$W_N = \vec{F}_N \cdot \Delta\vec{r} = |\vec{F}_N||\Delta\vec{r}|\cos(\pi) = -F_N d$$

W obliczeniach wykorzystano fakt iż wektory siły naciągu nici $\vec{F}_N$ i przemieszczenia $\Delta\vec{r}$ mają przeciwny zwrot a zatem kąt między nimi jest równy π.

Wartość tej siły można określić porównując dwa wzory na wartość siły wypadkowej.
Z jednej strony wartość siły wypadkowej $\vec{F}_w = \vec{F}_c + \vec{F}_N$ można powiązać z wartością przyspieszenia z jakim porusza się ciało

$$|\vec{F}_w| = m|\vec{a}| = m\frac{g}{4} \qquad (*).$$

Z drugiej strony wartość siły wypadkowej jest równa

$$|\vec{F}_w| = |\vec{F}_c| - |\vec{F}_N| = mg - F_N \qquad (**)$$

Zapisując wzór (**) wartości sił $\vec{F}_c$ i $\vec{F}_N$ odejmujemy gdyż siła ciężkości $\vec{F}_N$ ma przeciwny zwrot niż siła $\vec{F}_c$ przy czym ponieważ wektor przyspieszenia ma taki zwrot jak siła $\vec{F}_c$, to siła wypadkowa mająca ten sam zwrot co wektor przyspieszenia ma także ten sam zwrot co siła $\vec{F}_c$ i wielkość $|\vec{F}_c| - |\vec{F}_N| = mg - F_N > 0$ jest równa wartości siły wypadkowej

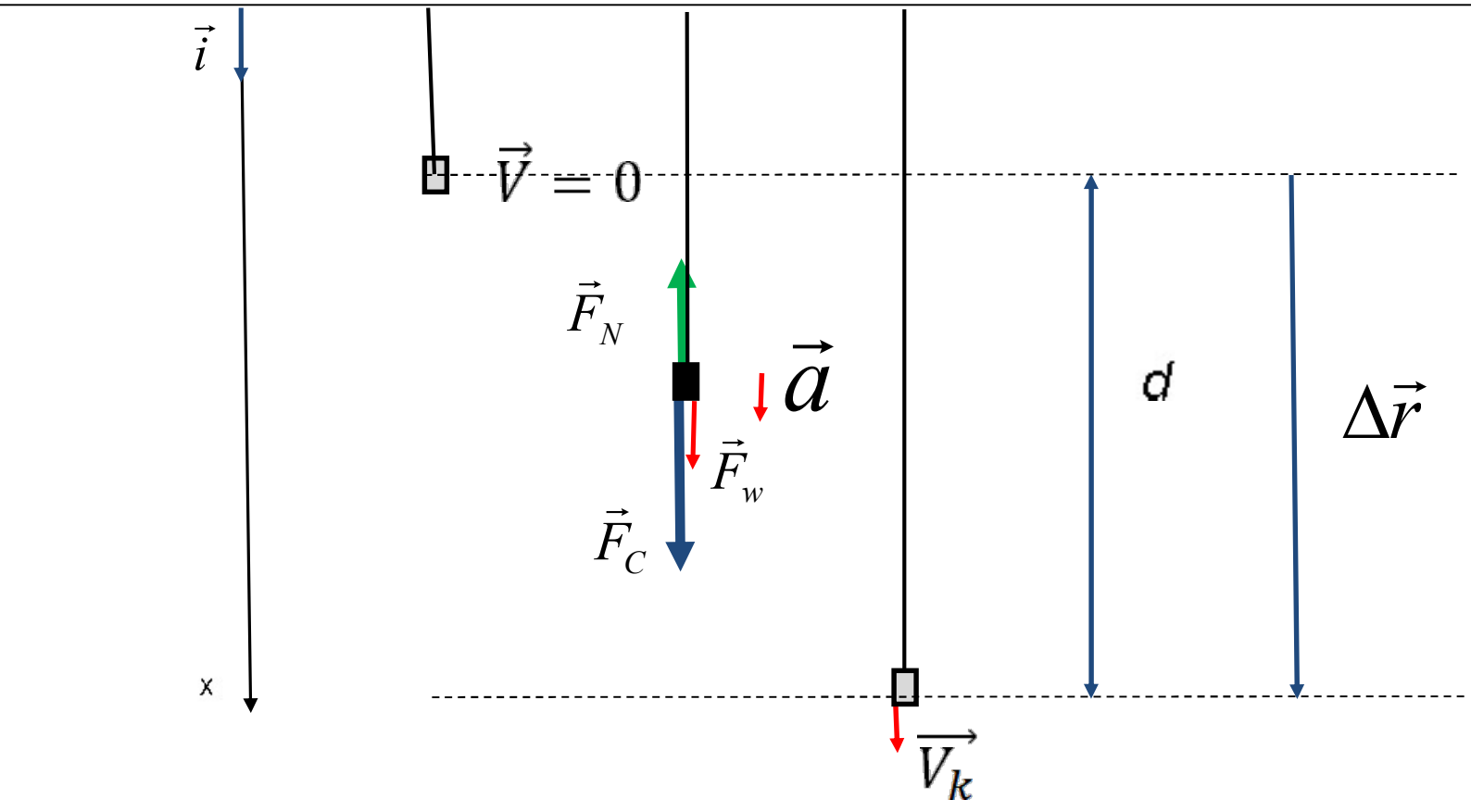
Porównując wzory (*) i (**) otrzymujemy relacje

$$m\frac{g}{4} = mg - F_N$$

skąd wynika iż

$$|\vec{F}_N| = F_N = \frac{3}{4}mg$$

Do relacji tej można tez dojść wprowadzając oś Ox jednowymiarowego układu współrzędnych skierowaną pionowo do dołu i obierając konsekwentnie zwrot wersora $\vec{i}$ określającego zwrot tej osi do dołu.



Wówczas moglibyśmy zapisać

$$\vec{F}_w = \vec{F}_c + \vec{F}_N = (mg - F_N)\vec{i} = m\vec{a} = m|\vec{a}|\vec{i} = m\frac{g}{4}\vec{i} \ .$$

A zatem $mg - F_N = m\frac{g}{4}$ skąd wynika iż $F_N = \frac{3}{4}mg$.

Ostatecznie poszukiwana praca siły naciągu nici jest równa

$$W_N = -|\vec{F}_N|d = -\frac{3}{4}mgd = 0{,}75*4\text{kg}*9{,}81\text{m/s}^2*2\text{m} = -58{,}86\text{J}$$

Prace siły ciężkości podczas ruchu można policzyć w analogiczny sposób co daje

$$W_c = \vec{F}_c \cdot \Delta\vec{r} = |\vec{F}_c||\Delta\vec{r}|\cos(0) = |\vec{F}_c|d = mgd = 4\text{kg}*9{,}81\text{m/s}^2*2\text{m} = 78{,}48\text{J}$$

W obliczeniach wykorzystano fakt iż wektory siły ciężkości $\vec{F}_c$ i przemieszczenia $\Delta\vec{r}$ mają ten sam zwrot a zatem kąt między nimi jest równy 0.

Prace siły wypadkowej podczas ruchu można policzyć także w analogiczny sposób co daje

$$W_w = \vec{F}_w \cdot \Delta\vec{r} = |\vec{F}_w||\Delta\vec{r}|\cos(0) = |\vec{F}_w|d = \frac{1}{4}mgd = 0{,}25*4\text{kg}*9{,}81\text{m/s}^2*2\text{m} = 19{,}62\text{J}$$

W obliczeniach wykorzystano fakt iż wektory siły wypadkowej $\vec{F}_w$ i przemieszczenia $\Delta\vec{r}$ mają ten sam zwrot a zatem kąt między nimi jest równy 0.

Jest ona równa oczywiście sumie prac wykonanych przez wszystkie siły podczas ruchu a zatem

$$W_w = W_c + W_N = mgd - \frac{3}{4}mgd = \frac{1}{4}mgd$$

Określona powyżej praca siły wypadkowej jest równa zmianie energii kinetycznej podczas ruchu. Ponieważ w chwili początkowej ciało spoczywało to jego energia kinetyczna na początku ruchu była równa zeru. A zatem energia kinetyczna w chwili końcowej gdy ciało pokonało drogę o długości była równa pracy siły wypadkowej

$$E_{kin,k} = W_w = \frac{1}{4}mgd = 19{,}62\text{J}$$

Znając ta energie można określić szybkość jaką osiągnęło ciało w tym czasie

$$E_{kin,k} = \frac{mV_k^2}{2} \Rightarrow \frac{1}{4}mgd = \frac{mV_k^2}{2} \Rightarrow V_k = \sqrt{\frac{gd}{2}} = 3{,}13\text{m/s}$$