

Elektrostatyka-część 2

Prawo Gaussa

Potencjał pola elektrycznego

Energia pola elektrycznego

Pole elektryczne wytworzone przez ciągły rozkład ładunku

Metodologia postępowania w oparciu o zasadę superpozycji natężeń pól:

1. Dzielimy w myśli obiekt o ładunku q na maleńkie (a właściwie nieskończenie małe) fragmenty o ładunku dq , które traktujemy jako **ładunki punktowe**. $\rightarrow$
2. Znajdujemy wektor natężenia pola elektrostatycznego $d\vec{E}$ wytworzonego w danym punkcie przez ładunek dq (korzystamy ze znanego już wzoru).
3. Znajdujemy natężenie pola wypadkowego sumując (całkując) wszystkie wektory $d\vec{E}$ (tj. wektory natężeń pól wytwarzanych w danym punkcie przez wszystkie maleńkie fragmenty obiektu).

Jeśli ładunek rozmieszczony jest niejednorodnie w całej objętości/na powierzchni/na długości ciała, to ilość ładunku zgromadzonego w maleńkiej objętości/powierzchni/długości ciała liczymy jako:

$$dq = \rho \cdot dV$$

$$dq = \sigma \cdot dS$$

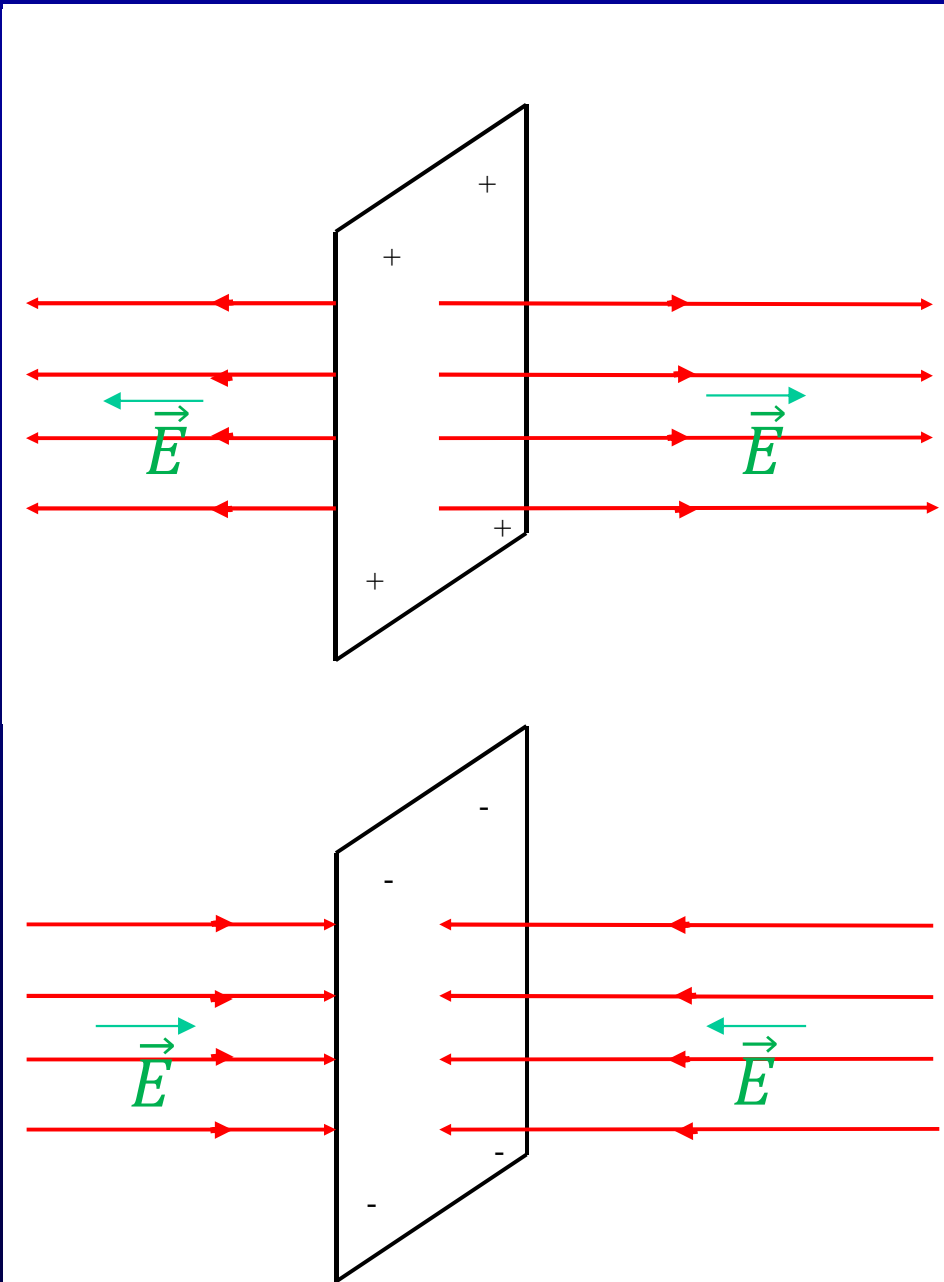
$$dq = \lambda \cdot dl$$

ρ - Objętościowa gęstość ładunku

σ - powierzchniowa gęstość ładunku

λ - liniowa gęstość ładunku

Pole jednorodne Płaszczyzna naładowana ze stałą gęstością ładunku



Linie (sił) pola elektrycznego pochodzące od płaszczyzny naładowanej ze stałą gęstością ładunku styczne w każdym punkcie do wektora natężenia pola elektrycznego są prostopadłe do tej płaszczyzny (z dala od jej brzegów).

Natężenie pola jest jednakowe w każdym punkcie leżącym po dowolnej ze stron płaszczyzny.

Pole o takiej własności nazywamy jednorodnym.

W próżni :

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

Prawo Gaussa

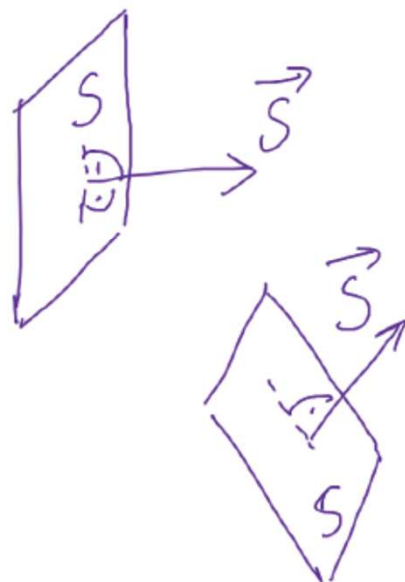
Pozwala określić rozkład w przestrzeni natężenie pola elektrycznego pochodzącego od rozciągłych ciał wytwarzających pole elektryczne charakteryzujących się wysoką symetrią w sposób prostszy niż przy pomocy zasady superpozycji

Stanowi jedno z podstawowych praw elektrodynamiki

Strumień elektryczny

(strumień wektora natężenia pola elektrycznego E przez powierzchnię S)

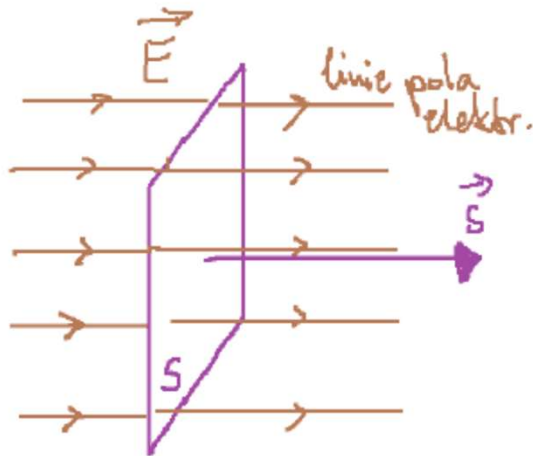
Rozważmy płaską powierzchnię (*wirtualną/matematyczną, a nie fizyczną*) o polu S . Definiujemy wektor powierzchni, którego długość reprezentuje pole powierzchni S , a którego kierunek jest prostopadły do tej powierzchni (i wskazuje jej orientację).



$$|\vec{S}| = S$$

kier. $\vec{S} \perp$ do powierzchni

Niech powierzchnia **płaska o polu S** będzie ustawiona prostopadle do linii **jednorodnego** pola elektrostatycznego:



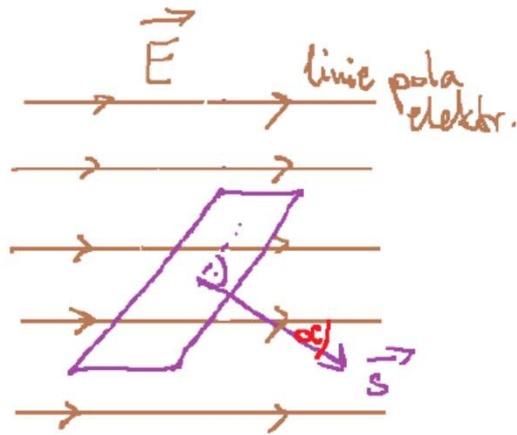
Strumień wektora E przez powierzchnię S wynosi:

$$\Phi_E = E \cdot S$$

- Strumień jest skalarem
- Jednostka strumienia w układzie SI: Nm^2/C

Interpretacja graficzna. Strumień wektora natężenia pola elektrycznego przez powierzchnię płaską o polu S , umieszczoną prostopadle do tej powierzchni, jest proporcjonalny do wartości natężenia pola E w obszarze tej powierzchni oraz pola tej powierzchni S , całkowita liczba linii pola elektrycznego przechodzącego przez tę powierzchnię jest więc proporcjonalna do iloczynu ES .

Jeśli ta sama powierzchnia **płaska** będzie ustawiona pod pewnym kątem do linii **jednorodnego** pola elektrostatycznego, to przechodzący strumień będzie mniejszy. Zatem:



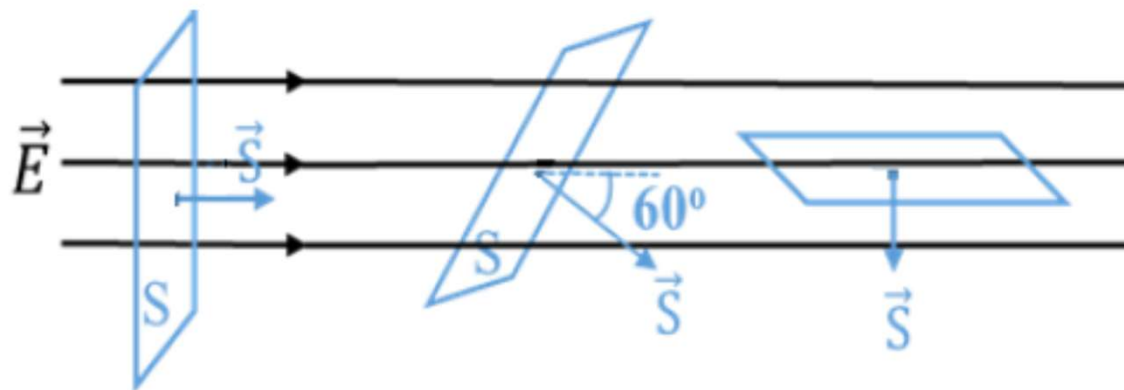
$$\Phi = \vec{E} \cdot \vec{S} = E \cdot S \cdot \cos \alpha$$

↑
Iloczyn skalarny!

Pyt. Dla jakiej orientacji jednorodnego pola elektrycznego względem powierzchni strumień natężenia pola przenikający przez tę powierzchnię jest maksymalny?

Dla jakiej orientacji wektora natężenia pola elektrycznego strumień ten jest równy zero?

Zakładamy iż wartość natężenia pola w każdym z omawianych przypadków jest jednakowa.



Jak policzyć strumień natężenia pola przez powierzchnię, która nie jest płaska i/lub natężenie pola jest różne w różnych punktach tej powierzchni?

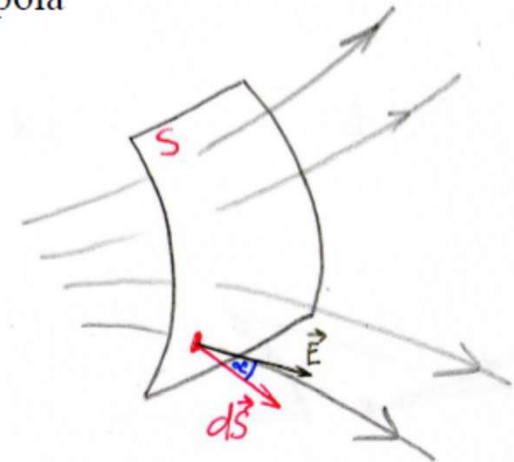
W celu policzenia strumienia należy całą powierzchnię S podzielić na elementarne (nieskończenie małe) powierzchnie płaskie, w obrębie których można traktować natężenie pola $\vec{E}$ jako stałe i zsumować strumienie przechodzące przez te powierzchnie (czemu w ogólności odpowiada liczenie całki powierzchniowej).

Jeśli pole E jest **niejednorodne** i powierzchnia jest **zakrzywiona** to strumień pola elektrycznego definiuje się następująco:

def. ogólna:

$$\Phi = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_S E dS \cos \alpha$$

całke po powierzchni S



Rys. Wygięta powierzchnia umieszczona w niejednorodnym polu elektrycznym. Wektor E ma w różnych punktach powierzchni różne wartości i orientację. Wycinek powierzchni (zaznaczony na czerwono) jest tak mały, że traktujemy go jakby był płaski. W jego obrębie pole jest jednorodne.

$-d\vec{S}$ jest **wektorem powierzchni** małego wycinka o polu dS .

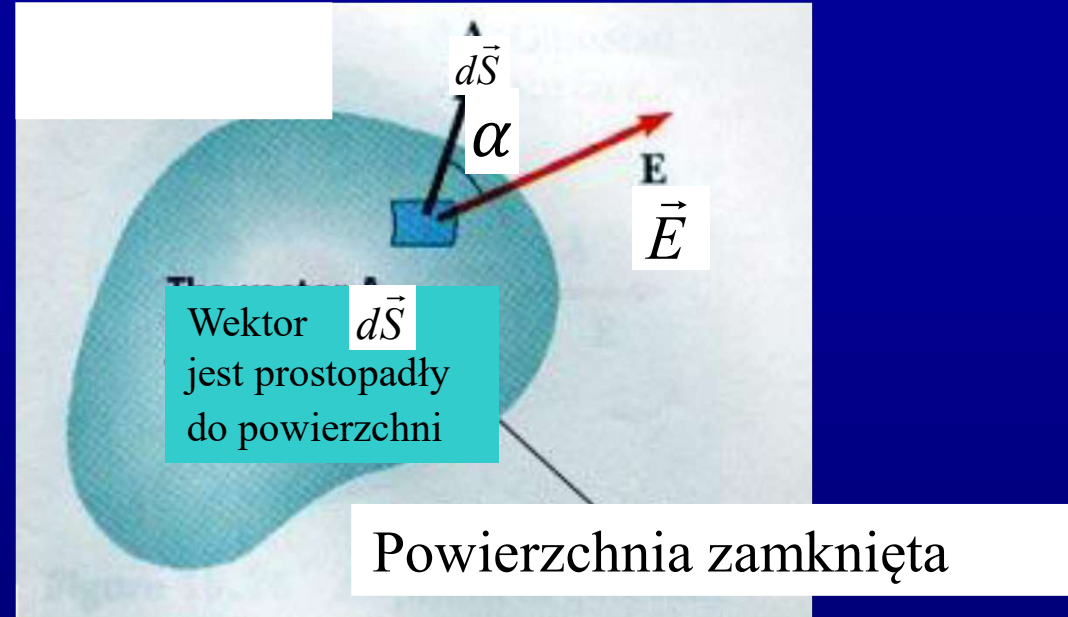
$-\vec{E}$ jest wektorem natężenia pola elektrycznego przebiegającego małego wycinek powierzchni dS ,

- Wyrażenie pod całką reprezentuje strumień przechodzący przez małą powierzchnię o polu dS .

α jest kątem jaki wektor E tworzy z wektorem $d\vec{S}$

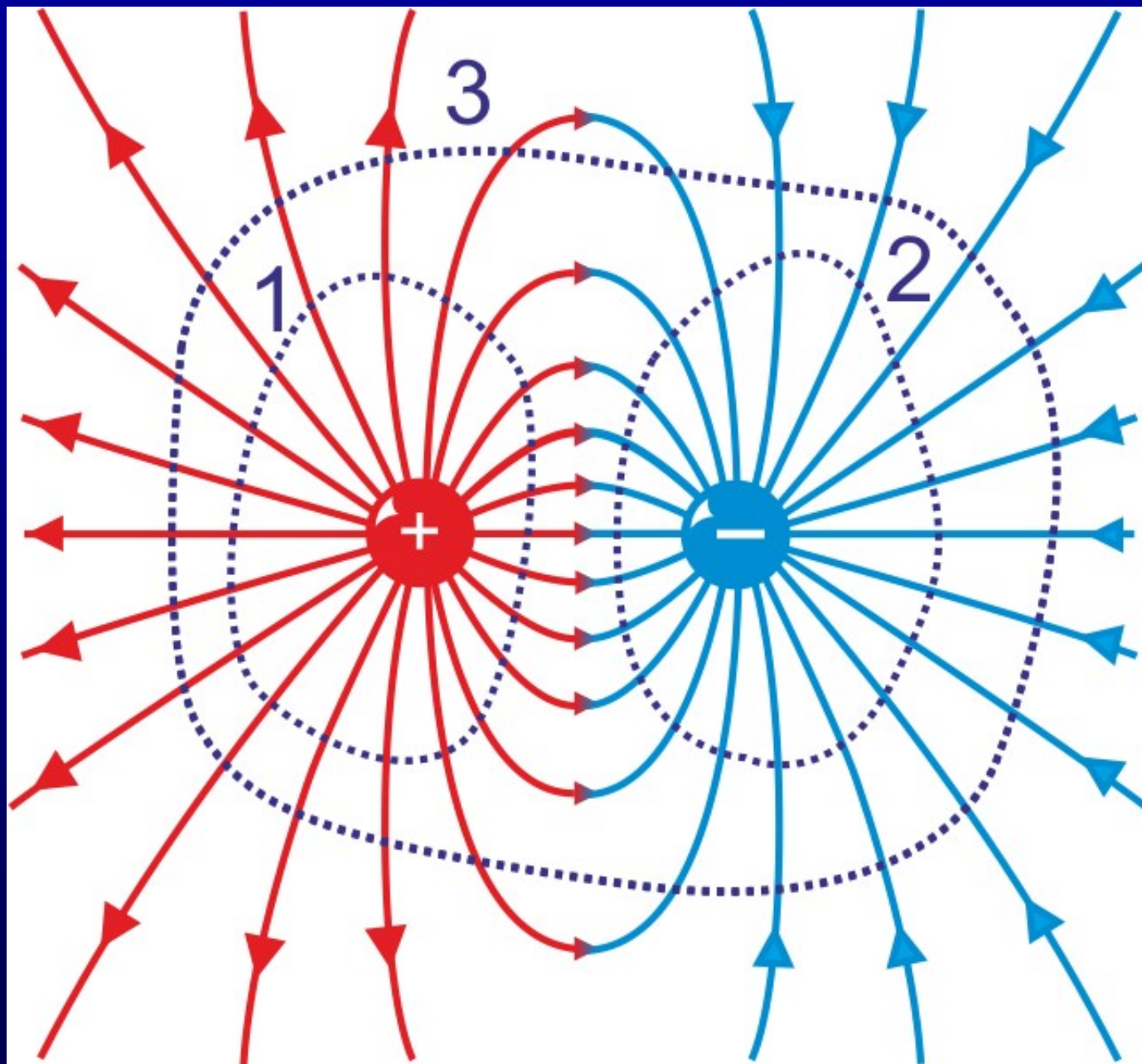
Prawo Gaussa (w próżni)

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$



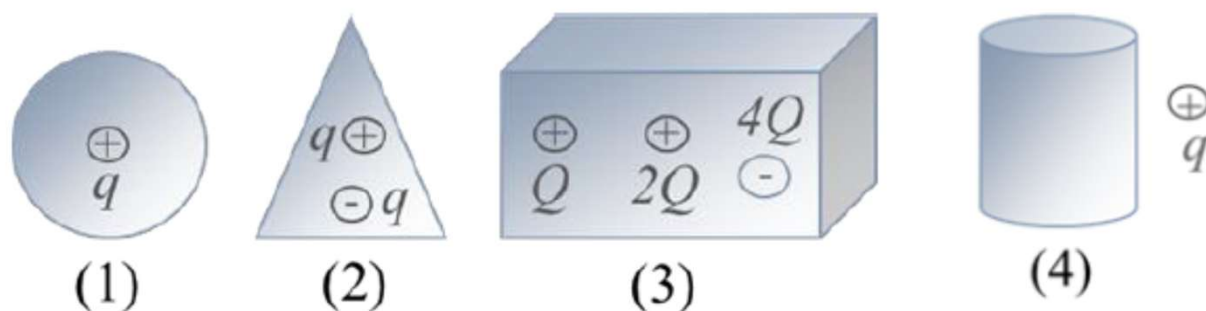
Strumień pola elektrycznego przechodzący przez powierzchnię zamkniętą otaczającą ładunek Q jest równy wartości tego ładunku podzielonemu przez przenikalność elektryczną próżni.

W przypadku liczenia strumienia przez powierzchnię zamkniętą wektor $d\vec{S}$ jest skierowany na zewnątrz tej powierzchni



Strumień pola elektrycznego przez powierzchnię 1 jest dodatni, przez powierzchnię 2 ujemny, a przez powierzchnię 3 równy zeru

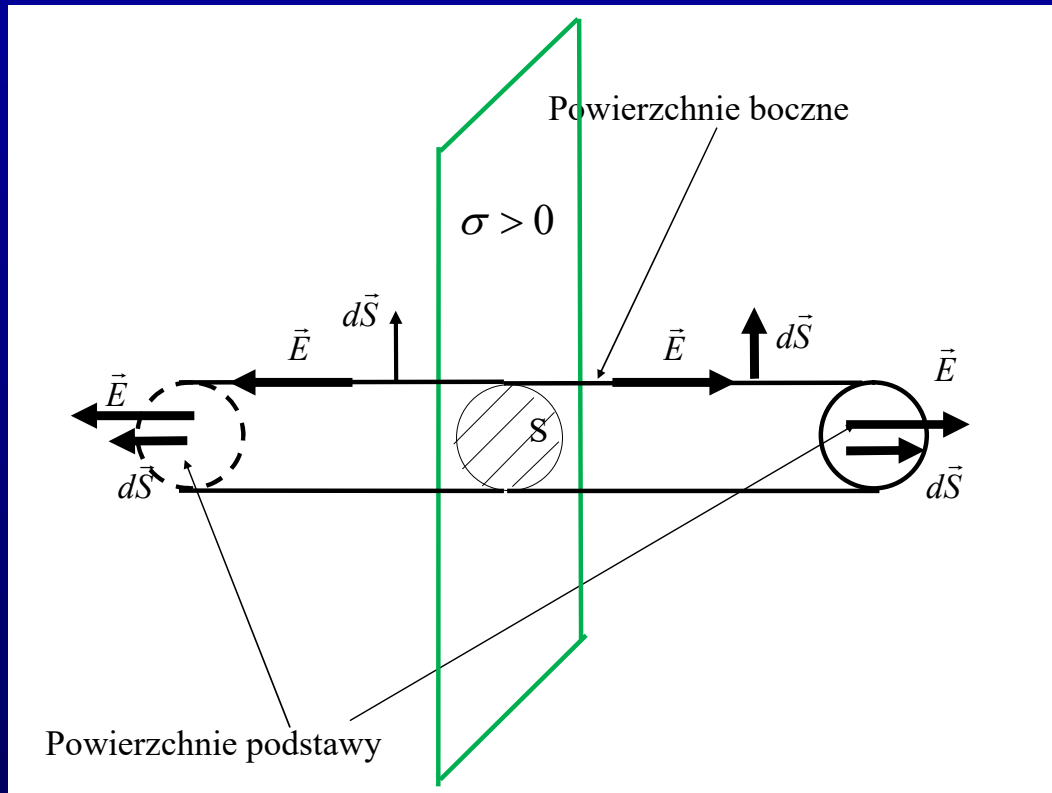
Pyt.: Rysunki pokazują powierzchnie Gaussa w postaci sfery, stożka, prostopadłościanu bądź walca i ładunki punktowe. Ile wynosi całkowity ładunek elektryczny zawarty wewnątrz powierzchni Gaussa w poszczególnych przypadkach?



Pyt.: Ile wynosi całkowity strumień natężenia pola elektrycznego przechodzący przez te powierzchnie?

Odp.: q/ϵ_0 w sytuacji (1); $0 \text{ N m}^2/\text{C}$ w sytuacji (2); $-Q/\epsilon_0$ w sytuacji (3); 0 w sytuacji (4)

Przykład wykorzystania prawa Gaussa do wyznaczenia natężenia pola od jednorodnie naładowanej płaszczyzny



Powierzchnia zamknięta Gaussa w kształcie walca o polu podstawy S i osi symetrii prostopadłej do płaszczyzny

σ - gęstość powierzchniowa ładunku, $\sigma = \text{const}$

$$Q = \sigma S$$

$$\oint_{\text{pow.bocz.}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_{\text{pow.bocz.}} E dS \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = ES \cos(0) + ES \cos(0) + \oint_{\text{pow.bocz.}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = ES + ES + 0 = 2ES$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma S}{2\epsilon_0 S} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Przykład wykorzystania prawa Gaussa do określenia natężenia pola na zewnątrz jednorodnie naładowanej sfery o promieniu R i ładunku $q > 0$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

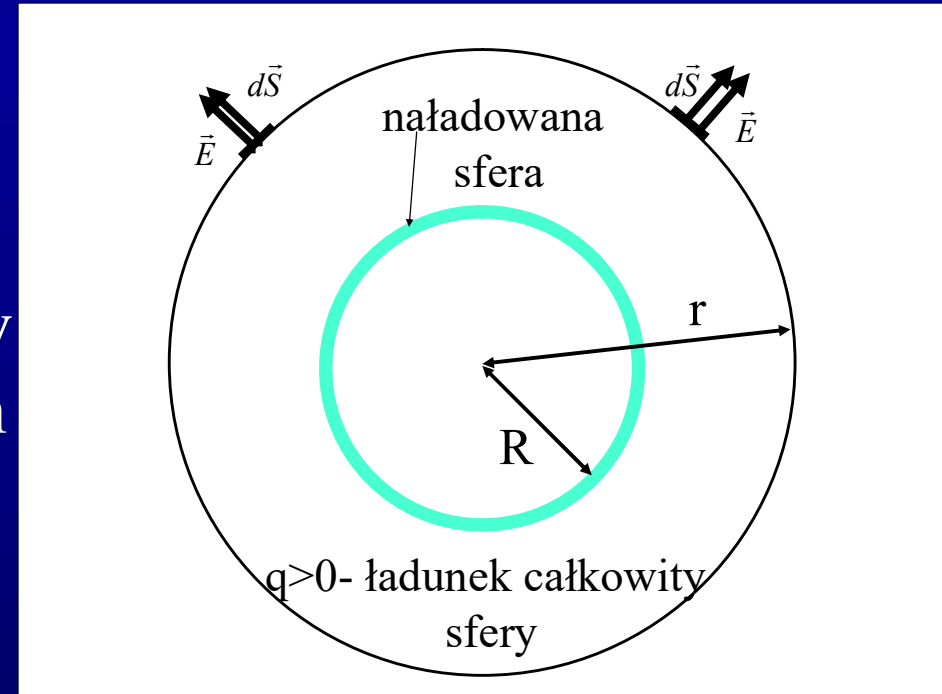
Za powierzchnię zamkniętą przyjmujemy sferę o promieniu $r > R$ o środku leżącym w środku sfery naładowanej

$$\theta = 0$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_S E dS = E \oint_S dS = E 4\pi r^2$$

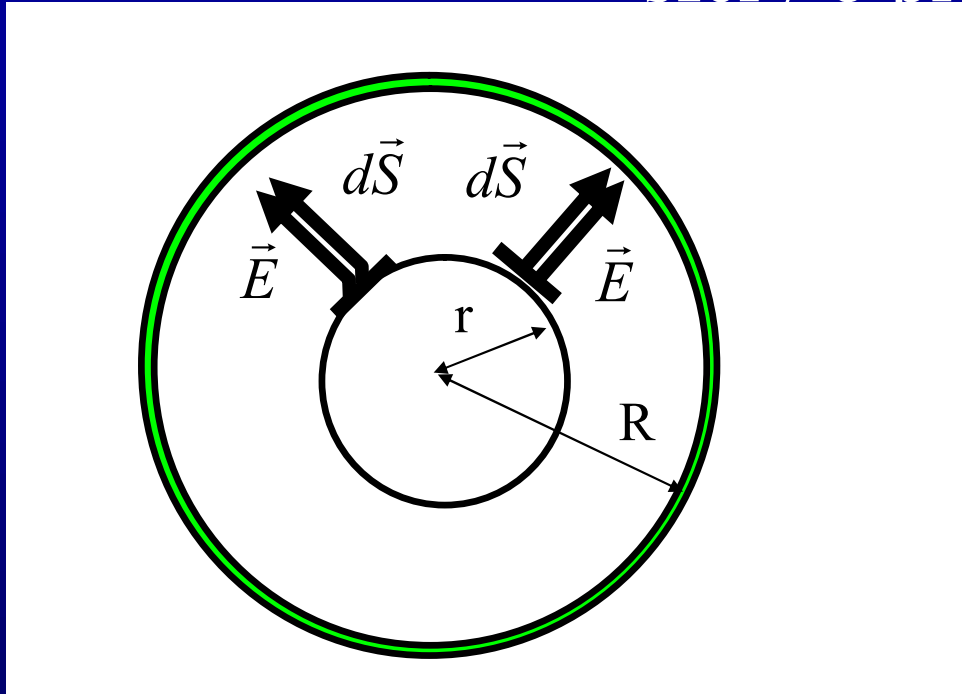
Na powierzchni sfery E jednakowe
Ładunek zawarty
wewnątrz powierzchni
zamkniętej $Q = q$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$



Pole pochodzące od sfery określone na zewnątrz sfery jest takie same jak pole wytworzone przez ładunek punktowy równy ładunkowi sfery umieszczony w jej środku

Przykład wykorzystania prawa Gaussa do wyznaczenia natężenia pola wewnątrz pustej równomiernie naładowanej sfery o promieniu R



Promień sfery obranej jako powierzchnię zamkniętą jest mniejszy od promienia sfery naładowanej $r < R$. Wewnątrz powierzchni zamkniętej nie znajduje się żaden ładunek

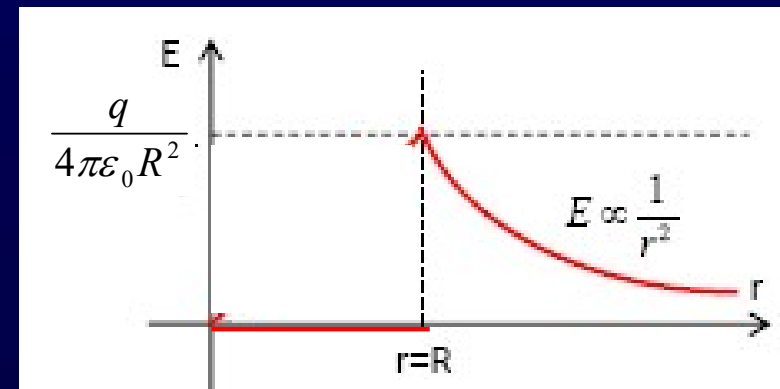
$$Q = 0$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = E 4\pi r^2$$

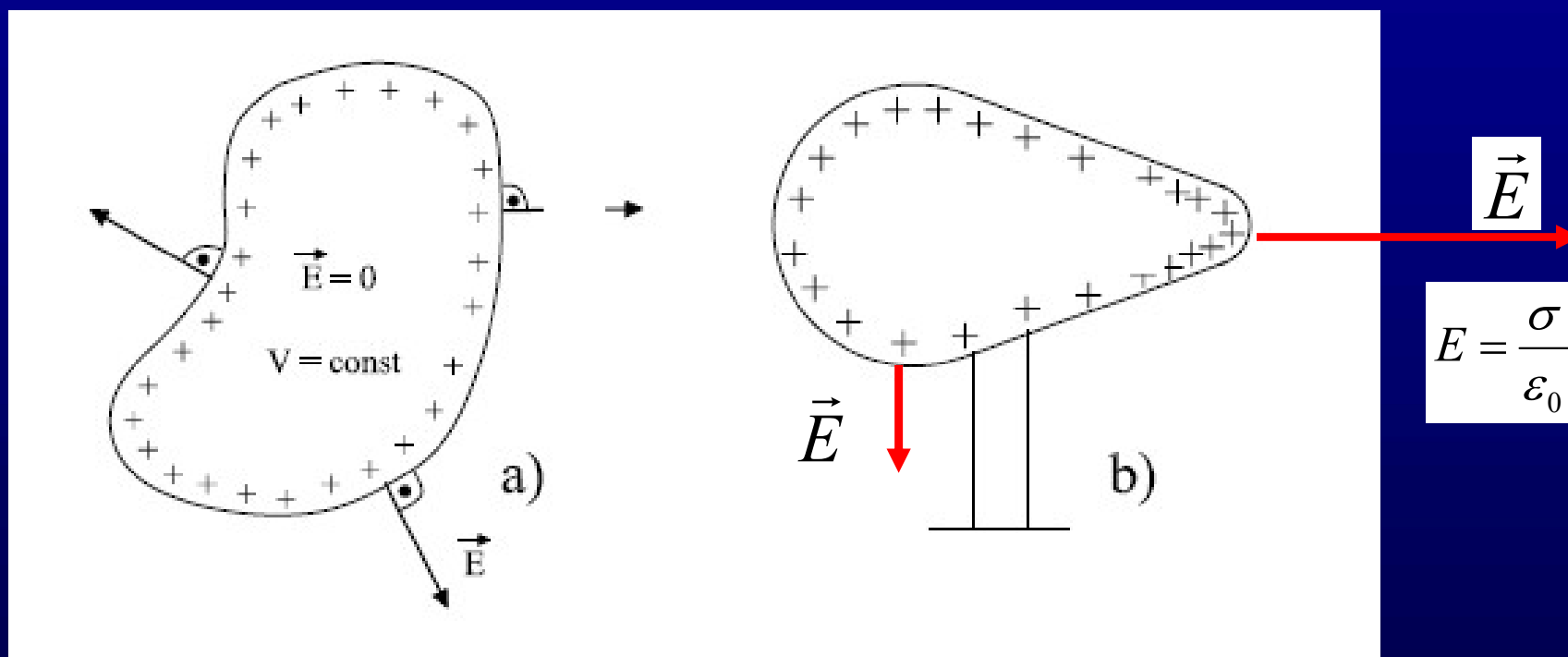
$$E = 0$$

Pole elektrostatyczne pochodzące od kuli metalicznej jest takie samo jak pole pochodzące od sfery naładowanej. W stanie równowagi, w którym ładunki pozostają w spoczynku pole elektryczne wewnątrz kuli metalicznej zawsze znika, gdyż inaczej powodowałoby powstanie siły działającej na ładunki i ich przemieszczenie. Cały ładunek gromadzi się na powierzchni kuli metalicznej.



Natężenie pola w pobliżu przewodnika

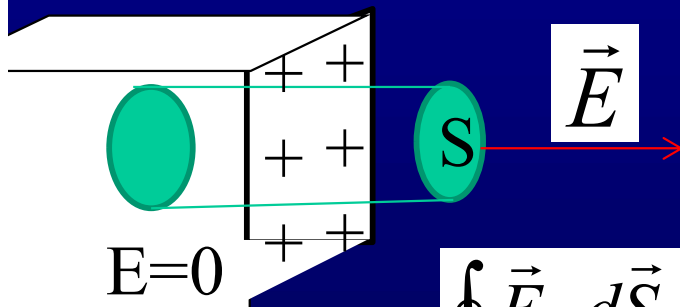
Natężenie pola wewnątrz przewodnika (metal) musi być równe zero, gdyż inaczej prowadziłoby do ruchu ładunku w przewodniku. Z tego samego powodu na powierzchni przewodnika (i w punktach leżących nieskończenie blisko tej powierzchni) wektor natężenia pola jest prostopadły do tej powierzchni .



W stanie równowagi ładunek elektryczny gromadzi się na powierzchni przewodnika. Największa gęstość ładunku występuje na silnie zakrzywionych powierzchniach przewodnika i wokół takich powierzchni natężenie pola jest największe.

Prawo Gaussa-Nateżenie pola w pobliżu przewodnika- wyprowadzenie wzoru dla zainteresowanych

Za powierzchnię zamkniętą Gausa wybieramy powierzchnię nieskończenie krótkiego walca o osi symetrii prostopadłej do powierzchni przewodnika obejmującego część tej powierzchni



Ładunek zawarty wewnątrz powierzchni zamkniętej Gausa

$$Q = \sigma S$$

σ - gęstość powierzchniowa ładunku

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = ES \cos(0) + \underbrace{\oint_{\text{pow.bocz.} + \text{pow.w}} \vec{E} \cdot d\vec{S}}_{\text{przewodniku}} = ES + 0 = ES$$

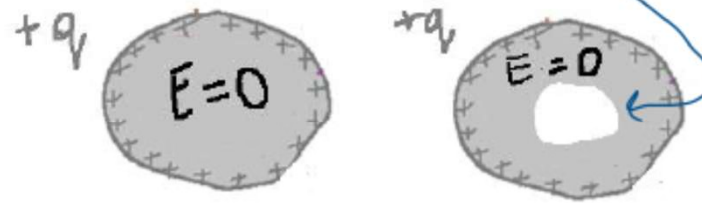
$$\int \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{\sigma S}{\epsilon_0}$$



$$E = \frac{Q}{\epsilon_0 S} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

Wniosek ogólny – Właściwości naładowanych przewodników:

1. Znikanie pola elektrostatycznego wewnątrz naładowanego przewodnika zachodzi dla wszystkich przewodników niezależnie od kształtu, czy obecności pustych przestrzeni wewnątrz (wnęk).
2. Ładunek dostarczony przewodnikowi rozmieszcza się tylko na jego zewnętrznej powierzchni. Ładunku tego nie ma na powierzchni wneki.



Michael Faraday – konstruktor klatki Faradaya (1836 r.)

„Wszedłem do skrzyni (pokrytej metalową osłoną) i mieszkałem w niej. Używając zapalonych świec, elektrometrów i innych przyrządów służących do sprawdzania stanu naelektryzowania, nie mogłem stwierdzić najmniejszego oddziaływania na nie...,pomimo że przez cały czas zewnętrzna powierzchnia skrzyni była potężnie naelektryzowana i wielkie iskry wyskakiwały z każdej jej części”

*Cytat z „Badania doświadczalne nad elektrycznością”
Philosophical Transactions 1838 r.*



Prawo Gaussa-Nateżenie pola na zewnątrz jednorodnie naładowanej kuli o promieniu R i ładunku q (dla zainteresowanych)

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

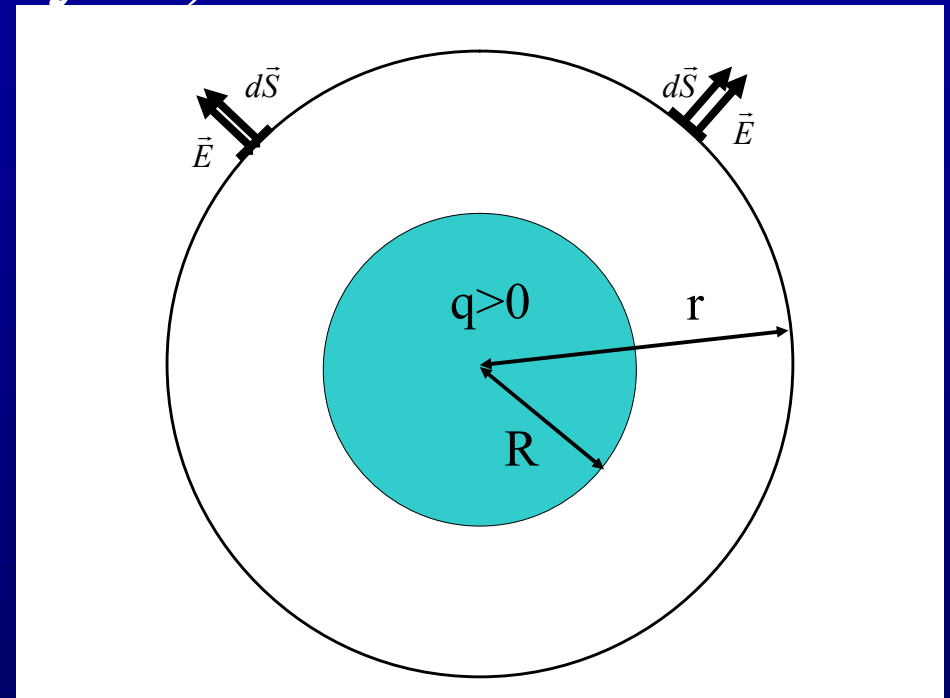
Za powierzchnię zamkniętą
przyjmujemy sferę o promieniu $r > R$
o środku leżącym w środku kuli

$$\theta = 0$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_S E dS = E \oint_S dS = E 4\pi r^2$$

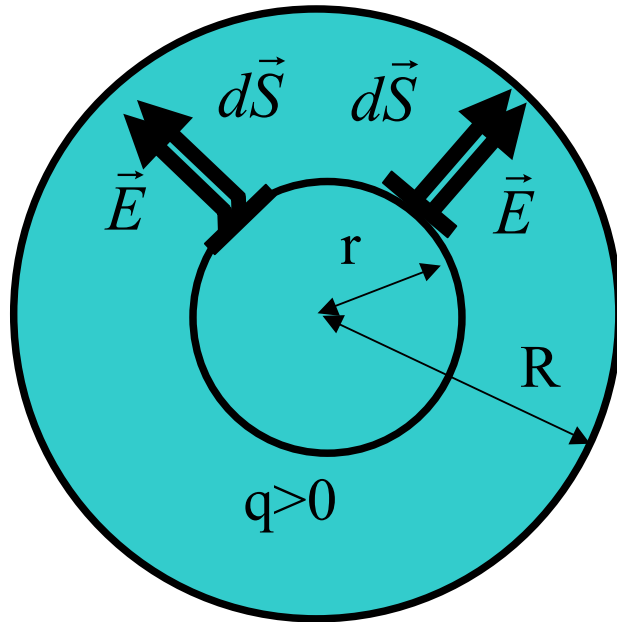
Na powierzchni sfery E jednakowe
Ładunek zawarty
wewnątrz powierzchni
zamkniętej $Q = q$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$



Pole pochodzące od kuli
określone na zewnątrz kuli jest
takie same jak pole
wytworzone przez ładunek
punktowy równy ładunkowi
kuli umieszczony w jej środku

Prawo Gaussa-Nateżenie pola wewnątrz jednorodnie naładowanej kuli o promieniu R (dla zainteresowanych)



Powierzchnia zamknięta w kształcie sfery

Promień sfery r jest mniejszy od promienia kuli $r < R$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = E 4\pi r^2$$

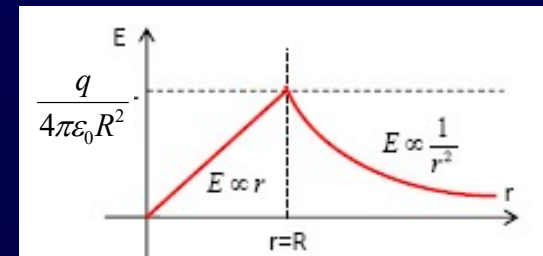
objętość sfery gęstość ładunku kuli

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$4\pi r^2 E = \frac{r^3 q}{R^3 \epsilon_0}$$

$$E = \frac{qr}{4\pi\epsilon_0 R^3}$$

$$Q = V\rho = \frac{4}{3}\pi r^3 \cdot \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{r^3}{R^3} q$$

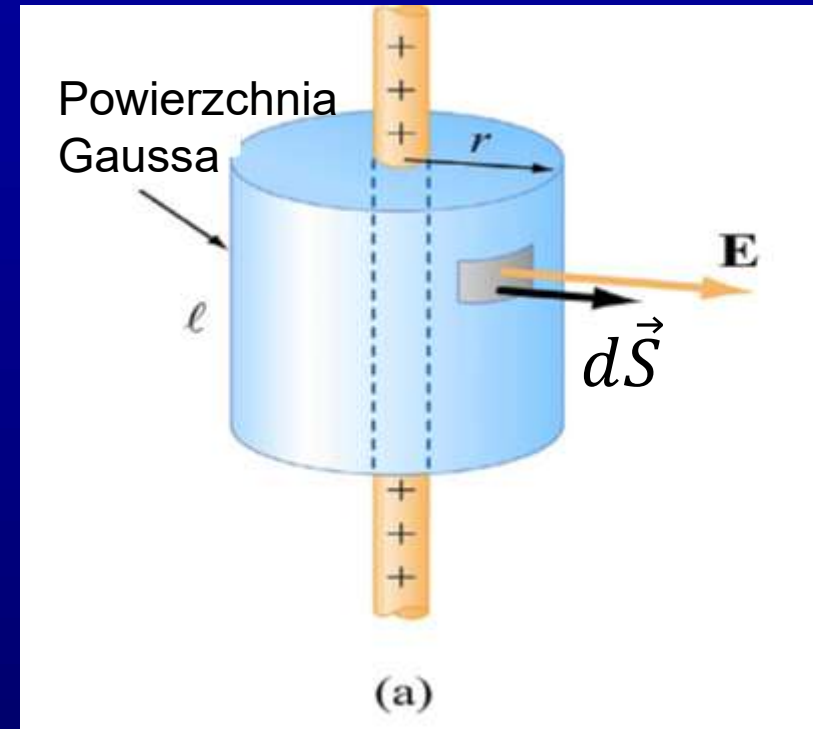


Prawo Gaussa-Natężenie pola wokół nici o nieskończonej długości stałej gęstości liniowej ładunku λ

Za powierzchnię zamkniętą przyjmujemy powierzchnię walca o arbitralnie przyjętej długości i osi symetrii pokrywającej się z nicią.

Promień koła leżącego w podstawie walca jest równy odległości od nici w jakiej chcemy określić natężenie pola. W praktyce gdy nić ma skończoną długość, koła te muszą w takiej odległości od końców nici by efekty brzegowe nie wpływały na kształt linii sił pola w obszarze walca.

Całkowity strumień pola jest sumą strumieni przenikających przez podstawy walca i powierzchnię boczną walca.



$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_{\text{pow. podstaw.}} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \oint_{\text{pow. boczne.}} \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

Linie sił pola elektrycznego są prostopadłe do nici a zatem i styczne do powierzchni kół leżących w podstawach walca. Strumień pola przez te powierzchnie znika

$$\oint_{\text{pow. podstaw.}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_{\text{pow. podstaw.}} E dS \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

Linie sił są prostopadłe w każdym punkcie do powierzchni bocznej walca, przy czym wartość natężenia pola w każdym punkcie powierzchni jest jednakowa (choć w ogólności wektor natężenia ma w różnych punktach różne kierunki). Dlatego

$$\oint_{\text{pow.boczna}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_{\text{pow.boczna}} E dS \cos(0) = \\ = \oint_{\text{pow.boczna}} E dS = E \oint_{\text{pow.boczna}} dS$$

Całka w ostatnim wzorze jest równa polu powierzchni bocznej walca, dlatego ostatecznie

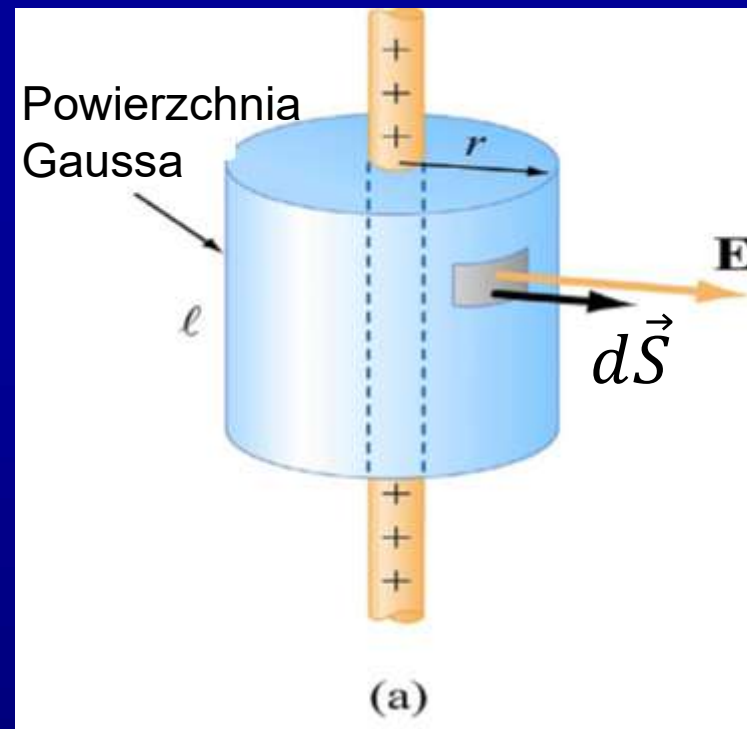
$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_{\text{pow.boczna}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = E 2\pi r l$$

Ładunek zawarty wewnątrz walca jest równy $Q = \lambda l$

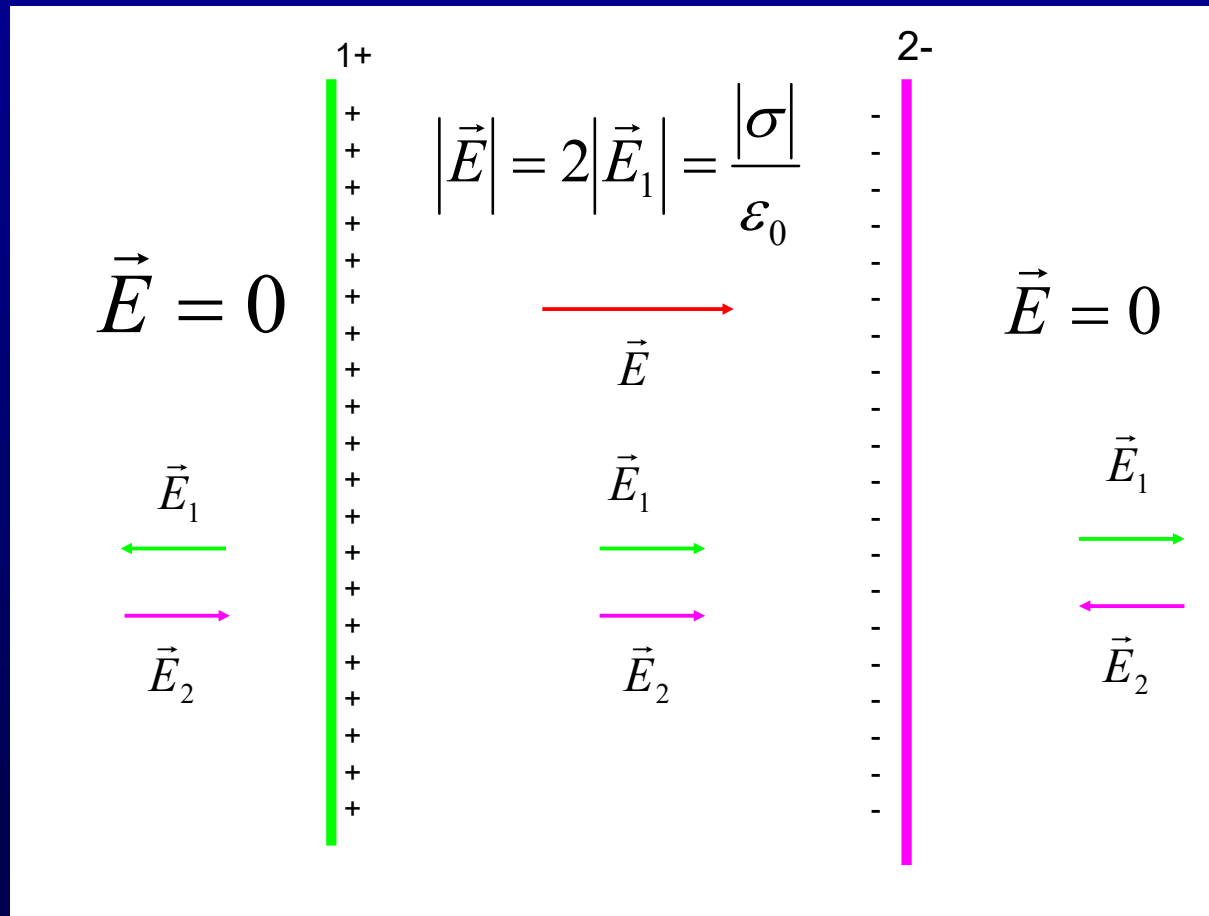
Z prawa Gausa wynika więc iż

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow E 2\pi r l = \frac{\lambda l}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi r \epsilon_0}$$

Wartość natężenia pola elektrycznego wokół nici jest odwrotnie proporcjonalna do odległości punktu w którym ją mierzymy od nici.



Zasada superpozycji-Natężenie pola pochodzącego od dwóch płaszczyzn naładowanych ładunkiem o przeciwnym znaku (jednakowych co do modułu)



$$|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2| = \frac{|\sigma|}{2\epsilon_0}$$

Z zasady superpozycji

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

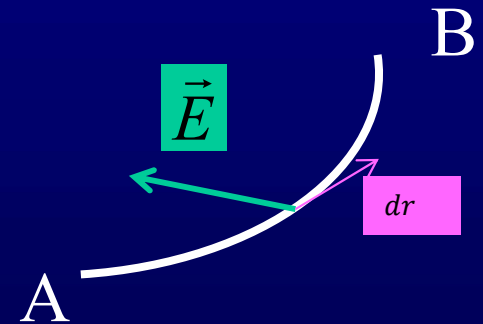
$$|\vec{E}| = 2|\vec{E}_1| = \frac{|\sigma|}{\epsilon_0}$$

Potencjał pola elektrostatycznego

Potencjał -wielkość skalarna służąca do opisu pola elektrostatycznego (pola elektrycznego stałego w czasie wytworzonego przez spoczywające ładunki). Siła wywołana przez takie pole jest zachowawcza.

Różnicę potencjałów w punktach A i D pola elektrostatycznego można powiązać z pracą $W_{A \rightarrow D}$ wykonaną przez siłę wywołaną przez pole elektryczne działającą na ładunek próbny q_0 przy jego przemieszczaniu od punktu A do D (po dowolnym torze). Siłę tę można w każdym punkcie toru powiązać z natężeniem pola elektrycznego $\vec{F} = q_0 \vec{E}$ co pozwala na przestawienie różnicy potencjałów jako całki krzywoliniowej z natężenia pola wzdłuż toru ruchu ładunku próbnego.

$$V_D - V_A = -\frac{W_{A \rightarrow D}}{q_0} = -\frac{\int_{\Gamma(A \rightarrow D)} \vec{F} \cdot d\vec{r}}{q_0} = -\frac{\int_{\Gamma(A \rightarrow D)} q_0 \vec{E} \cdot d\vec{r}}{q_0} = -\int_{\Gamma(A \rightarrow D)} \vec{E} \cdot d\vec{r}$$



$d\vec{r}$

-wektor określający przemieszczenie ładunku wzdłuż odcinka toru

Można ją określić dzieląc tor na nieskończenie krótkie odcinki prostoliniowe i sumując wkłady do całki od każdego odcinka równe $\vec{E} \cdot d\vec{r}$

Potencjał pola elektrostatycznego- związek z pracą siły pola elektrycznego

Praca przy przesuwaniu ładunku między dwoma punktami nie zależy od kształtu toru, gdyż siła wywołana przez pole elektrostatyczne jest zachowawcza, a zatem można kształt toru łączącego punkty A i D wybrać dowolnie.

Praca takiej siły przy przesunięciu dowolnego ładunku q_1 od A do D jest równa

$$W_{A \rightarrow B} = -q_1(V_B - V_A) = q_1(V_A - V_B)$$

Gdy $V_A = V_B$ to $W_{A \rightarrow B} = 0$

Jednostką potencjału jest 1 V (wolt) $V = J / C$

Jeżeli przy przesunięciu ładunku 1 C pomiędzy dwoma punktami praca wykonana przez siłę wywołaną przez pole elektrostatyczne równa jest 1 J to różnica potencjałów pomiędzy tymi dwoma punktami jest równa 1 V.

Potencjał pola elektrostatycznego wytworzonego przez ładunek punktowy

$$V_B - V_A = - \int_{\Gamma(A \rightarrow B)} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right)$$

$r_A(r_B)$ – odległość punktu $A(B)$ od miejsca położenia ładunku q

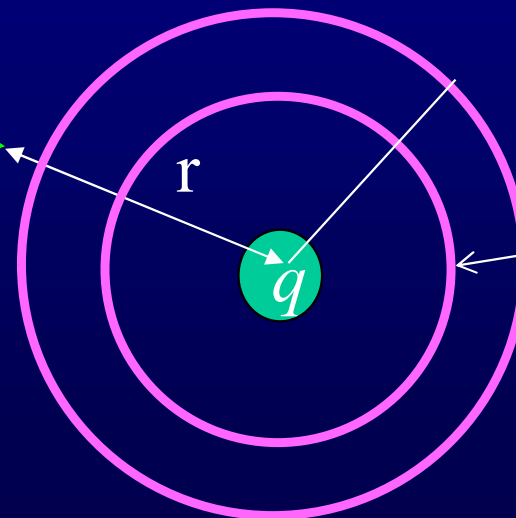
Całkę ta możemy policzyć w analogiczny sposób jak przy liczeniu pracy siły grawitacyjnej (wykład 4 slajd 31-32)

Zwykle zakładamy iż potencjał jest równy zero, w miejscu nieskończenie odległym od źródła pola. Przy tym założeniu przyjmując $r_A \rightarrow \infty$ oraz $V_A \rightarrow 0$ otrzymujemy wzór na potencjał $V=V_B$ w odległości $r=r_B$ od miejsca położenia ładunku punktowego q

$$V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

W ośrodku o przenikalności elektrycznej ϵ

$$V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon r}$$



Powierzchnie stałego potencjału (ekwipotencjalne) mają postać współśrodkowych sfer

Widać iż $V>0$ gdy $q>0$ oraz $V<0$ gdy $q<0$. Potencjał w każdym z punktów przestrzeni zależy tylko od odległości tego punktu od miejsca w którym znajduje się ładunek punktowy q .

Pyt. Potencjał pola elektrycznego wytworzonego przez ładunek punktowy $q_1=Q$ w odległości $r_1=r$ od tego ładunku ma wartość V . Jaka musiała by być wartość ładunku q_2 aby potencjał pola elektrycznego wytworzonego przez ten ładunek w odległości $r_2=2r$ od niego był także równy V ?

a) $q_2=8Q$

b) $q_2=4Q$

c) $q_2=2Q$

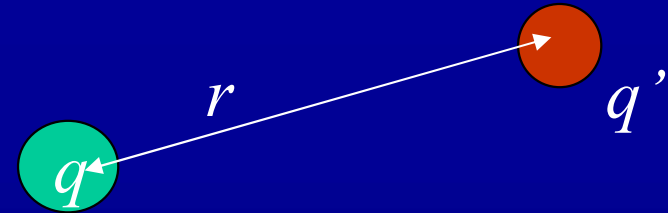
d) $q_2=Q$

Zakładamy, iż potencjał pola wytworzonego przez ładunek punktowy w punkcie położonym nieskończenie daleko od tego ładunku jest równy 0.

Zaznaczyć 1 poprawną odpowiedź spośród podanych powyżej.

Energia potencjalna układu złożonego z punktów materialnych obdarzonych ładunkami q oraz q' położonych w odległości r od siebie

$$E_{pot} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r}$$



Energia potencjalna jest dodatnia gdy znak obu ładunków jest jednakowy i ujemna gdy znak ładunków przeciwny.

Energię taką zyskuje układ powyższy w trakcie jego tworzenia z początkowo pozostających w nieskończonej odległości od siebie ładunków.

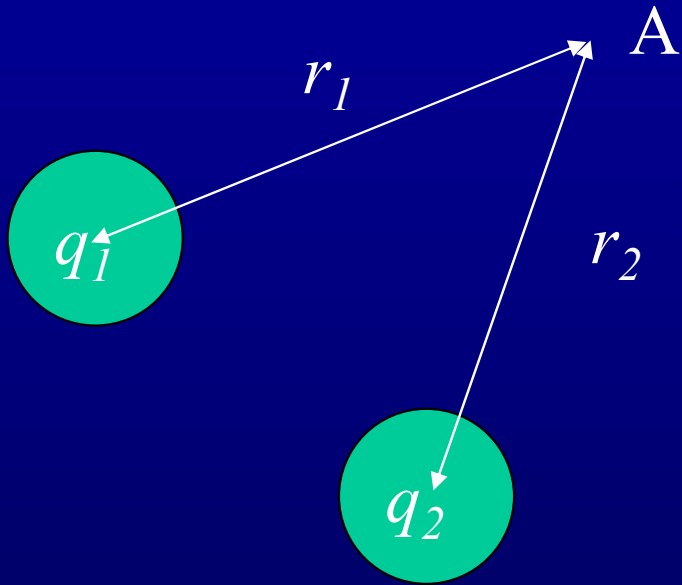
Energię tą można wyrazić jako iloczyn potencjału pola wytworzonego przez ładunek jednego z punktów materialnych (np. obdarzonego ładunkiem q) i ładunku q' drugiego punktu materialnego

$$E_{pot} = V(r)q'$$

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

Zasada superpozycji dla potencjału

Potencjał wytworzony przez kilka ładunków punktowych jest równy sumie **skalarnej** potencjałów wytworzonych przez każdy ładunek z osobna.



Potencjał w punkcie A

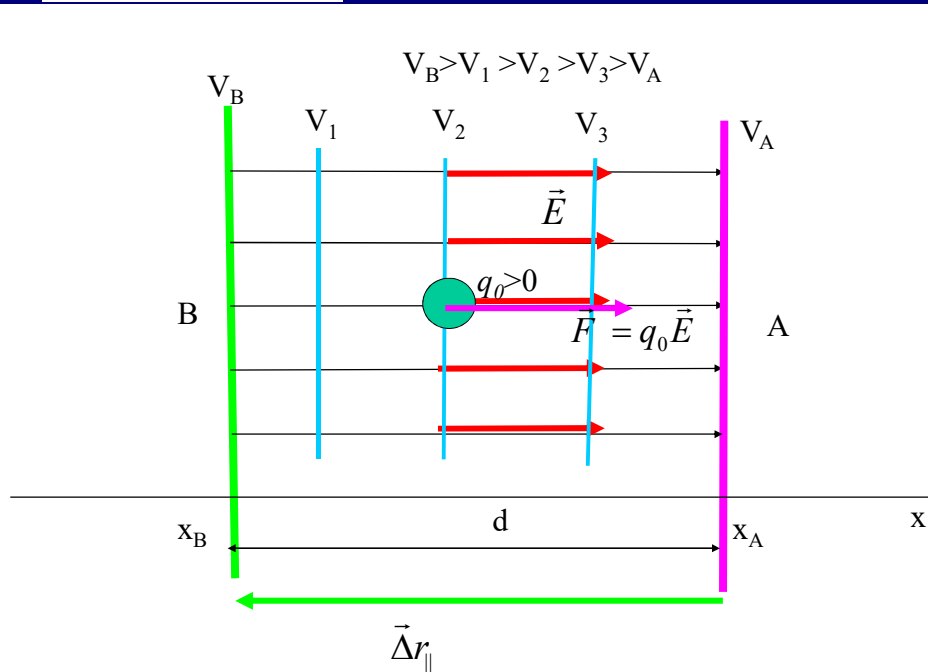
$$V = V_1 + V_2 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1} + \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r_2}$$

Pole jednorodne - związek natężenia z potencjałem

Założmy że wektor natężenia pola jest skierowany wzdłuż osi Ox i natężenie pola jest jednakowe we wszystkich punktach w przestrzeni. Powierzchnie stałego potencjału (ekwipotencjalne) są płaszczyznami prostopadłymi do linii sił pola elektrycznego (osi Ox). Praca siły pola elektrostatycznego przy przesunięciu dodatniego ładunku próbnego pomiędzy punktami leżącymi na powierzchniach ekwipotencjalnych A i B o $x=x_A$ i $x=x_B$ odpowiednio od powierzchni ekwipotencjalnej A do B

$$W_{A \rightarrow B} = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = q_0 \vec{E} \cdot \Delta \vec{r} = q_0 \vec{E} \cdot \Delta \vec{r}_{\parallel} = q_0 |\vec{E}| d \cos(\pi) = -q_0 |\vec{E}| d$$

$$\Delta \vec{r} = \Delta \vec{r}_{\parallel} + \Delta \vec{r}_{\perp}$$



Podczas przesunięcia ładunku o wektor $\Delta \vec{r}_{\perp}$ prostopadły do linii sił pola wykonywana praca jest równa zero gdyż $\vec{E} \cdot \Delta \vec{r}_{\perp} = 0$

$$\Delta V = V_B - V_A = -\frac{W_{A \rightarrow B}}{q_0} = |\vec{E}| d$$

Potencjał wyznaczamy z dokładnością do stałej.

$$|\vec{E}| = \frac{|\Delta V|}{d}$$

Zwrot wektora $\vec{E}$ w kierunku malejącego potencjału
Natężenie pola możemy mierzyć w V/m

Pyt. Rozważyć jednorodne pole elektryczne (o jednakowym natężeniu we wszystkich punktach przestrzeni). Wiadomo, iż napięcie między punktami leżącymi na powierzchniach ekwipotencjalnych tego pola położonych w odległości $d_1=0.5\text{m}$ od siebie była równa $U_1=4\text{V}$. Jakie jest napięcie U_2 między punktami leżącymi na powierzchniach ekwipotencjalnych położonych w odległości $d_2=1\text{m}$ od siebie?

a) $U_2=8\text{V}$

b) $U_2=4\text{V}$

c) $U_2=2\text{V}$

d) $U_2=1\text{V}$

Zaznaczyć 1 poprawną odpowiedź spośród podanych powyżej.

Pole niejednorodne-związek natężenia z potencjałem

$$\vec{E} = [E_x, E_y, E_z] = -gradV = \left[-\frac{\partial V}{\partial x}, -\frac{\partial V}{\partial y}, -\frac{\partial V}{\partial z} \right]$$

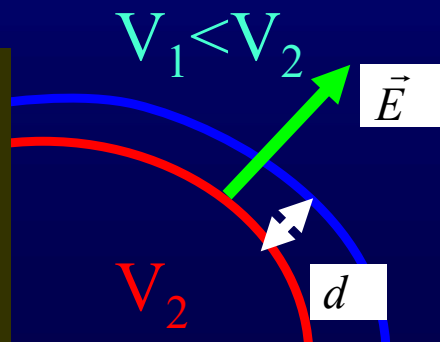
$$V = V(x, y, z)$$

Wektor natężenia pola w danym punkcie jest zawsze prostopadły do powierzchni ekwipotencjalnej przechodzącej przez ten punkt i jest on skierowany w kierunku w którym potencjał maleje.

Wartość natężenia jest równa stosunkowi różnicy potencjałów w dwóch punktach położonych nieskończenie blisko siebie na prostej stycznej do wektora $\vec{E}$ do odległości tych punktów od siebie

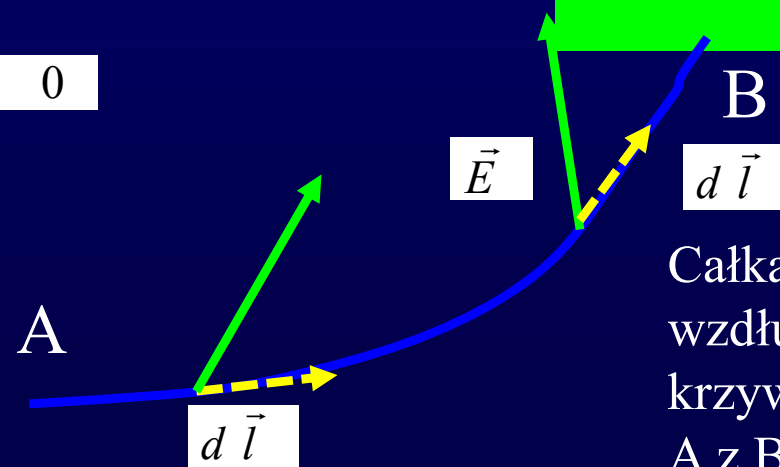
$$|\vec{E}| = \frac{V_2 - V_1}{d}$$

$$d \rightarrow 0$$



pochodne (częstkowe) po składowych wektora wodzącego określającego położenie punktu w którym określamy pole (licząc pochodną po jednej zmiennej inne traktujemy jak stałe)

$$V_B - V_A = - \int_{A \rightarrow B} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$



Całka krzywoliniowa wzdłuż dowolnej krzywej łączącej punkt A z B

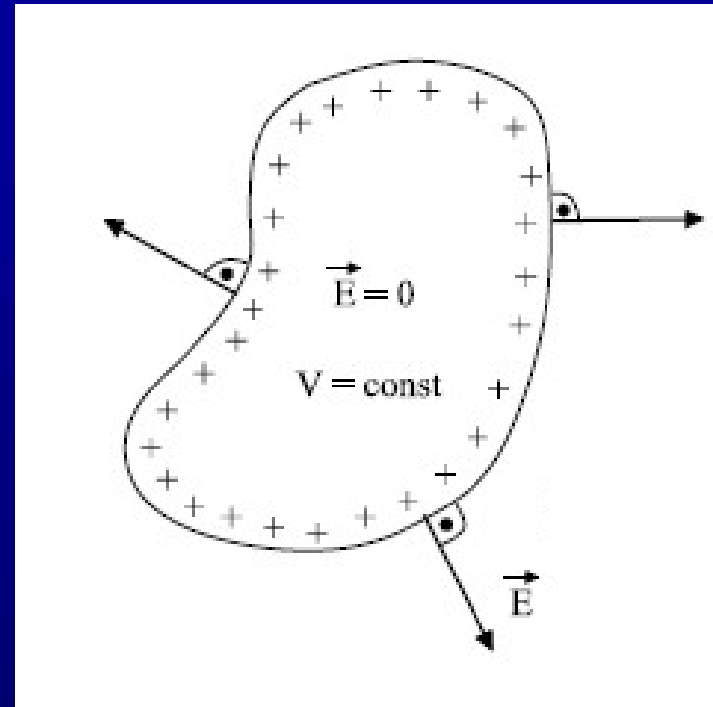
Pyt. Natężenie pola elektrycznego w dowolnym jego punkcie

- a) jest styczne do linii sił pola elektrycznego.
- b) jest prostopadłe do linii sił pola elektrycznego.
- c) jest styczne do powierzchni ekwipotencjalnych grupujących punkty o tym samym potencjale.
- d) jest prostopadłe do powierzchni ekwipotencjalnych grupujących punkty o tym samym potencjale.
- e) jest prostopadłe do wektora siły działającej na ujemny ładunek elektryczny umieszczony w tym punkcie.
- f) ma taki sam kierunek i zwrot co siła działająca na ujemny ładunek elektryczny umieszczony w tym punkcie.

Które z powyższych stwierdzeń są prawdziwe?

Potencjał wewnątrz przewodnika

W obszarze w którym natężenie pola jest równe zero (np. wewnątrz przewodnika przez który nie płynie prąd) potencjał jest stały (jest taki sam w każdym punkcie) i równy potencjałowi na jego powierzchni



W przypadku kuli o promieniu R wykonanej z przewodnika, w obszarze kuli natężenie pola elektrycznego jest równe zero i a potencjał w obszarze kuli jest stały i równy

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

gdzie q -ładunek elektryczny kuli gromadzący się w całości na jej powierzchni

Energia pola elektrycznego

Można pokazać iż z dowolnym polem elektrycznym można powiązać energię.

Gęstość energii (energii przypadającą na jednostkę objętości obszaru w której występuje pole) jest wprost proporcjonalna do kwadratu natężenia pola elektrycznego

$$w = \frac{1}{2} \epsilon E^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r E^2$$

ϵ_0 –przenikalność elektryczna próżni

ϵ_r –względna przenikalność elektryczna ośrodka (w próżni $\epsilon_r=1$)