



$$\cos \theta = \frac{|AB|}{|AC|}$$

$$\sin \theta = \frac{|BC|}{|AC|}$$

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k} = [a_x, a_y, a_z] \Rightarrow a = |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos(\alpha)$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = ab \sin(\alpha)$$

α - kąt między wektorami

Pochodne: Gdy f, g funkcje zmiennej t , c, p -stałe to:

$$\frac{d(f+g)}{dt} = \frac{df}{dt} + \frac{dg}{dt}, \quad \frac{d(cf)}{dt} = c \frac{df}{dt}, \quad \frac{d(t^p)}{dt} = p t^{p-1}$$

Kinematyka:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \Rightarrow v_x = \frac{dx}{dt}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow a_x = \frac{dv_x}{dt}$$

Gdy $a_x = \text{const}$ (nie zależy od czasu) to $v_x(t) = v_{0x} + a_x t$ $x(t) = x_0 + v_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2$

Przyspieszenie styczne: $\vec{a}_s = a_t \vec{e}_t$ gdzie $a_t = \frac{d|\vec{v}|}{dt}$, $\vec{e}_t = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$

Ruch po okręgu o promieniu R leżącym na płaszczyźnie $z=0$:

$$\vec{\omega} = [0, 0, \omega] \text{ gdzie } \omega = \frac{d\varphi}{dt} \quad \vec{\varepsilon} = [0, 0, \varepsilon] \text{ gdzie } \varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$$

$$v = |\vec{v}| = |\omega| R$$

$$|\vec{a}_d| = \omega^2 R = \frac{v^2}{R}$$

$$|\vec{a}_s| = |\vec{\varepsilon}| R$$

Gdy $\varepsilon = \text{const}$ (nie zależy od czasu) to $\omega(t) = \omega_0 + \varepsilon t$, $\varphi(t) = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \varepsilon t^2$

Dynamika:

$$\vec{F}_w = m\vec{a}$$

W ruchu po okręgu $F_d = |\vec{F}_d| = ma_d = m \frac{V^2}{R} = m\omega^2 R$

Siły tarcia :

$$F_{ts, \max} = \mu_s F_R$$

$$F_t = F_{tk} = \mu F_R$$

Pęd:

$$\vec{p} = m\vec{V}$$

$$\vec{p}_u = \sum_i \vec{p}_i = \sum_i m_i \vec{V}_i$$

$$\frac{d\vec{p}_u}{dt} = \vec{F}_{zw}$$

środek masy $\vec{r}_{sm} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{M}$, $\vec{a}_{sm} = \frac{\vec{F}_{zw}}{M}$, $\vec{V}_{sm} = \frac{\vec{p}_u}{M}$, $M = \sum_i m_i$

Praca i energia :

$$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} \text{ (stała siła, ruch po prostej)}$$

W ruchu wzdłuż osi Ox : $W_F = \int_{x_p}^{x_k} F_x dx$

Ruch postępowy:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m V^2$$

$$W_w = \Delta E_{kin} \text{ (} W_w \text{-praca siły wypadkowej)}$$

$$-W = \Delta E_{pot} \text{ (} W \text{-praca sił zachowawczych)}$$

$$W_{NZ} = \Delta E_{kin} + \Delta E_{pot} = \Delta E \text{ (} W_{NZ} \text{-praca sił niezachowawczych działających w układzie)}$$

Wybrane siły zachowawcze i energie potencjalne

siła grawitacyjna : $\left| \vec{F}_G \right| = G \frac{mM}{r^2} \Rightarrow E_{pot}(r) = -\frac{GMm}{r}$

siła sprężystości : $\vec{F} = -kx\vec{i} \Rightarrow E_{pot}(x) = k \frac{x^2}{2}$

siła ciężkości : $\vec{F}_c = m\vec{g} \Rightarrow E_{pot} = mgh$

Moment siły i moment pędu

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

$$\vec{\tau}_w = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

Ruch obrotowy bryły :

$$E_{kin} = \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$I = \sum_i m_i r_{i\perp}^2$$

$$I = I_0 + md^2$$

$$\vec{L}_{\parallel} = I \vec{\omega}$$

$$\vec{\tau}_{w\parallel} = \frac{d\vec{L}_{\parallel}}{dt}$$

$$\vec{\tau}_{w\parallel} = I \vec{\epsilon}$$