

Zad. 12 (seria V). Kłosek o masie m ma w chwili początkowej prędkość o wartości V_0 skierowaną w prawo i zajmuje takie położenie, iż sprężyna o współczynniku sprężystości k nie wywiera na niego żadnej siły tzn. nie jest ani rozciągnięta, ani ściśnięta. Kłosek ten przesuwa się w prawo na pewną odległość i zatrzymuje się. Określić odległość l , na jaką przesunie się kłosek. Zadanie rozwiązać uwzględniając wpływ siły tarcia na ruch klocka przy czym współczynnik tarcia między klockiem a stołem jest równy μ .

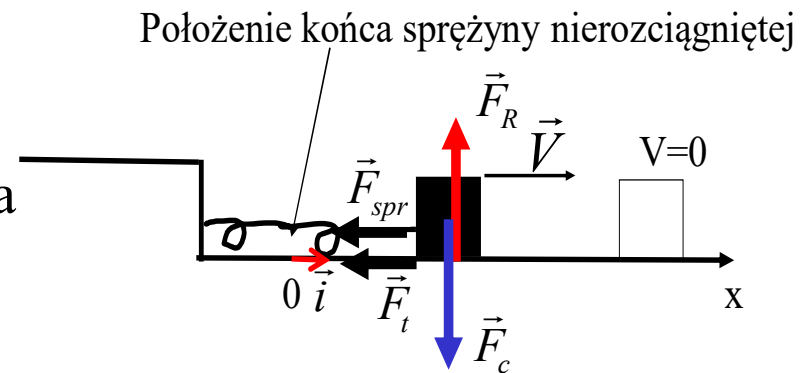
Współczynnik sprężystości sprężyny wynosi k , wartość przyspieszenia ziemskiego jest równa g .

Dane V_0, k, μ, g, m

Szukane l

Siła sprężystości działająca na kłosek jest równa

$$\vec{F}_{spr} = -kx\vec{i}$$



Siła ta jest siłą zachowawczą i można w jej przypadku wprowadzić pojęcie energii potencjalnej równej $E_{pot,spr} = k \frac{x^2}{2}$. W punkcie w którym sprężyna nie jest ściśnięta ani rozciągnięta energia ta jest równa zero.

Siły ciężkości i reakcji nie wykonują pracy podczas ruchu klocka bo są skierowane prostopadle do kierunku ruchu klocka. Jedyną siłą wykonującą pracę oprócz siły sprężystości jest siła tarcia, która jest siłą niezachowawczą. Wiadomo ponadto iż przyspieszenie ciała jest skierowane równoległe do toru prostoliniowego a zatem rzut siły wypadkowej na kierunek prostopadły do podłoża jest równy zero

$$\vec{F}_c + \vec{F}_R = 0 \Rightarrow \vec{F}_R = -\vec{F}_c \Rightarrow |\vec{F}_R| = |\vec{F}_c| = mg$$

Energia mechaniczna

$$E = E_{kin} + E_{pot,spr}$$

$$E(A) = E_{kin}(A) + E_{pot,spr}(A) = E_{kin}(A) = \frac{mV_0^2}{2}$$

$$E(B) = E_{kin}(B) + E_{pot,spr}(B) = E_{pot,spr}(B) = \frac{kl^2}{2}$$

$$E(B) = E(A) + W_{t,A \rightarrow B}$$

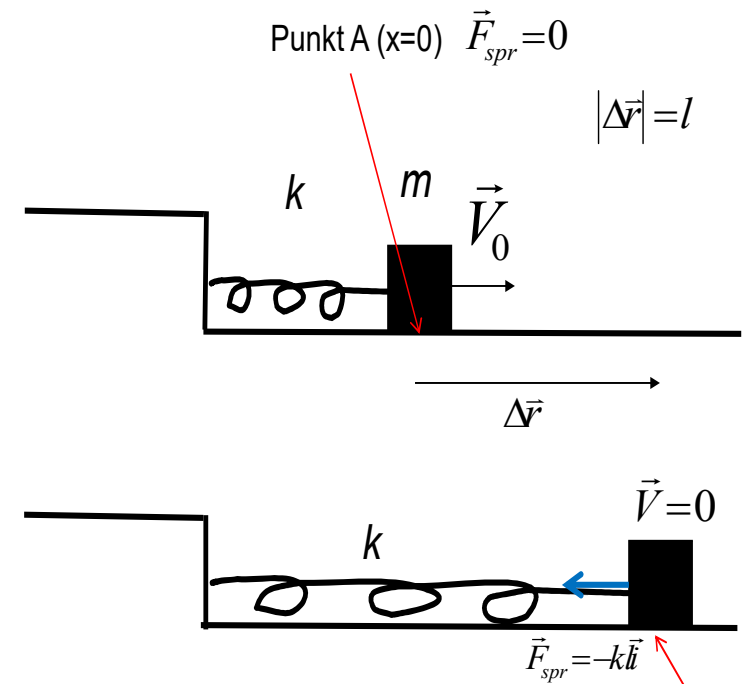
$W_{t,A \rightarrow B}$ praca siły tarcia przy przesunięciu klocka po linii prostej od punktu A do B o wektor $\Delta \vec{r}$ równy co do długości $|\Delta \vec{r}| = l$

$$F_t = |\vec{F}_t| = \mu |\vec{F}_R| = mg\mu \quad |\Delta \vec{r}| = l$$

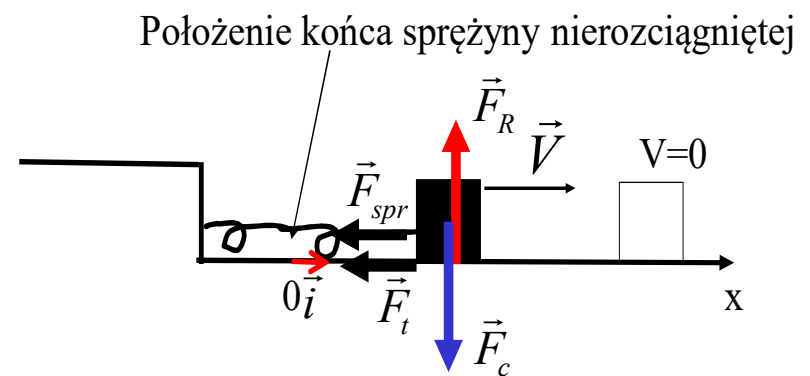
$$\begin{aligned} \vec{F}_t = \text{const} \Rightarrow W_{t,A \rightarrow B} &= \vec{F}_t \cdot \Delta \vec{r} = \\ &= F_t |\Delta \vec{r}| \cos(\pi) = -F_t |\Delta \vec{r}| = -mg\mu l \end{aligned}$$

$$E(B) = E(A) + W_{t,A \rightarrow B} \Rightarrow$$

$$\frac{kl^2}{2} = \frac{mV_0^2}{2} - mg\mu l \Rightarrow \frac{kl^2}{2} + mg\mu l - \frac{mV_0^2}{2} = 0$$



Kąt między wektorami $\vec{F}_t$ i $\Delta \vec{r}$ równy π



$$\frac{kl^2}{2} + mg\mu l - \frac{mV_0^2}{2} = 0$$

Pierwiastki równania

$$l = \frac{-mg\mu \pm \sqrt{m^2 g^2 \mu^2 - 4 \cdot \frac{k}{2} \cdot \left(-\frac{mV_0^2}{2}\right)}}{2 \frac{k}{2}} = \frac{-mg\mu \pm \sqrt{m^2 g^2 \mu^2 + kmV_0^2}}{k}$$

Poszukiwana odległość odpowiada dodatniemu pierwiastkowi równania

$$l = \frac{-mg\mu + \sqrt{m^2 g^2 \mu^2 + kmV_0^2}}{k}$$

Przy braku siły tarcia ($\mu=0$) $E(B) = E(A) \Rightarrow \frac{kl^2}{2} = \frac{mV_0^2}{2}$

i otrzymujemy

$$l = V_0 \sqrt{\frac{m}{k}}$$