

Elektrostatyka-część 1

Zasada zachowania ładunku

Prawo Coulomba

Natężenie pola elektrycznego, linie sił pola i zasada superpozycji , *dipol elektryczny*

Elektrostatyka opisuje oddziaływania pomiędzy spoczywającymi ładunkami elektrycznymi

Ładunek elektryczny i o oddziaływania elektrostatyczne

Ładunek elektryczny jest podstawową własnością (obok masy) cząstek charakteryzujących ich zdolność do oddziaływań elektrycznych

Ładunek elektryczny może być dodatni i ujemny (nazwa wprowadzona przez Beniamina Franklina w XVIII w).

Cząstki (i obiekty złożone z cząstek) obdarzone ładunkiem tego samego znaku odpychają się zaś cząstki obdarzone ładunkami o przeciwnych znakach przyciągają się W układzie SI ładunek elektryczny mierzymy w kulombach

Już w starożytnej Grecji wiadano, że bursztyn potarty kawałkiem futra przyciąga kawałki słomy, piórka i ten kawałek futra, ale odpycha się z innym potartym bursztynem.

Pocieranie powoduje pojawienie się oddziaływań. *Nazwa elektryczność pochodzi od greckiego słowa oznaczającego bursztyn; Bursztyn =elektro (j. gr.)*



Kwantyzacja ładunku

Ładunek cząstek swobodnie występujących w przyrodzie jest wielokrotnością ładunku elementarnego równego co do wartości $e=1,603 \cdot 10^{-19} \text{C}$. (C to oznaczenie jednostki ładunku kulomba)

Ładunek równy $+e$ posiadają np. protony wchodzące obok pozbawionych ładunku neutronów w skład jąder atomowych. Ładunek $-e$ posiadają np. elektrony wchodzące w skład np. atomów.

Obojętność elektryczna atomów wynika z tego iż posiadają jednakową liczbę protonów i elektronów.

Atomy pozbawione części elektronów tworzą dodatnio naładowane jony. W materiałach przewodzących ilość elektronów niezwiązanych ściśle z atomami jest bardzo duża i elektrony te mogą dość swobodnie poruszać się wewnątrz materiału tworząc gaz elektronowy.

Elektrony uwolnione w różny sposób z atomów tworzących ciała makroskopowe mogą też w pewnych procesach opuścić ten materiał.

Ciało makroskopowe naładowane ładunkiem elektrycznym ma niejednakową liczbę protonów i elektronów

Zasada zachowania ładunku

Całkowity ładunek układu odosobnionego jest stały

Prz. 1. Przy pocieraniu plastikowego pręta wełną, elektrony z wełny przechodzą na pręt. (Ciała przestają być obojętne elektrycznie). Na pręcie pojawia się ładunek ujemny. Wełna traci elektrony- posiada ładunek dodatni, o tej samej wartości bezwzględnej co ładunek pręta. Ładunek wypadkowy układu pozostaje równy zero. Podczas pocierania ładunek nie jest niszczony ani wytwarzany lecz przenoszony z ciała na ciało.

przed potarciem:



$$q_{\text{przed}} = q_{\text{po}}$$

$$0 = q_1 + q_2$$

$$q_1 = -q_2$$

po potarciu:



Generowany ładunek: $\sim nC$, co odpowiada nadmiarowi/deficytowi $\sim 10^9$ elektronów.

Zasada zachowania ładunku dotyczy również procesów w których zachodzi kreacja lub anihilacja cząstek w trakcie których mogą znikać lub pojawiać się cząstki obdarzone ładunkiem ale całkowity ładunek układu nie ulega zmianie.

Anihilacja pary elektron-pozyton

$$e + e^+ = 2\gamma$$

e^+ =pozyton –cząstka o ładunku $+e$

kreacja pary elektron-pozyton

$$\gamma = e + e^+$$

γ -foton kwant promieniowania elektromagnetycznego o ładunku=0

Siła elektrostatyczna – Prawo Coulomba

Opisuje oddziaływanie pomiędzy spoczywającymi cząstkami obdarzonymi ładunkami elektrycznymi jednoimiennymi $q_1 q_2 > 0$ (siła odpychająca) i różnoimiennymi $q_1 q_2 < 0$ (siła przyciągająca)

$$\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_1 q_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} = -\frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_1 q_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

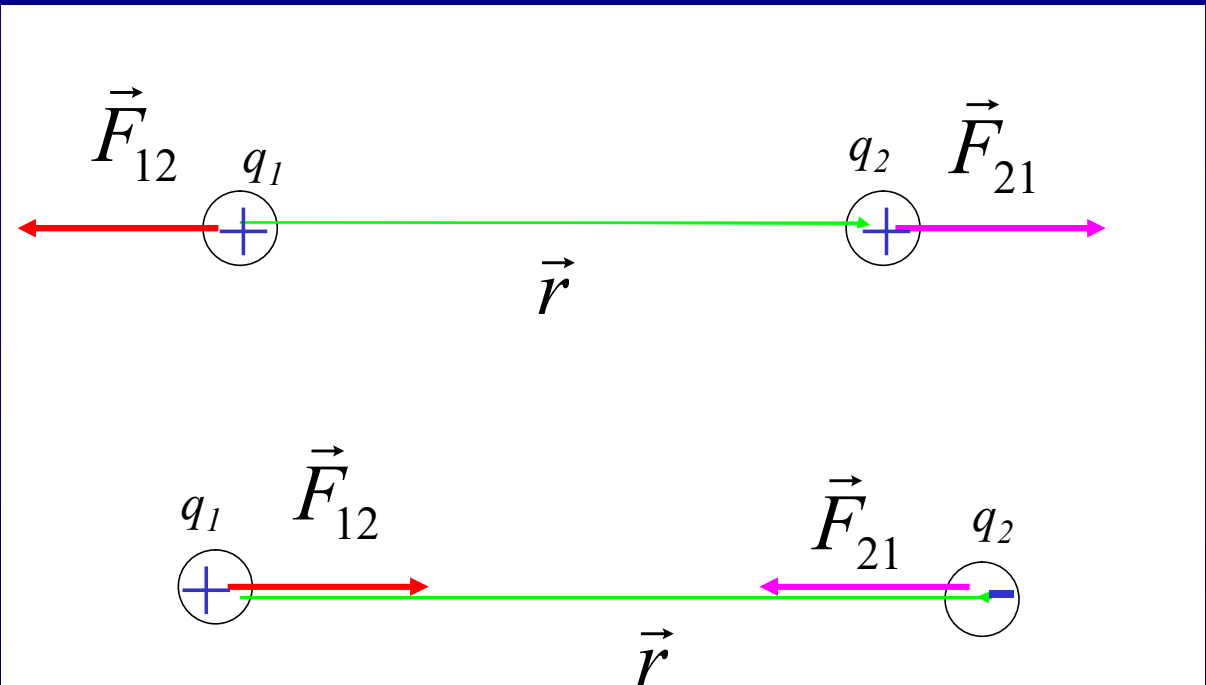
$$r = |\vec{r}|$$

$$|\vec{F}_{21}| = |\vec{F}_{12}| = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

Siła wzajemnego oddziaływania między dwoma cząstkami obdarzonymi ładunkami elektrycznymi jest wprost proporcjonalna do obu ładunków i odwrotnie proporcjonalna do kwadratu odległości między nimi (tak jak siła oddziaływania grawitacyjnego)

ϵ -przenikalność elektryczna

W materiale (dielektryku) o $\epsilon > \epsilon_0$ oddziaływanie swobodnych ładunków jest osłabione na skutek ich ekranowania przez ładunki indukowane w dielektryku



$$\text{W próżni } \epsilon = \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$$

$$k = 1/4\pi\epsilon_0 = 9 \cdot 10^9 N \cdot m^2 / C^2$$

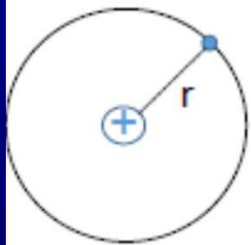
Uwaga

Podane wzory można stosować do analizowania sił działających

- a) między ciałami, które można uznać za punkty materialne
- b) między ciałami o kulistosymetrycznym rozkładzie ładunku (wówczas r określa odległość środków ciał obdarzonych ładunkiem)

Siła działająca na ciało ze strony kilku ciał jest równa sumie wektorowej tych sił.

Prz. 1. ATOM WODORU; Elektron i proton w atomie wodoru znajdują się w odległości około $5,3 \cdot 10^{-11}$ [m] od siebie. Porównaj wartości sił elektrostatycznych i grawitacyjnych, z jakimi oddziałują na siebie te cząstki.



$$q_p = +e$$

$$q_e = -e$$

$$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{C}$$

$$m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{kg}$$

$$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{kg}$$

$$F_{el} = k \frac{|e||-e|}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{(1,602 \cdot 10^{-19})^2}{(5,3 \cdot 10^{-11})^2} = 8,2 \cdot 10^{-8} \text{N}$$

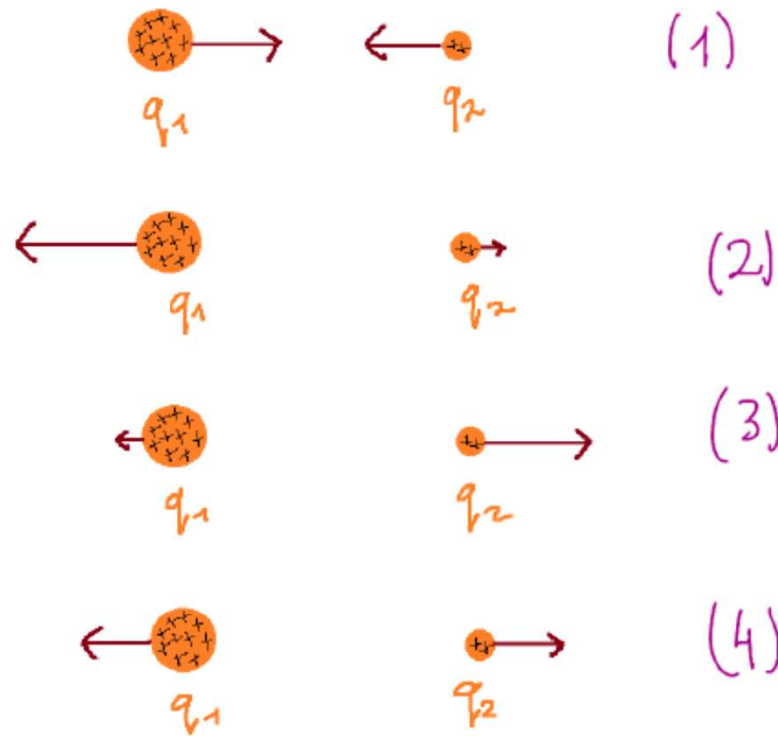
$$F_{gr} = G \frac{m_p m_e}{r^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}{(5,3 \cdot 10^{-11})^2} = 3,6 \cdot 10^{-47} \text{N}$$

$$\frac{F_{el}}{F_{gr}} \approx 2 \cdot 10^{39}$$

1. Siła oddziaływania elektrostatycznego jest **ogromna** w porównaniu do siły oddziaływania grawitacyjnego!

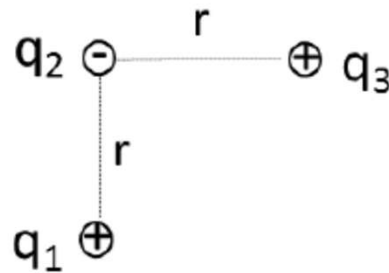
2. W świecie cząstek atomowych można zaniedbać siły grawitacji w porównaniu z siłami elektrostatycznymi.

Pyt. Wskazać numer rysunku, który właściwie przedstawia wektory sił oddziaływania elektrostatycznego dwóch ładunków q_1 oraz $q_2=5q_1$. Długości wektorów są proporcjonalne do wartości tych sił.

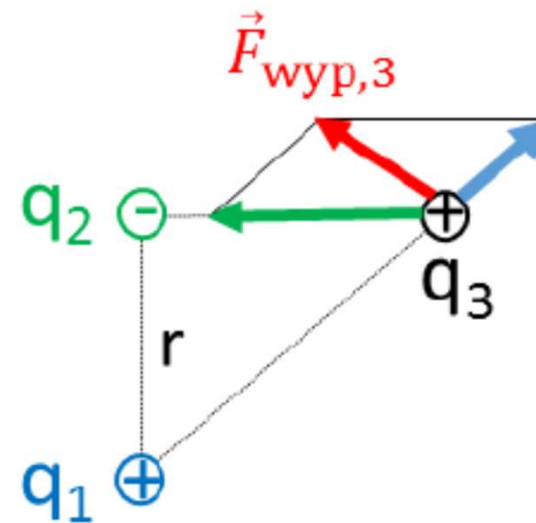
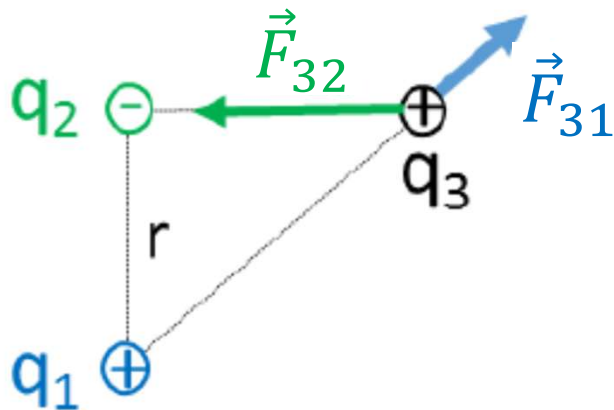


Poprawna odpowiedź to (4)

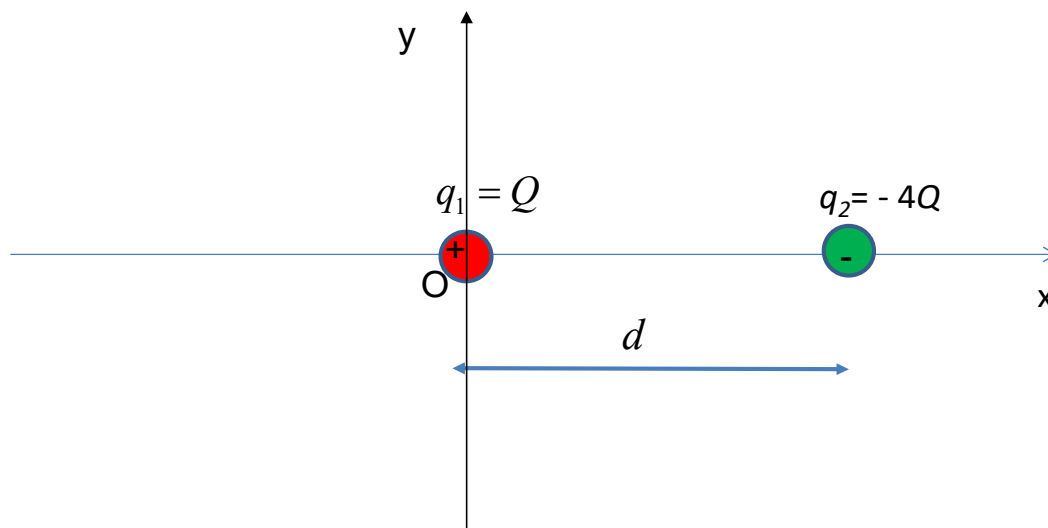
Prz. Dany jest układ trzech ładunków punktowych $q_1=q_3=Q$ oraz $q_2=-Q$.
Narysować kierunek i zwrot siły wypadkowej działającej na ładunek q_3 .



Siłą wypadkowa działająca na ładunek q_3 jest sumą wektorową sił działających na niego ze strony ładunków q_1 i q_2 $\vec{F}_{wyp,3} = \vec{F}_{31} + \vec{F}_{32}$

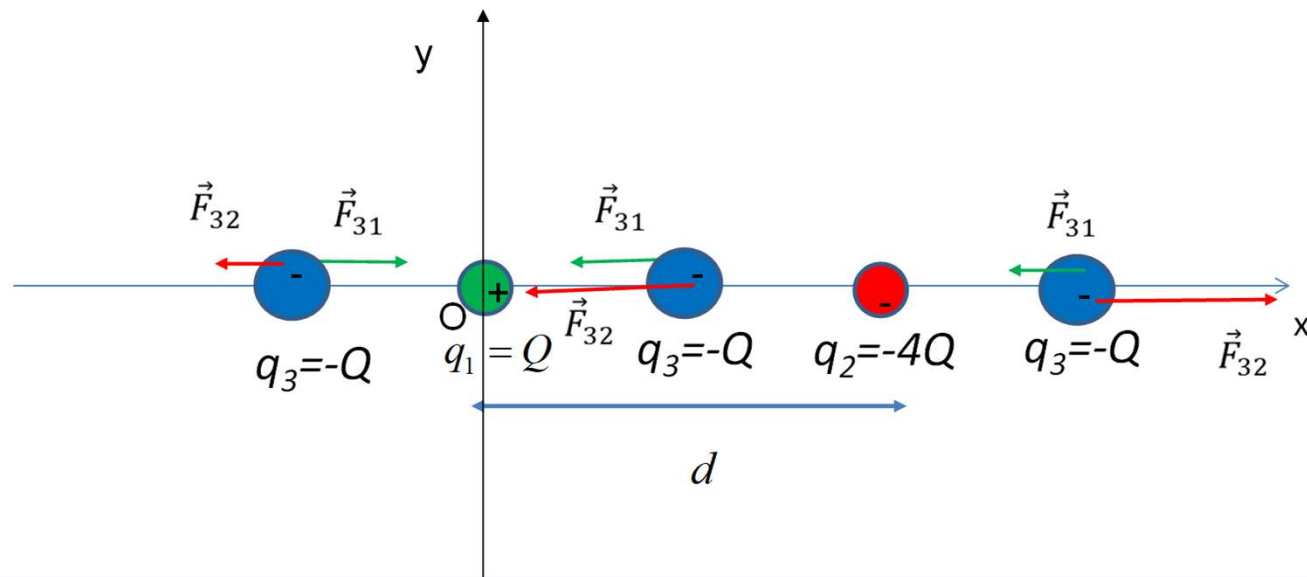


Pyt. Rozważyć układ złożony z dwóch cząstek obdarzonych ładunkami elektrycznymi o przeciwnych znakach leżących na osi Ox układu współrzędnych. Ładunek $q_1 = Q = 1\text{C}$ leży w początku układu współrzędnych. Ładunek $q_2 = -4Q = -4\text{C}$ leży na prawo od początku układu w odległości d od początku układu. Czy na osi Ox można znaleźć punkt w którym siła działająca na ładunek $q_3 = -Q = -1\text{C}$ jest równa 0?



- a) Tak, punkt taki leży na lewo od początku układu współrzędnych.
- b) Tak, punkt taki leży między obydwoma ładunkami.
- c) Tak, punkt taki leży na prawo od ładunku q_2 .
- d) Nie, na osi Ox nie ma punktu w którym siła działająca na ładunek q_3 byłaby równa 0, choć w punkcie położonym bardzo daleko od obu ładunków natężenie to jest bardzo małe.

Zaznaczyć jedno prawdziwe stwierdzenie spośród podanych powyżej wstawiając znak v do tabelki poniżej. Czy położenie tego punktu zależy od wartości ładunku q_3 ?

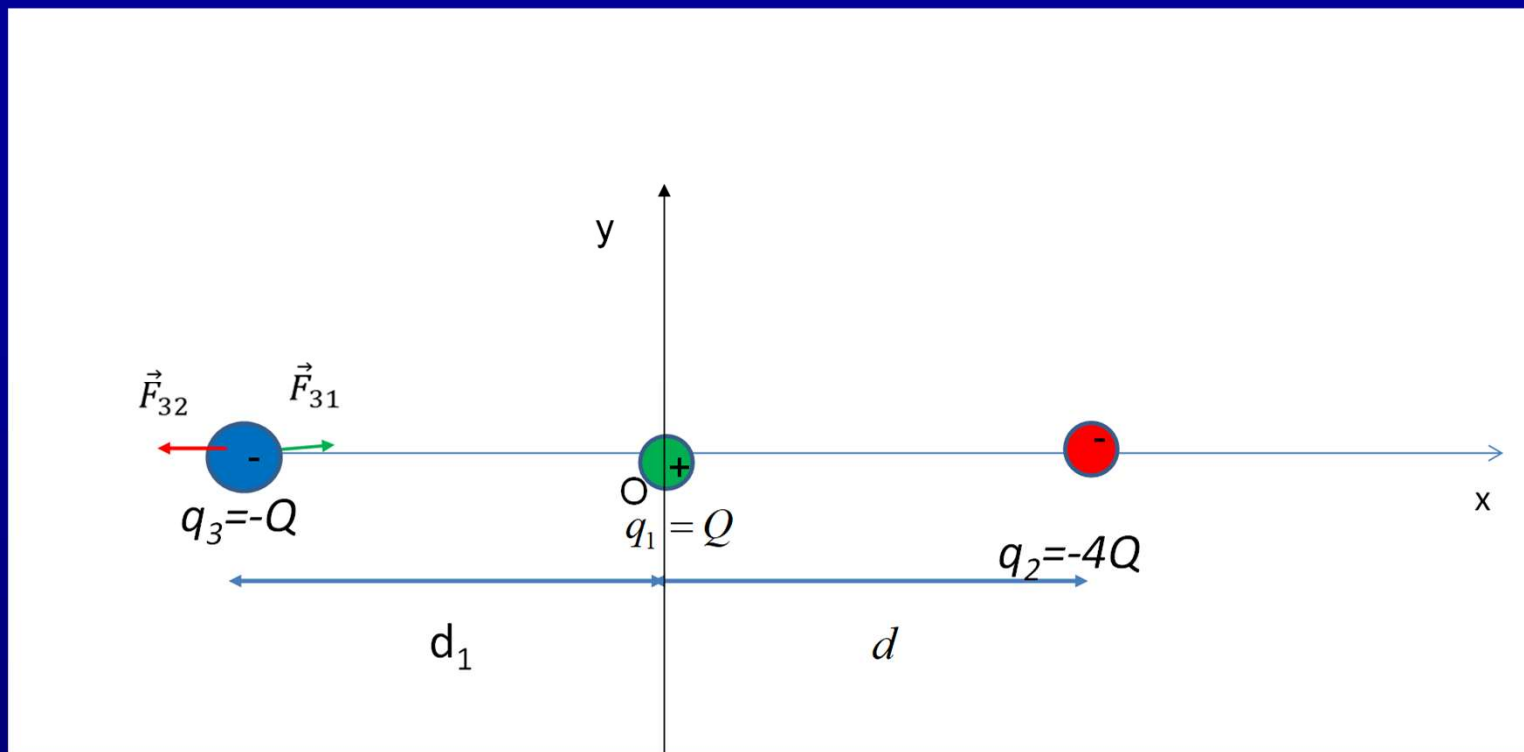


W położeniu szukanym siła wypadkowa działająca na ładunek $q_3 = -Q < 0$ zeruje się
czyli $\vec{F}_{w,3} = \vec{F}_{31} + \vec{F}_{32} = 0$

A zatem siły działające ze strony ładunku $q_1 = Q > 0$ i $q_2 = -4Q < 0$ ($\vec{F}_{31}$ i $\vec{F}_{32}$ odpowiednio) muszą różnić się zwrotem $\vec{F}_{31} = -\vec{F}_{32}$.

Zwroty tych sił w punktach leżących między ładunkami q_1 i q_2 oraz na prawo od ładunku q_2 i na lewo od ładunku q_1 pokazano na rysunku. Widać iż w punktach leżących między ładunkami q_1 i q_2 mają one taki sam zwrot (czyli tam nie może leżeć szukany punkt).

Różnią się one zwrotem w punkcie leżącym na prawo od ładunku q_2 i na lewo od ładunku q_1 . Z uwagi jednak na to iż $q_2 > q_1$ to w punktach leżących na prawo od ładunku q_2 których odległość od ładunku q_2 jest mniejsza niż od ładunku q_1 zawsze $|\vec{F}_{31}| > |\vec{F}_{32}|$, a zatem szukany punkt nie może też leżeć na prawo od ładunku q_2 .

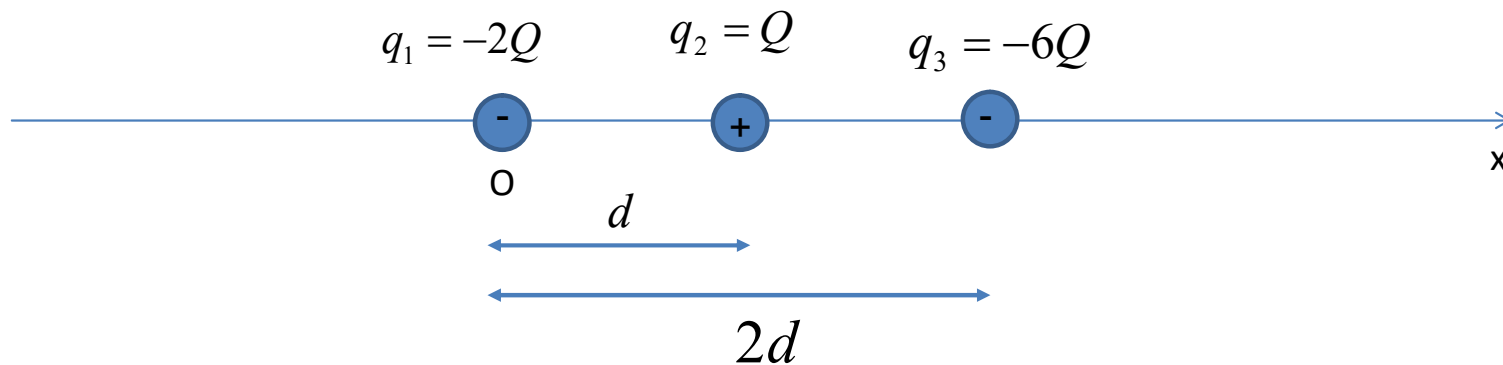


Punkt szukany może leżeć na lewo od początku układu współrzędnych w odległości od początku układu współrzędnych d_1 takiej by w tym punkcie zachodziło

$$|\vec{F}_{31}| = |\vec{F}_{32}| \Leftrightarrow \frac{|q_1 q_3|}{(d_1)^2} = \frac{|q_2 q_3|}{(d_1 + d)^2} \Leftrightarrow \frac{Q^2}{(d_1)^2} = \frac{4Q^2}{(d_1 + d)^2} \Leftrightarrow 4(d_1)^2 = (d_1 + d)^2 \Leftrightarrow d_1 = d$$

Analiza rozwiązania zadania wskazuje że uzyskany wynik nie zależy od wartości i znaku ładunku q_3 choć zmiana znaku tego ładunku prowadzi do zmiany zwrotów wszystkich wektorów sił.

Pyt. Rozważyć układ złożony z 3 cząstek leżących na linii prostej pokrywającej się z osią Ox układu współrzędnych, których ładunki są wielokrotnościami ładunku $Q=1\text{C}$.



Ładunek $q_1 = -2Q$ leży w początku układu współrzędnych. Ładunek $q_2 = Q$ jest położony w odległości d na prawo od ładunku q_1 . Ładunek $q_3 = -6Q$ jest położony w odległości $2d$ na prawo od ładunku q_1 . Co można powiedzieć o wypadkowej sile działającej na ładunek q_1 ?

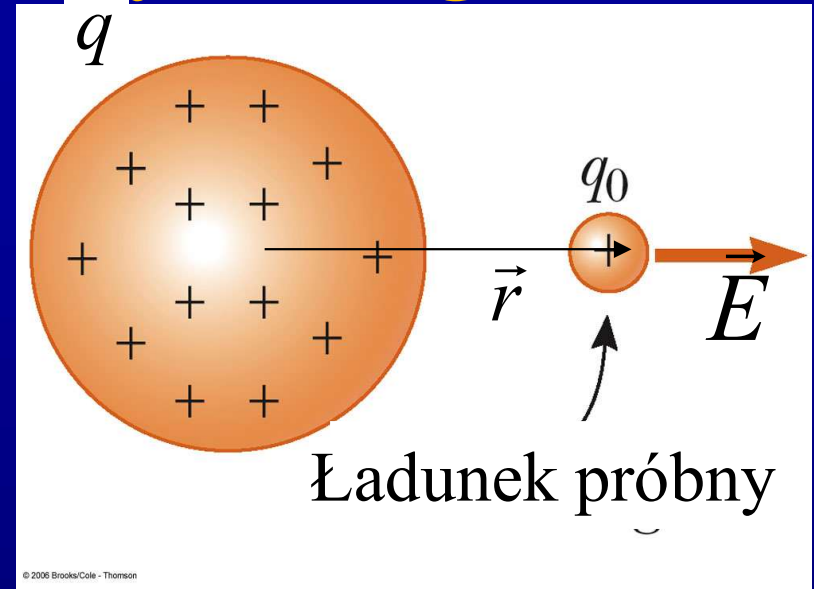
- a) Siła ta jest skierowana w prawo (tak jak zwrot osi Ox).
- b) Siła ta jest skierowana w lewo (przeciwnie do zwrotu osi Ox).
- c) Siła ta jest skierowana prostopadle do osi Ox .
- d) Wartość tej siły jest równa 0.

Zaznaczyć jedno prawdziwe stwierdzenie spośród podanych powyżej

Natężenie pola elektrycznego

Oddziaływanie między ładunkami jest przenoszone przez pole elektryczne. Ciało obdarzone ładunkiem wytwarza pole elektryczne. Z kolei na ciało obdarzone ładunkiem umieszczone w tym polu działa siła.

Natężenie pola w danym punkcie to stosunek siły działającej na dodatni ładunek próbny $q_0 > 0$ umieszczony w tym punkcie do wartości tego ładunku



Natężenie pola w próżni pochodzącego od ładunku punkowego lub ciała o sferycznie symetrycznym rozkładzie ładunku

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

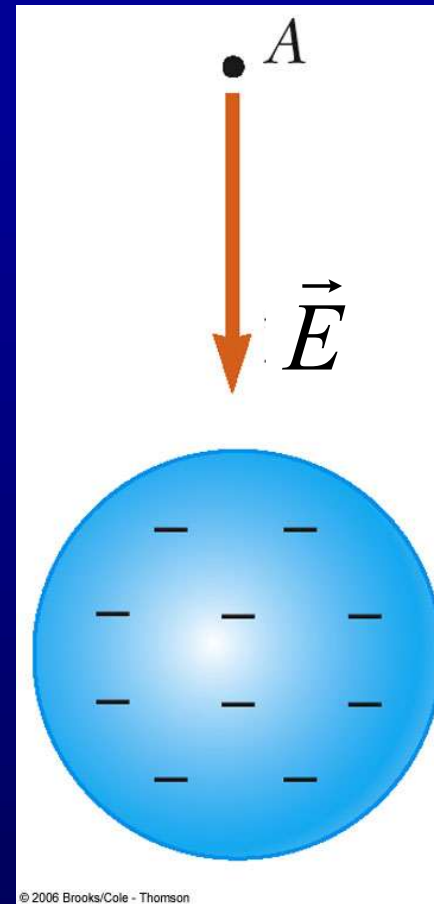
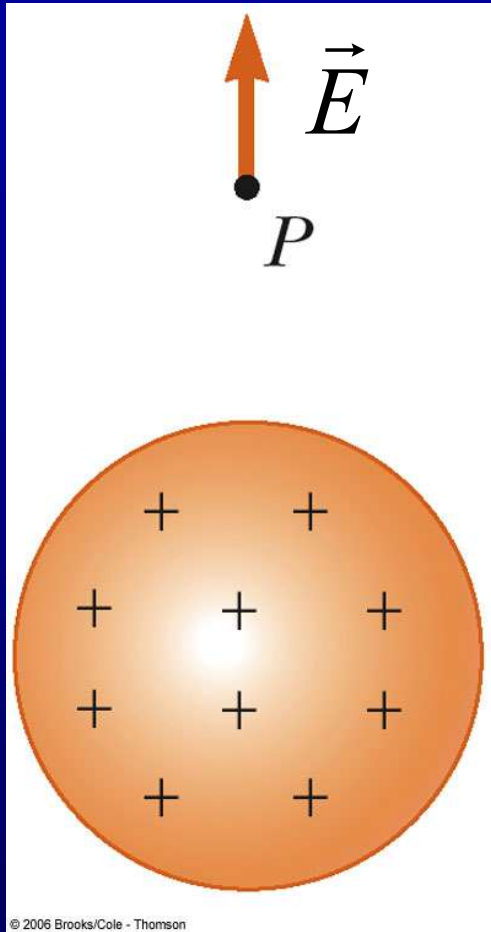
Zwrot i kierunek wektora natężenia pola jest taki jak zwrot siły działającej na dodatni ładunek próbny
Natężenie pola możemy mierzyć w N/C

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

$$|\vec{E}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q|}{r^2}$$

$$r = |\vec{r}|$$

Natężenie pola elektrycznego



Na cząstkę o ładunku q umieszczoną w polu elektrycznym o natężeniu

$$\vec{E}$$

działa siła

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

W której z poniższych sytuacji wartość natężenia pola elektrycznego jest maksymalna?

- 1) Pole jest wytworzone przez ładunek Q w odległości R od ładunku
- 2) Pole jest wytworzone przez ładunek $2Q$ w odległości $2R$ od ładunku
- 3) Pole jest wytworzone przez ładunek $4Q$ w odległości $2R$ od ładunku
- 4) Pole jest wytworzone przez ładunek $Q/2$ w odległości $R/2$ od ładunku

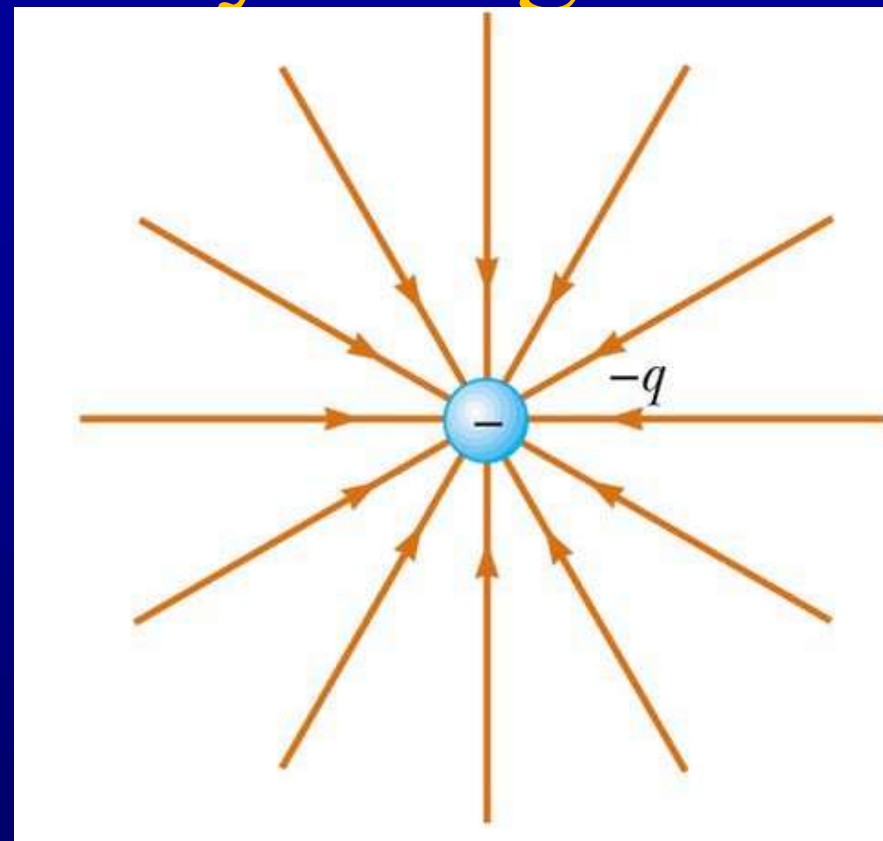
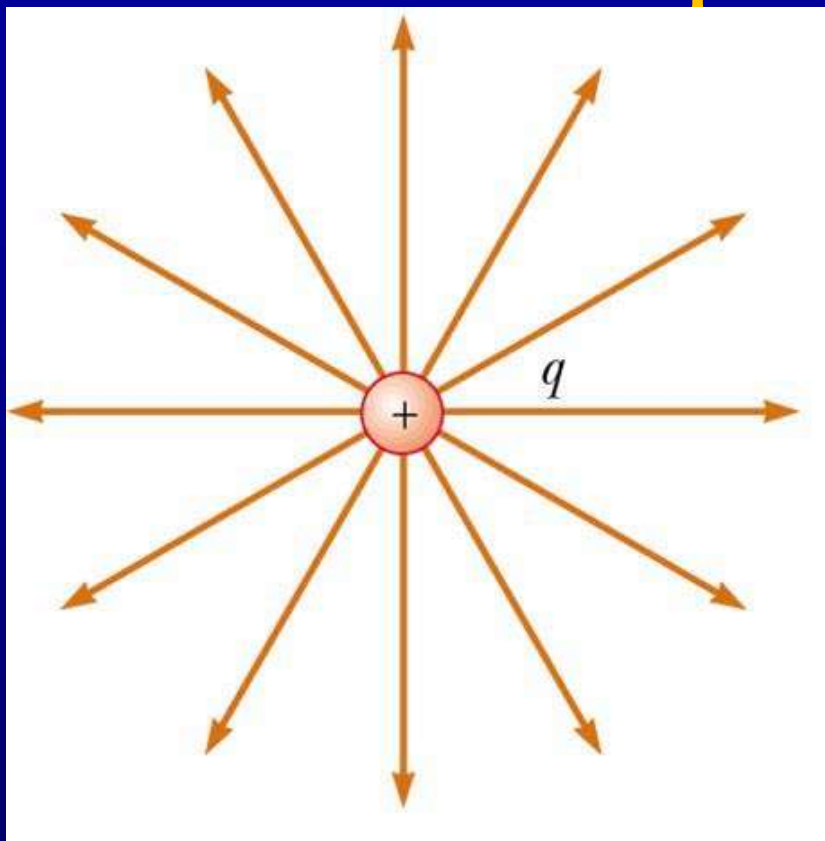
$$|\vec{E}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q|}{r^2}$$

Prz. Policz natężenie pola elektrycznego wytworzonego przez proton w atomie wodoru (tj. w odległości r odpowiadającej promieniowi orbity elektronu). Promień orbity elektronu: 0,053 nm.

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2} \frac{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}}{(5,3 \cdot 10^{-11} \text{ m})^2} = 5,1 \cdot 10^{11} \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Dla porównania: natężenie pola elektrycznego wytworzonego przez makroskopowe obiekty naładowane przez pocieranie, w niedalekiej odległości od nich wynosi: $E \sim (10^3 - 10^6) \text{ N/C}$.

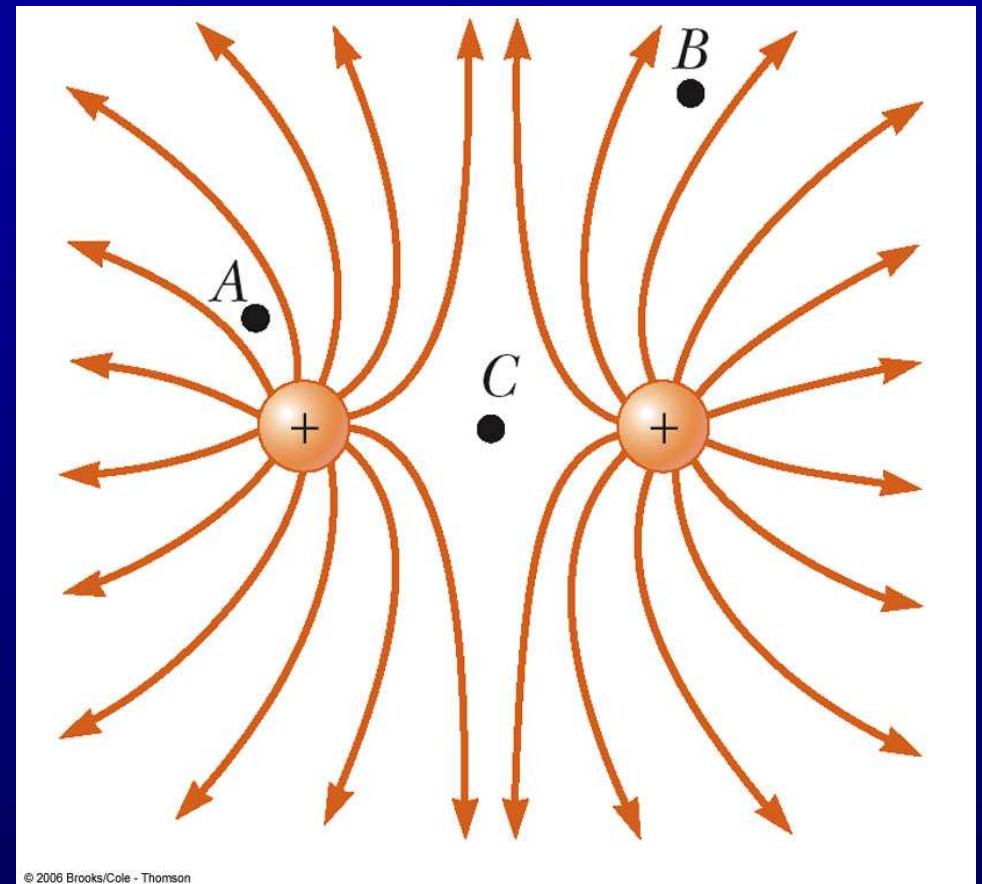
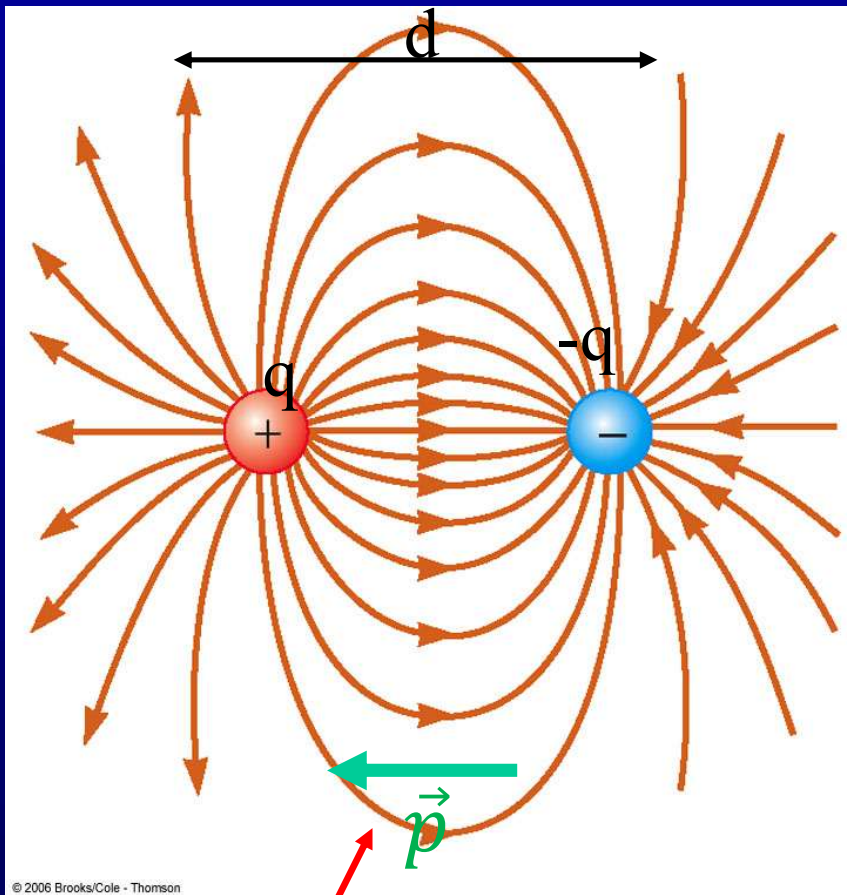
Linie sił pola elektrycznego



Linie sił pola są w każdym punkcie styczne do wektora natężenia pola elektrycznego. Linie pola nie przecinają się. Mogą zaczynać się tylko na ładunkach dodatnich (lub w nieskończoności) i kończyć się tylko na ładunkach ujemnych (lub w nieskończoności)

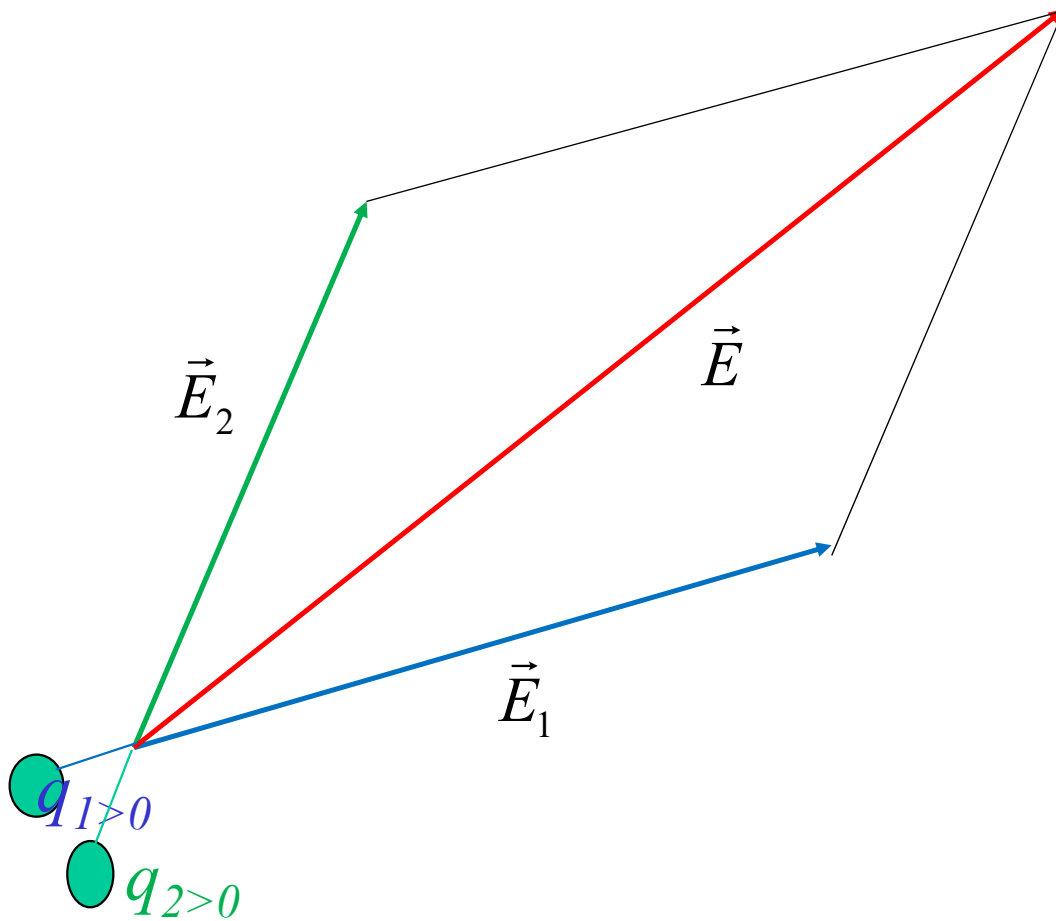
Często rysuje się je tak by liczba linii na jednostkę powierzchni prostopadłej do tych linii była proporcjonalna do wartości natężenia pola elektrycznego.

Linie sił pola elektrostatycznego (wytworzonego przez spoczywające ładunki)



Dipol elektryczny (układ 2 ładunków o tej samej wartości modułu ładunku różniących się znakami położonych blisko siebie). Do jego charakteryzacji wprowadzamy moment dipolowy elektryczny $\vec{p}$ równy co do wartości $p = |\vec{p}| = qd$ skierowany od ładunku ujemnego do dodatniego.

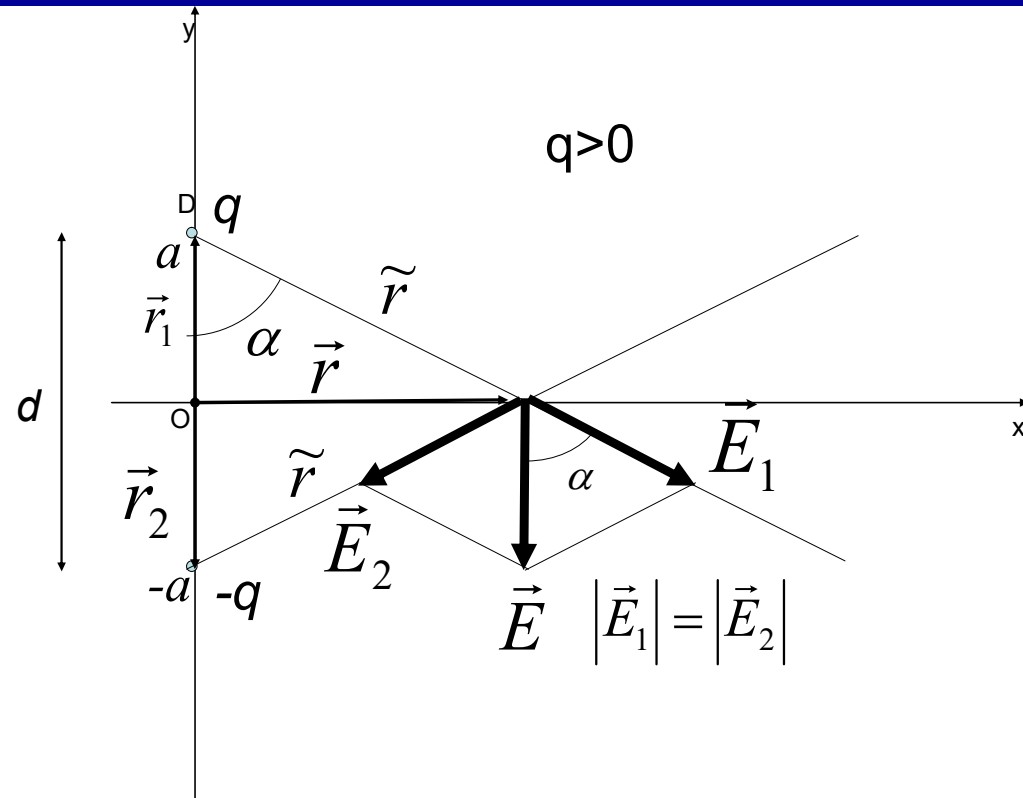
Natężenie pola elektrycznego – zasada superpozycji



Natężenie pola
wytworzonego przez kilka
ładunków można określić
sumując **wektorowo**
natężenia pochodzące od
pól wytworzonych przez
każdy z ładunków.
Dla dwóch ładunków
mamy

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

Przykład. Wyznaczyć natężenie pola pochodzącego do dipola elektrycznego w punkcie leżącym na prostej prostopadłej do osi dipola przechodzącej przez punkt leżący w połowie odległości między ładunkami



$$E_1 = |\vec{E}_1| = \frac{q}{4\pi\epsilon_0|\vec{r} - \vec{r}_1|^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\tilde{r}^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0(r^2 + a^2)}$$

$$E_2 = |\vec{E}_2| = \frac{q}{4\pi\epsilon_0|\vec{r} - \vec{r}_2|^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\tilde{r}^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0(r^2 + a^2)}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$r = |\vec{r}|$$

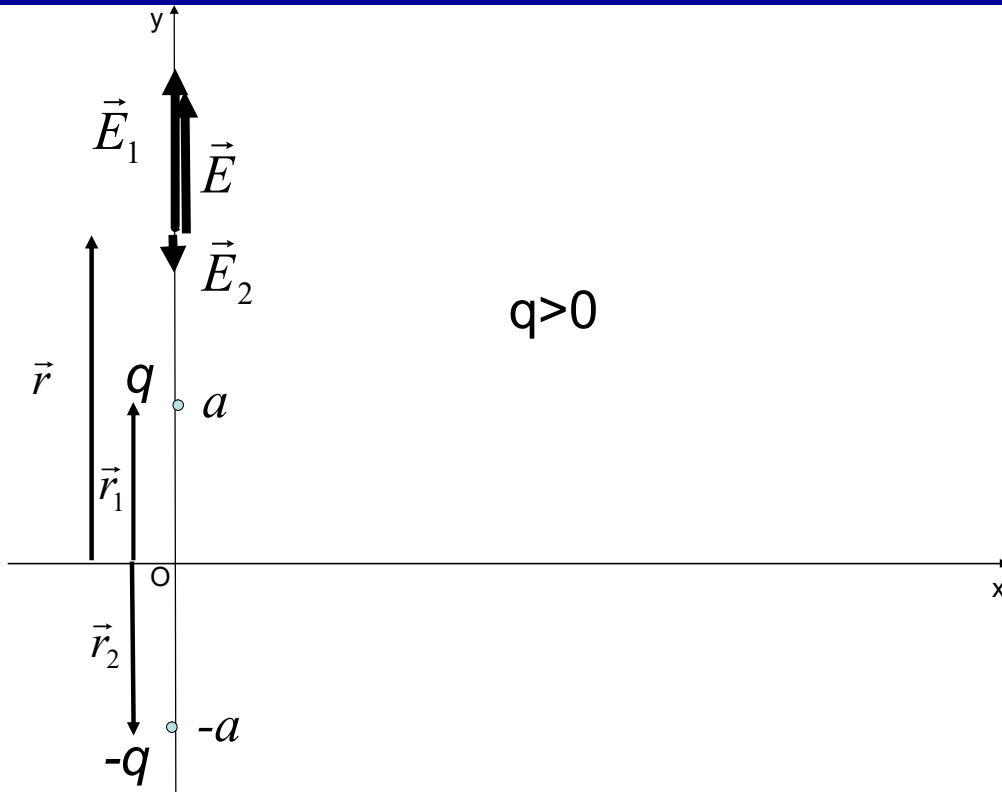
$$a = |\vec{r}_1| = |\vec{r}_2|$$

$$|\vec{E}| = 2|E_1|\cos(\alpha)$$

$$\begin{aligned} |\vec{E}| &= 2|E_1|\cos(\alpha) = 2 \frac{q}{4\pi\epsilon_0(a^2 + r^2)} \cdot \frac{a}{\tilde{r}} = 2 \frac{q}{4\pi\epsilon_0(a^2 + r^2)} \cdot \frac{a}{\sqrt{a^2 + r^2}} = \\ &= \frac{2qa}{4\pi\epsilon_0(a^2 + r^2)^{3/2}} = \frac{qd}{4\pi\epsilon_0(a^2 + r^2)^{3/2}} = \frac{p}{4\pi\epsilon_0(a^2 + r^2)^{3/2}} \stackrel{r \gg a}{\approx} \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3} \end{aligned}$$

$p=qd$ - wartość momentu dipolowego, $d=2a$ -odległość między ładunkami,
 r - odległość punktu obserwacji od osi dipola

Przykład. Wyznaczyć natężenie pola pochodzącego do dipola elektrycznego na osi dipola



$$E_1 = |\vec{E}_1| = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r} - \vec{r}_1|^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 (r-a)^2}$$

$$E_2 = |\vec{E}_2| = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r} - \vec{r}_2|^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 (r+a)^2}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

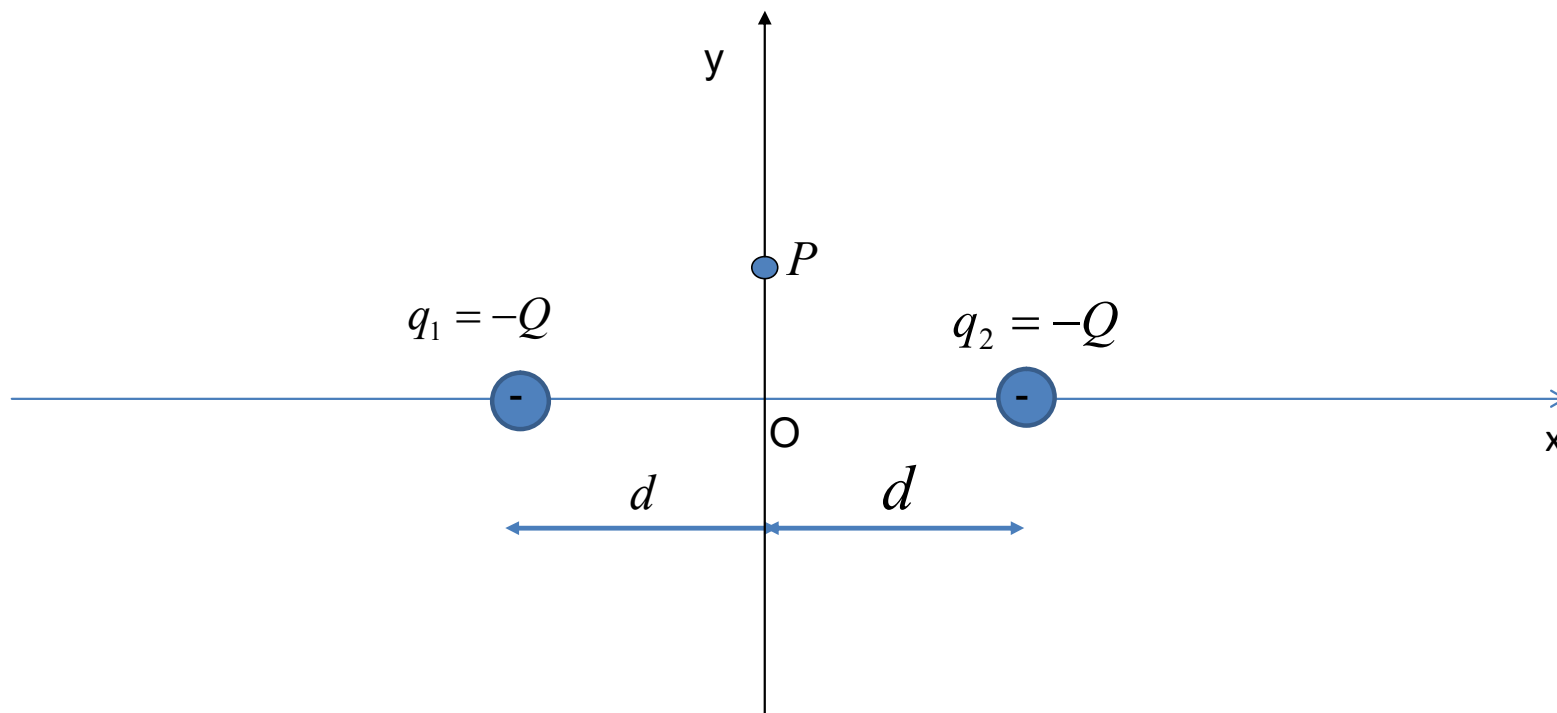
$$r = |\vec{r}|$$

$$a = |\vec{r}_1| = |\vec{r}_2|$$

$$\begin{aligned} E &= E_1 - E_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 (r-a)^2} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 (r+a)^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{(r+a)^2 - (r-a)^2}{(r-a)^2 (r+a)^2} \right] = \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{4ra}{(r^2 - a^2)^2} \right] = \frac{2qa}{2\pi\epsilon_0} \left[\frac{r}{(r^2 - a^2)^2} \right] \stackrel{d=2a}{=} \frac{qd}{2\pi\epsilon_0} \left[\frac{r}{(r^2 - a^2)^2} \right] \stackrel{p=qd}{=} \frac{p}{2\pi\epsilon_0} \left[\frac{r}{(r^2 - a^2)^2} \right] \stackrel{r \gg a}{\approx} \frac{p}{2\pi\epsilon_0 r^3} \end{aligned}$$

Gdy rozważamy dowolne punkty leżące daleko od dipola to natężenie pola maleje w przybliżeniu odwrotnie proporcjonalnie do trzeciej potęgi odległości od dipola

Pyt. Rozważyć układ złożony z dwóch cząstek obdarzonych jednakowymi ujemnymi ładunkami elektrycznymi $q_1 = q_2 = -Q = -1\text{C}$ pokazany na rysunku poniżej. Co można powiedzieć o kierunku i zwrocie natężenia wypadkowego pola elektrycznego $\vec{E}$ w punkcie P leżącym na osi Oy powyżej początku układu współrzędnych? Które z poniższych twierdzeń jest prawdziwe?



- a) Natężenie pola ma kierunek i zwrot taki jak oś Oy (jest skierowane do góry).
- b) Natężenie pola ma kierunek i zwrot przeciwny do zwrotu osi Oy (jest skierowane do dołu).
- c) Natężenie pola ma kierunek i zwrot taki jak oś Ox (jest skierowane w prawo).
- d) Natężenie pola ma kierunek i zwrot przeciwny do zwrotu osi Ox (jest skierowane w lewo).

Dipol elektryczny – dlaczego naelektryzowany podczas czesania grzebień przyciąga małe skrawki papieru c.d.?

Dipol elektryczny może być wytworzony/indukowany zarówno dla dodatniego jak i ujemnego ładunku zewnętrznego. W obu przypadkach siła wypadkowa działająca na atom skierowana jest w lewo, tj. w stronę ładunku zewnętrznego.



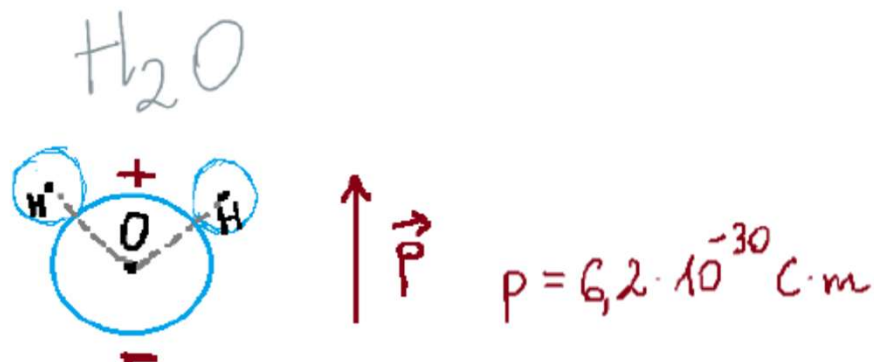
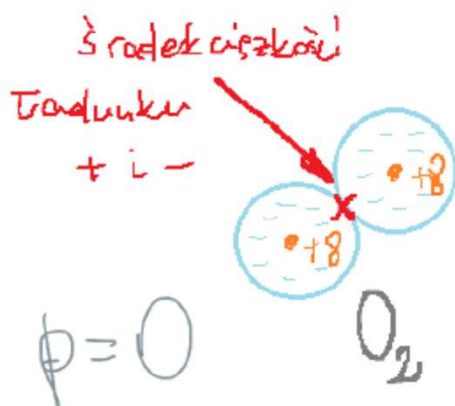
Podczas czesania plastikowy grzebień zostaje naelektryzowany ujemnie. Atomy papieru ulegają polaryzacji i na powierzchni papieru powstają ładunki polaryzacyjne obu znaków: dodatnie bliżej grzebienia i ujemne - dalej od grzebienia. Siła przyciągania ład. + jest > niż siła odpychania ład. -, więc papierki są przyciągane do grzebienia.



Dipol elektryczny – Cząsteczka wody

Cząsteczki o budowie symetrycznej np. cząsteczka tlenu nie mają momentu dipolowego – środki ładunku + i – pokrywają się. Cząsteczki te nazywamy niepolarnymi.

Cząsteczki polarne, np. cząsteczka wody, mają trwały moment dipolowy nawet w nieobecności pola elektrycznego.



Moment dipolowy cząsteczki wody jest taki, jakby przesunąć zaledwie jeden elektron na odległość odpowiadającą promieniowi atomu wodoru. Ale dzięki posiadaniu momentu dipolowego woda bardzo dobrze rozpuszcza substancje jonowe np. sól kuchenną: jony Na i Cl przyciągane są elektrostatycznie do różnych końców cząsteczki wody i i pozostają odseparowane od siebie i tak są utrzymywane w roztworze.

Prz. Oblicz natężenie pola elektrycznego wytworzonego przez cząsteczkę wody w odległości 1 nm od niej. Moment dipolowy cząsteczki $p = 6,2 \cdot 10^{-30} \text{ Cm}$. Rozmiar cząsteczki wody $\sim 0,1 \text{ nm}$.

$$E \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2p}{r^3} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot 2 \cdot \frac{6,2 \cdot 10^{-30} \text{ Cm}}{(10^{-9} \text{ m})^3} = \underline{1,1 \cdot 10^8 \frac{\text{N}}{\text{C}}}$$

- duża wart. w porównaniu do E wytworzonego przez elektryki $\underbrace{\text{natężone przez pocieranie}}_{\text{(w odległości od nich)}} (E \sim 10^3 \div 10^6) \frac{\text{N}}{\text{C}}$
- nieduża wart. w porównaniu z polem E wewnątrz atomów ($E \sim 10^{11} \frac{\text{N}}{\text{C}}$)