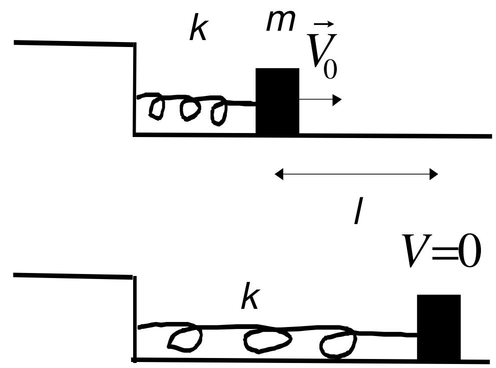
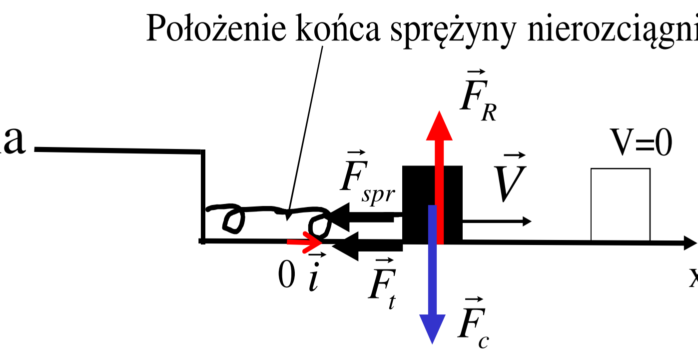
Zad. 18b (seria III). Klocek o masie m ma w chwili początkowej prędkość o wartości V_0 skierowaną w prawo i zajmuje takie położenie, iż sprężyna o współczynniku sprężystości k nie wywiera na niego żadnej siły tzn. nie jest ani rozciągnięta, ani ściśnięta. Klocek ten przesuwa się w prawo na pewną odległość i zatrzymuje się. Określić odległość l, na jaką przesunie się klocek. Zadanie rozwiązać uwzględniając wpływ siły tarcia na ruch klocka przy czym współczynnik tarcia między klockiem a stołem jest równy μ. Współczynnik sprężystości sprężyny wynosi k, wartość przyspieszenia ziemskiego jest równa g.



Dane V_0, k, μ, g, m Szukane l

Siła sprężystości działająca na klocek jest równa

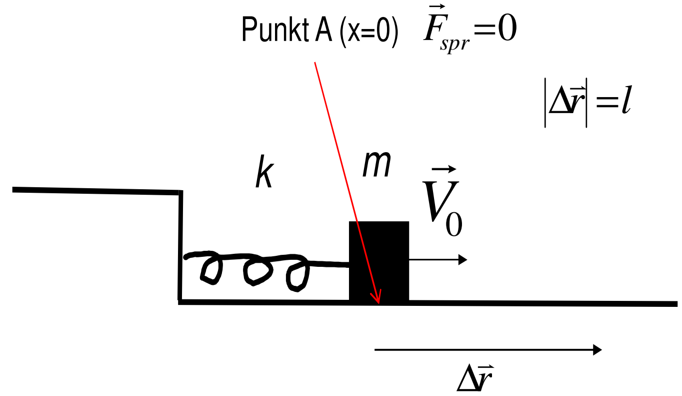
$$\vec{F}_{spr} = -kx\vec{i}$$



Siła ta jest siłą zachowawczą i można w jej przypadku wprowadzić pojęcie energii potencjalnej równej $E_{pot,spr} = k\dfrac{x^2}{2}$. W punkcie w którym sprężyna nie jest ściśnięta ani rozciągnięta energia ta jest równa zeru.

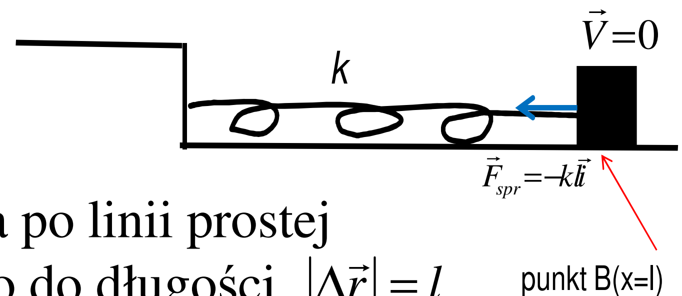
Siły ciężkości i reakcji nie wykonują pracy podczas ruchu klocka . Jedyną siłą wykonująca prace oprócz siły sprężystości jest siła tarcia. Siła tarcia jest jedyną siłą niezachowawczą wykonującą pracę . Wiadomo ponadto iż przyspieszenie ciała skierowane równolegle do toru prostoliniowego $\vec{F}_c + \vec{F}_R = 0 \Rightarrow \vec{F}_R = -\vec{F}_c \Rightarrow \left|\vec{F}_R\right| = \left|\vec{F}_c\right| = mg$

energia $E = E_{kin} + E_{pot,spr}$



$$E(A) = E_{kin}(A) + E_{pot,spr}(A) = E_{kin}(A) = \frac{mV_0^2}{2}$$

$$E(B) = E_{kin}(B) + E_{pot,spr}(B) = E_{pot,spr}(B) = \frac{kl^2}{2}$$



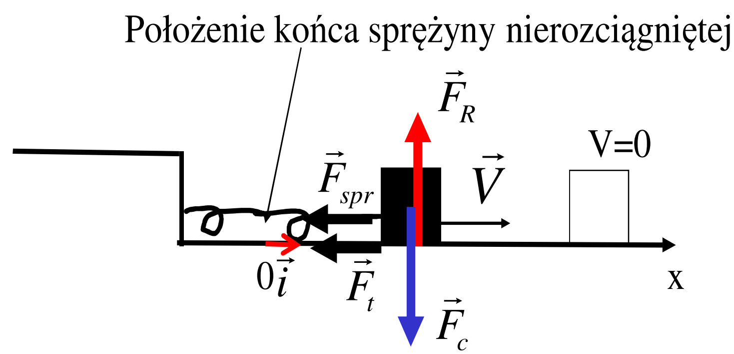
$$E(B) = E(A) + W_{t,A\to B}$$

$W_{t,A\to B}$ praca siły tarcia przy przesunięciu klocka po linii prostej od punktu A do B o wektor $\Delta\vec{r}$ równy co do długości $|\Delta\vec{r}| = l$

$$F_t = |\vec{F}_t| = \mu|\vec{F}_R| = mg\mu \qquad \vec{F}_t = -mg\mu\vec{i} \qquad \Delta\vec{r} = l\vec{i}$$

$$\vec{F}_t = const \Rightarrow W_{t,A\to B} = \vec{F}_t \cdot \Delta\vec{r} =$$

$$= F_t l\cos(\pi) = -F_t l = -mg\mu l$$



$$E(B) = E(A) + W_{t,A\to B} \Rightarrow$$

$$\frac{kl^2}{2} = \frac{mV_0^2}{2} - mg\mu l \Rightarrow \frac{kl^2}{2} + mg\mu l - \frac{mV_0^2}{2} = 0$$

$$\frac{kl^2}{2} + mg\mu l - \frac{mV_0^2}{2} = 0$$

Pierwiastki równania

$$l = \frac{-mg\mu \pm \sqrt{m^2 g^2 \mu^2 - 4 \cdot \frac{k}{2} \cdot \left(-\frac{mV_0^2}{2}\right)}}{2\frac{k}{2}} = \frac{-mg\mu \pm \sqrt{m^2 g^2 \mu^2 + kmV_0^2 \cdot}}{k}$$

Poszukiwana odległość odpowiada dodatniemu pierwiastkowi równania

$$l = \frac{-mg\mu + \sqrt{m^2 g^2 \mu^2 + kmV_0^2 \cdot}}{k}$$