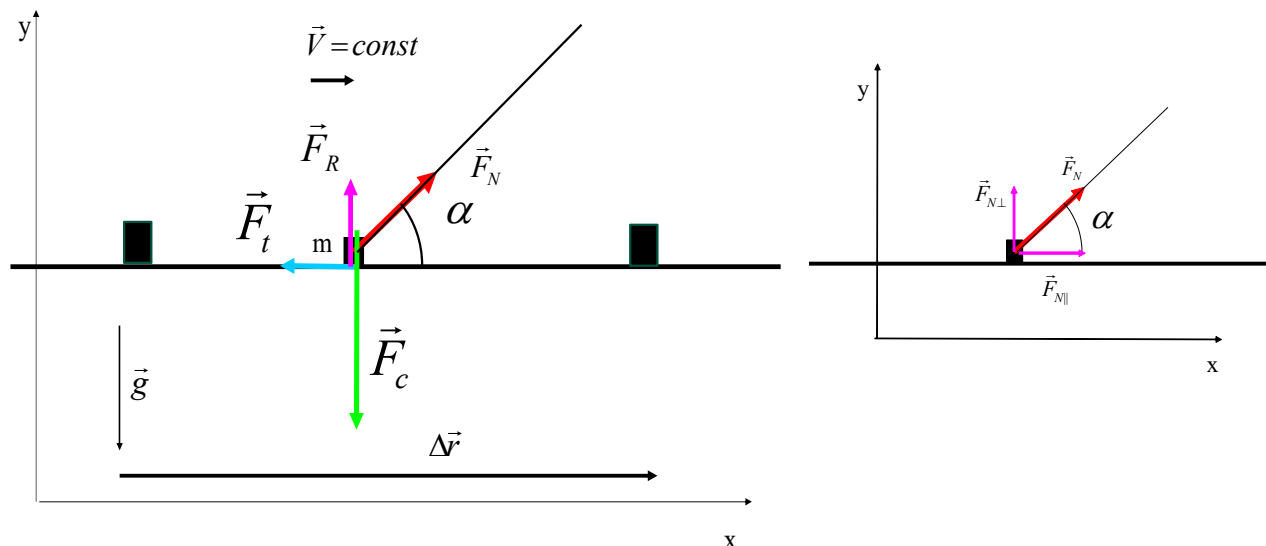


Zad. 1 seria V.



Na sanki działają następujące siły

- siła ciężkości $\vec{F}_c$ skierowana pionowo w dół o wartości $F_c = mg$
- siła reakcji podłoża $\vec{F}_R$ skierowana pionowo do góry
- siła z jaką sanki ciągnie chłopiec. Siła ta jest równa sile naciągu sznurka $\vec{F}_N$, który trzyma chłopiec. Można ją przedstawić jako wektorową sumę dwóch sił: siły $\vec{F}_{N||}$ o wartości $F_{N||} = F_N \cos(\alpha)$ skierowanej równoległe do podłoża i siły $\vec{F}_{N\perp}$ o wartości $F_{N\perp} = F_N \sin(\alpha)$ skierowanej w kierunku prostopadłym do podłoża gdzie F_N – oznacza wartość siły naciągu sznurka.
- siła tarcia $\vec{F}_t$ skierowana w kierunku przeciwnym do kierunku ruchu sanek

Siła wypadkowa jest równa $\vec{F}_w = \vec{F}_c + \vec{F}_R + \vec{F}_N + \vec{F}_t = \vec{F}_c + \vec{F}_R + \vec{F}_{N||} + \vec{F}_{N\perp} + \vec{F}_t$

Dokonując rozkładu tych sił w przyjętym na rysunku układzie współrzędnych mamy

$$\vec{F}_w = -F_c \vec{j} + \vec{F}_R \vec{j} + F_{N||} \vec{i} + F_{N\perp} \vec{j} - F_t \vec{i} = (F_{N||} - F_t) \vec{i} + (-F_c + F_R + F_{N\perp}) \vec{j} = [F_{N||} - F_t, -F_c + F_R + F_{N\perp}]$$

czyli składowe x-owa i y-owa siły wypadkowej są równe:

$$F_{wx} = F_{N||} - F_t - F_c \quad F_{wy} = -F_c + F_R + F_{N\perp}$$

Z faktu iż sanki nie poruszają się w kierunku pionowym z przyspieszeniem wynika iż składowa y-owa siły wypadkowej musi być równa 0 skąd wynika iż

$$F_{wy} = -F_c + F_R + F_{N\perp} = -mg + F_R + F_N \sin(\alpha) = 0$$

czyli

$$F_R = mg - F_N \sin(\alpha).$$

Powyższa relacja wyraża fakt iż siły działające w kierunku prostopadłym do podłoża równoważą się czyli $\vec{F}_c + \vec{F}_R + \vec{N}_{\perp} = \vec{0}$.

Wartość siły tarcia działającej na sanki można określić wzorem

$$F_t = \mu F_R = \mu(mg - F_N \sin(\alpha)).$$

Ponieważ ruch sanek odbywa się ze stałą prędkością bez przyspieszenia to również składowa x-owa siły wypadkowej musi być równa zero bo z II zasady dynamiki Newtona wynika iż $\vec{F}_w = \vec{0}$

A zatem

$$F_{wx} = F_{N||} - F_t = F_N \cos(\alpha) - \mu(mg - F_N \sin(\alpha)) = 0$$

skąd wynika relacja

$$F_N \cos(\alpha) - \mu(mg - F_N \sin(\alpha)) = 0$$

z której można wyznaczyć wartość siły naciągu sznurka (równej sile z jaką człowiek ciągnie sanki)

$$F_N = \frac{mg\mu}{\cos(\alpha) + \mu \sin(\alpha)} = 1,36 \text{ N}$$

Pracę wykonaną przez stałą w czasie siłę $\vec{F}$ podczas ruchu ciała, na które działa ta siła, po linii prostej wówczas, gdy podczas ruchu zmiana wektora wodzącego ciała jest równa

$\Delta\vec{r}$ można określić ze wzoru $W_F = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = |\vec{F}| |\Delta\vec{r}| \cos(\beta)$ gdzie β - kąt między

wektorami $\vec{F}$ i $\Delta\vec{r}$.

Przy liczeniu pracy siły $\vec{F}_N$ z jaką chłopiec ciągnie sanki na drodze o długości d mamy

$$\beta = \alpha = 45^\circ, |\Delta\vec{r}| = d = 2m, F_N = \frac{mg\mu}{\cos(\alpha) + \mu \sin(\alpha)} = 1,36N \text{ a zatem}$$

$$W_N = |\vec{F}_N| |\Delta\vec{r}| \cos(\beta) = \frac{mg\mu d \cos(\alpha)}{\cos(\alpha) + \mu \sin(\alpha)} = 1,36N \cdot 2m \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 1,92J$$

Przy liczeniu pracy siły tarcia $\vec{F}_t$ na drodze o długości d mamy

$$\beta = \pi, |\Delta\vec{r}| = d = 2m,$$

$$F_t = \mu(mg - F_N \sin \alpha) = \mu mg \left(1 - \frac{\mu \sin \alpha}{\cos(\alpha) + \mu \sin(\alpha)} \right) = \frac{\mu mg \cos(\alpha)}{\cos(\alpha) + \mu \sin(\alpha)}$$

a zatem

$$W_t = |\vec{F}_t| |\Delta\vec{r}| \cos(\pi) = -F_t d = -\frac{mg\mu \cos(\alpha) d}{\cos(\alpha) + \mu \sin(\alpha)} = -W_N = -1,92J$$

Praca siły wypadkowej jest równa 0 gdyż siła wypadkowa jest równa 0. Z drugiej strony jest ona równa sumie obliczonych prac siły naciągu sznurka, siły tarcia oraz siły ciężkości $\vec{F}_c$ i siły reakcji podłoża $\vec{F}_R$. Jednakże siły ciężkości $\vec{F}_c$ i reakcji podłoża $\vec{F}_R$ nie wykonują pracy gdyż są skierowane prostopadłe do kierunku ruchu sanek (w ich przypadku $\beta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos(\beta) = 0$) A zatem suma prac siły naciągu sznurka i siły tarcia musi być równa 0, co jest zgodne z wynikami przeprowadzonych obliczeń.