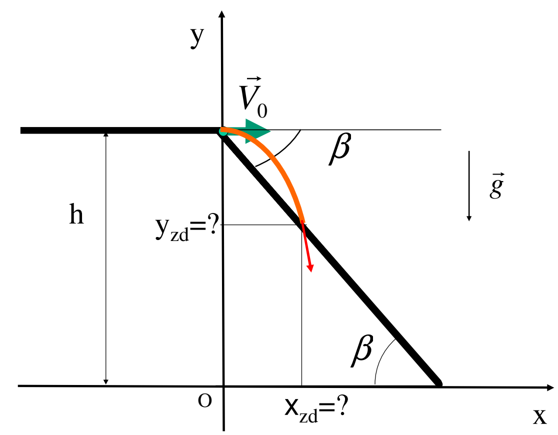
Zad. 14 (seria I). U szczytu zbocza o wysokości h wznoszącego się pod kątem β do poziomu wystrzelono kulę z armaty. Kula wyleciała z lufy z prędkością o wartości V_0 poziomo (w kierunku równoległym do osi Ox) jak pokazano na rysunku. Na kulę działa wyłącznie siła ciężkości zwrócona pionowo w dół. Znana jest wartość przyspieszenia ziemskiego g.

Wyznaczyć w przyjętym na rysunku układzie współrzędnych

a) równanie toru kuli,
b) współrzędne punktu, w którym kula trafi w zbocze,
c) czas po którym kula uderzy w zbocze,
d) wartość prędkości kuli w chwili uderzenia w zbocze.



Dane V_0, g, h, β

Szukane $y(x), x_{zd}, y_{zd}, t_{zd}, \left|\vec{V}_z\right| = ?$

Z rozwiązania zadania 13 wynika iż równanie toru kuli ma postać $y_k(x) = h - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{V_0^2}$

Równanie toru zbocza $y_{zb}(x) = h - tg(\beta)x$

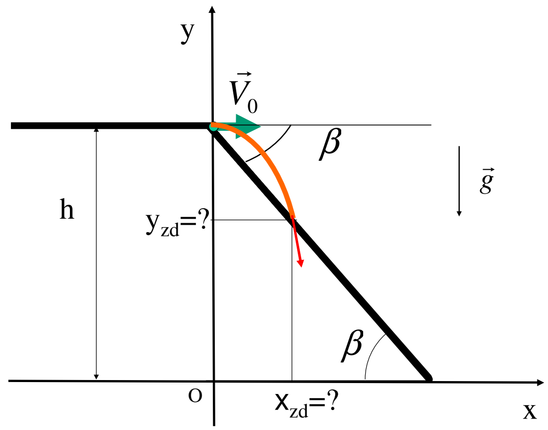
Zderzenie nastąpi w punkcie współrzędnej $x = x_{zd}$ w którym

$$y_k(x = x_{zd}) = y_{zb}(x = x_{zd}) \Rightarrow h - \frac{1}{2} g \frac{x_{zd}^2}{V_0^2} = h - tg(\beta)x_{zd} \Rightarrow \frac{1}{2} g \frac{x_{zd}^2}{V_0^2} = tg(\beta)x_{zd} \Rightarrow x_{zd} = \frac{2V_0^2 tg(\beta)}{g}$$

Rozwiązanie $x_{zd}=0$ odrzucamy gdyż odpowiada punktowi wystrzału kuli

Odpowiada mu współrzędna y-kowa $y = y_{zd} = h - tg(\beta)x_{zd}$

W analizowanym ruchu do chwili zderzenia , tak jak w ruchu kuli analizowanej w zadaniu 13, zachodzą relację



$$V_x(t) = V_0 = const \qquad x(t) = V_0 t$$

$$V_y(t) = -gt \qquad y(t) = h - \frac{1}{2}gt^2$$

Ponadto pokazano iż $x_{zd} = \dfrac{2V_0^2 tg(\beta)}{g}$

Określenie czasu t_{zd} po którym nastąpi zderzenie

$$x(t = t_{zd}) = x_{zd} \Rightarrow V_0 t_{zd} = \frac{2V_0^2 tg(\beta)}{g} \Rightarrow t_{zd} = \frac{2V_0\, tg(\beta)}{g}$$

Określenie składowych prędkości $\vec{V}_{zd}$ oraz szybkości V_{zd} w chwili zderzenia

$$V_{zdx} = V_x(t = t_{zd}) = V_0 \qquad V_{zdy} = V_y(t = t_{zd}) = -gt_{zd} = -2V_0 tg(\beta)$$

$$\left|\vec{V}_{zd}\right| = \sqrt{V_{zdx}^2 + V_{zdy}^2} = \sqrt{V_0^2 + 4V_0^2 tg^2(\beta)} = V_0\sqrt{1 + 4tg^2(\beta)}$$