Zad. 15 (seria V). Dane jest równanie opisujące falę poprzeczną rozchodzącą się w napiętym sznurze: $y(x,t) = 0{,}5\cos(\pi(x - 2{,}0t))$. Zakładamy, iż wszystkie wielkości są określone w podstawowych jednostkach układu SI. Znaleźć amplitudę, częstotliwość drgań, długość fali oraz maksymalną prędkość i maksymalne przyspieszenie cząsteczek sznura w ruchu poprzecznym.

Równanie fali harmonicznej rozchodzącej się w w kierunku wyznaczonym przez zwrot osi Ox można opisać wzorem:

$$y(x,t) = A\cos(kx - \omega t - \delta_0)$$

Zgodnie z treścią zadania wychylenie punktu sznura od położenia równowagi w punkcie o współrzędnej *x* w chwili czasu *t*

$$y(x,t) = 0{,}5\cos(\pi(x - 2{,}0t))$$

Z porównania obu wzorów $\delta_0 = 0$

Amplituda: **A=0,5m** liczba falowa $k = \pi \frac{1}{m}$

Częstość kołowa drgań $\omega = 2{,}0\pi \frac{1}{s}$

A zatem **długość fali** $\lambda = \frac{2\pi}{k} = 2m$

Częstotliwość drgań $f = \frac{\omega}{2\pi} = 1\frac{1}{s} = 1Hz$

$$y(x,t) = A\cos(kx - \omega t - \delta_0) = A\cos(\omega t - kx + \delta_0)$$

Zależność od czasu prędkości punktów sznura w ruchu poprzecznym (prostopadłym do kierunku rozchodzenia się fali) wzdłuż osi oy wyraża wzór

$$V_y = \frac{dy}{dt} = -A\omega\sin(\omega t - kx + \delta_0) = A\omega\sin(kx - \omega t - \delta_0)$$

$$\frac{d(\cos(bt+c))}{dt} = -b\sin(bt+c)$$

b,c-stałe

Moduł maksymalnej prędkości punktów sznura w tym ruchu

$$\left|V_y\right|_{\max} = A\omega = 0{,}5m \cdot 2\pi\frac{1}{s} = \pi\frac{m}{s}$$

Zależność od czasu przyspieszenia punktów sznura w ruchu poprzecznym (prostopadłym do kierunku rozchodzenia się fali)

$$a_y = \frac{dV_y}{dt} = -A\omega^2\cos(\omega t - kx + \delta_0) = -A\omega^2\cos(kx - \omega t - \delta_0)$$

$$\frac{d(\sin(bt+c))}{dt} = b\cos(bt+c)$$

b,c-stałe

Moduł maksymalnego przyspieszenia punktów sznura w tym ruchu

$$\left|a_y\right|_{\max} = A\omega^2 = 0{,}5m \cdot 4\pi^2\frac{1}{s^2} = 2\pi^2\frac{m}{s^2}$$