

**Zad. 14 (seria III).** Sanki ześlizgują się z pagórka, którego zbocze ma długość  $l$  i jest nachylone pod kątem  $\alpha$  do poziomu. Jaką odległość przebędą sanki na odcinku poziomym po zjechaniu ze zbocza, jeżeli na całej drodze współczynnik tarcia wynosi  $\mu$ ?

Dane  $l, \alpha, \mu$

Szukane  $d$

Podczas ruchu ciała na ciało (sanki) działają wyłącznie siły tarcia, ciężkości i siła reakcji. Siła reakcji jest skierowana zawsze prostopadłe do toru ruchu ciała i nie wykonuje pracy. Siłą ciężkości jest siłą zachowawczą i można wprowadzić dla niej pojęcie energii potencjalnej.

$$E_{pot} = mgy \quad \begin{array}{l} y - \text{wysokość nad poziomem odniesienia} \\ \text{odpowiadającym np. położeniu punktów B i C} \end{array}$$

Jedyną siłą niezachowawczą wykonującą prace w trakcie ruchu ciała jest siła tarcia.

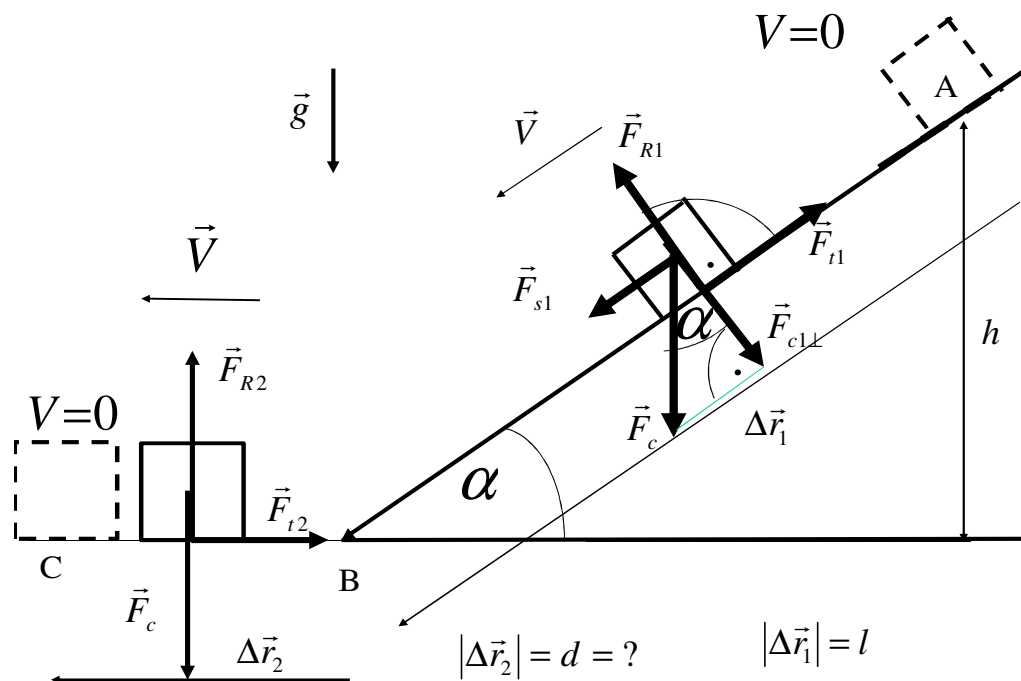
$$E(C) = E(A) + W_{t,A \rightarrow C}$$

gdzie 
$$E = E_{kin} + E_{pot} = \frac{mV^2}{2} + mgy$$

$E(A)$  - energia na szczycie pagórka

$E(C)$  - energia po zatrzymaniu sanek

$W_{t,A \rightarrow C}$  - Praca siły tarcia na całej drodze od punktu A do C

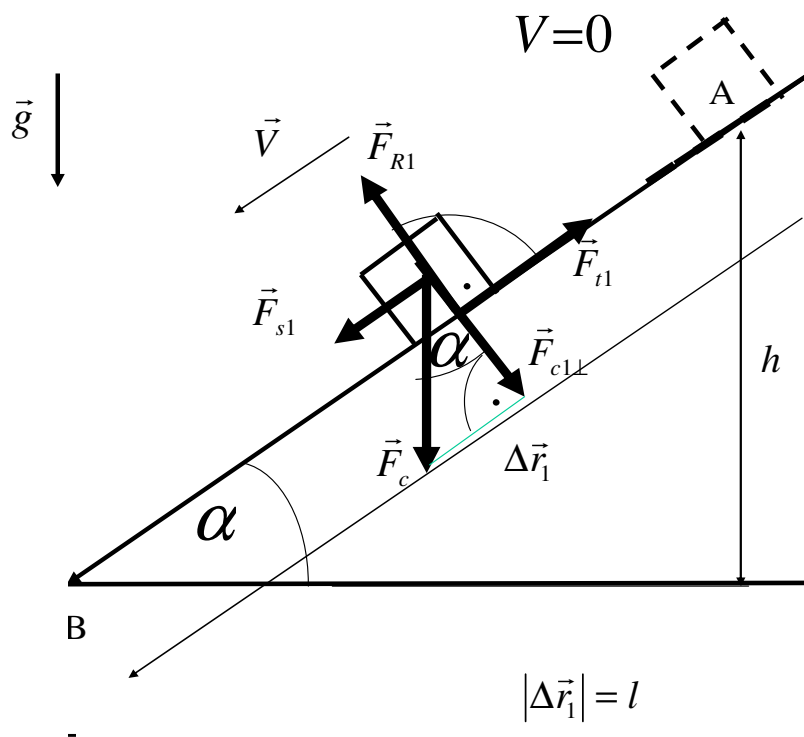


## Analiza ruchu po zboczach pagórka

Ponieważ w kierunku prostopadłym do zbocza działają tylko przeciwnie skierowane do siebie siła reakcji  $\vec{F}_{R1}$  oraz siła  $\vec{F}_{c1\perp}$  będąca rzutem na kierunek prostopadły do zbocza siły ciężkości  $\vec{F}_c = m\vec{g}$  a ciało nie posiada składowej przyspieszenia w kierunku prostopadłym do zbocza, to  $\vec{F}_{R1} = -\vec{F}_{c1\perp}$  i

$$|\vec{F}_{t1}| = |\vec{F}_{R1}| \mu = |\vec{F}_{c1\perp}| \mu \quad \cos(\alpha) = \frac{|\vec{F}_{c1\perp}|}{|\vec{F}_c|} \Rightarrow \quad |\vec{F}_{t1}| = |\vec{F}_c| \cos(\alpha) \mu = mg \cos(\alpha) \mu$$

$$W_{t,A \rightarrow B} = \vec{F}_{t1} \cdot \Delta\vec{r}_1 = |\vec{F}_{t1}| l \cos(\pi) = -|\vec{F}_{t1}| l = -mg \cos(\alpha) \mu l$$



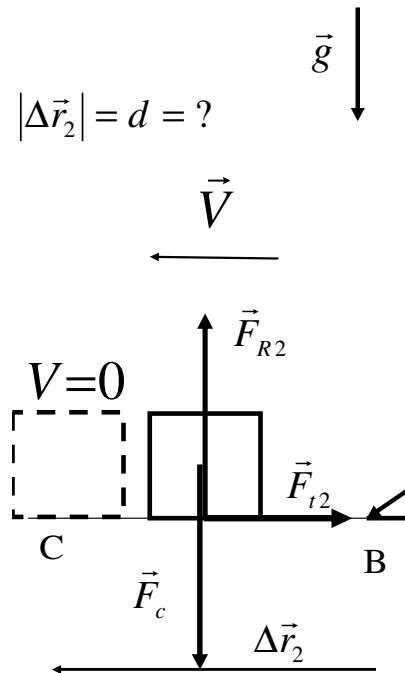
$W_{t,A \rightarrow B}$  - Praca siły tarcia na drodze od punktu A do B (podczas zsuwania się z pagórka)

## Analiza ruchu na odcinku poziomym

Ponieważ w kierunku prostopadłym do poziomej powierzchni działają tylko przeciwnie skierowane do siebie siła reakcji  $\vec{F}_{R2}$  oraz siła ciężkości  $\vec{F}_c$   $\vec{F}_c = m\vec{g}$  a ciało nie posiada składowej przyspieszenia w kierunku prostopadłym do powierzchni, to  $\vec{F}_{R2} = -\vec{F}_c$  i

$$|\vec{F}_{t2}| = |\vec{F}_{R2}|\mu = |\vec{F}_c|\mu = mg\mu$$

$$W_{t,B \rightarrow C} = \vec{F}_{t2} \cdot \Delta\vec{r}_2 = |\vec{F}_{t2}|d \cos(\pi) = -|\vec{F}_{t2}|d = -mg\mu d$$



$W_{t,B \rightarrow C}$  - Praca siły tarcia na drodze od punktu B do C (podczas ruchu po poziomej powierzchni)

Określenie energii w punktach A i C

$$E(A) = E_{kin}(A) + E_{pot}(A) = E_{pot}(A) = mgh = mgl \sin(\alpha)$$

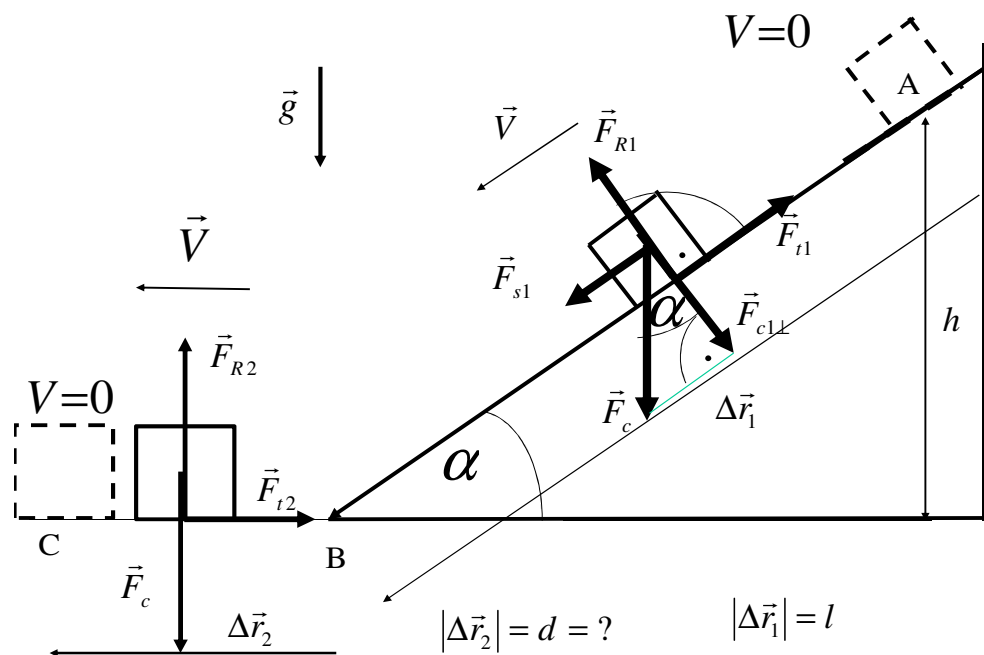
$$E(C) = E_{kin}(C) + E_{poc}(C) = 0 + 0 = 0$$

Związek energii w punktach A i C

$$E(C) = E(A) + W_{t,A \rightarrow C} \quad \text{gdzie} \quad W_{t,A \rightarrow C} = W_{t,A \rightarrow B} + W_{t,B \rightarrow C}$$

$$W_{t,A \rightarrow B} = -mg \cos(\alpha) \mu l \quad W_{t,B \rightarrow C} = -mgd \mu$$

$$0 = mgl \sin(\alpha) - mg \cos(\alpha) l \mu - mgd \mu \Rightarrow$$



$$\Rightarrow 0 = l \sin(\alpha) - \cos(\alpha) l \mu - d \mu \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d = l \left[ \frac{\sin(\alpha)}{\mu} - \cos(\alpha) \right]$$