

Fizyka 1

- Michał Wilczyński
Adres e-mail: michal.wilczynski@pw.edu.pl
- Informacje związane z wykładem będą umieszczane na stronie <http://www.if.pw.edu.pl/~wilczyns> oraz na platformie Teams w zakładce pliki (prezentacje w formacie pdf)

Konsultacje:

- 1) poniedziałki 16:15-17 sala 103A GF
- 2) czwartki 9:15-10:15 sala 103A GF (27.02 konsultacje wyjątkowo odwołane)
- 3) piątki 16:45-17:30 sala 103A GF

Możliwość dodatkowych konsultacji w terminie uzgodnionym wcześniej na wykładzie

Ramowy plan wykładu –studia dzienne

- 1) Wstęp. Przypomnienie podstawowych informacji o falach. Dualna natura światła i materii, zjawiska wskazujące na korpuskularną naturę światła (m.in. promieniowanie ciała doskonale czarnego, zjawisko fotoelektryczne i Comptona) i falową naturę materii (m.in. dyfrakcja na kryształach i interferencja).
- 2) Ewolucja poglądów na temat budowy atomu, model Bohra atomu wodoru. Emisja spontaniczna i wymuszona oraz absorpcja promieniowania. Lasery- zasada działania i zastosowania.
- 3) Równanie Schrödingera zależne od czasu. Funkcja falowa i jej probabilistyczna interpretacja, Zasada nieoznaczoności Heisenberga, *paczka falowa*. Równanie Schrödingera niezależne od czasu. Warunki spełniane przez funkcję falową układu fizycznego (*dygresja: kopenhaska interpretacja mechaniki kwantowej, teorie ukrytych zmiennych*)
- 4) Kwantowa studnia potencjału i jej praktyczne realizacje.
- 5) Efekt tunelowy. Przykłady wykorzystania tunelowania przez barierę potencjału (np. emisja cząstek z jądra, skaningowy mikroskop tunelowy).
- 6) Kwantowy oscylator harmoniczny. Porównanie z oscylatorem klasycznym
- 7) Aparat matematyczny mechaniki kwantowej –operatory, równanie własne, funkcje własne i wartości własne operatorów, komutator operatorów, możliwość jednoczesnego pomiaru wielkości fizycznych reprezentowanych przez różne operatory, prawdopodobieństwo uzyskania różnych wartości w pomiarze wielkości fizycznej, wartość oczekiwana operatora, (*fakultatywnie- notacja Diraca, wektory stany, reprezentacje macierzowe mechaniki kwantowej*)

- 8) Kwantyzacja przestrzenna momentu pędu. Kwantowy opis atomu wodoru i atomu jednoelektronowego w oparciu o rozwiązanie równania Schrödingera. Liczby kwantowe, radialny rozkład gęstości prawdopodobieństwa znalezienia elektronu w atomie. Reguły wyboru dla promieniowania emitowanego przez atom.
- 9) Spin. Uwzględnienia spinu elektronu przy opisie atomu. Orbitalny i spinowy moment magnetyczny, oddziaływanie momentu magnetycznego z polem magnetycznym, wzmianka o efekcie Zeemana i doświadczenie Sterna-Gerlacha. (*fakultatywnie: rezonans magnetyczny*)
- 10) Funkcja falowa dla układu złożonego z kilku jednakowych cząstek i jej symetria, podział cząstek na bozony i fermiony, zakaz Pauliego, stany singletowy i trypletowy dla układu 2 elektronów oraz oddziaływanie wymienne (*fakultatywnie wzmianka o : Stany splecione, paradoks EPR, nierówność Bella, kwantowa kryptografia i teleportacja, komputer kwantowy*)
- 11) Atom wieloelektronowy- wpływ zakaz Pauliego na budowę atomu, reguły Hunda, ekranowanie potencjału kulombowskiego jądra, częściowe zniesienie degeneracji poziomów energetycznych, układ okresowy pierwiastków.
- 12) Układy bardziej złożone niż atomy. Krótki opis podstawowych oddziaływań oddziaływań między atomami i cząsteczkami (wiązania chemiczne) prowadzących do ich porządkowania się w większe układy (cząsteczki, ciecze i ciała stałe). Kryształy
- 13) Elementy fizyki statystycznej. Podstawowe rozkłady statystyczne klasyczne (rozkład Boltzmann) i kwantowe (rozkład Fermiego-Diraca i Bosego-Einsteina). Elementy opisu swobodnego gazu elektronowego w metalach. *Kondensacja Bosego-Einsteina.*
- 14) *Wpływ drgań atomów na ciepło właściwe kryształów, fonony, Elektron w potencjale periodycznym kryształu, elektronowa struktura pasmowa kryształów, transport elektronowy, podział materiałów na metale, półprzewodniki i izolatory. Zjawisko nadprzewodnictwa.*

Program wykładu może modyfikacji (w szczególności temat 14 i tematy fakultatywne mogą nie zostać w całości zrealizowane)

Literatura

- 1) P.A. Tipler, R.A. Llewellyn, Fizyka współczesna, PWN, Warszawa 2011
- 2) R. Eisberg, R. Resnick, Fizyka kwantowa: atomów, cząsteczek, ciał stałych, jąder i cząstek elementarnych, PWN, Warszawa 1983.
- 3) Z. Leś, Podstawy fizyki atomu, PWN Warszawa 2015
- 4) D. Halliday, R. Resnick. J. Walker, Podstawy fizyki, tom 5, PWN, Warszawa 2003
- 5) R. Kosiński, Wprowadzenie do mechaniki kwantowej i fizyki statystycznej, OWPW, Warszawa 2006.

Literatura dodatkowa

- 1) I.W. Sawieliew , Wykłady z fizyki, tom 3. PWN, Warszawa 1989
- 2) J. Massalski, Fizyka dla inżynierów, część II fizyka współczesna, WNT, Warszawa 2012.
- 3) A. Sukiennicki, A. Zagórski, Fizyka ciała stałego, WNT, Warszawa 1994.
- 4) W. Bogusz, J. Garbarczyk, F. Krok, Podstawy fizyki, OWPW, Warszawa 1997.
- 5) A. Twardowski, Wstęp do fizyki atomu, cząsteczki i ciała stałego, Wydawnictwa Uniwersytetu Warszawskiego, Warszawa 2002
- 6) H. Hacken, H. Wolf, Atomy i kwanty. Wprowadzenie do współczesnej spektroskopii atomowej, PWN, Warszawa 1997.
- 7) Ch. Kittel, Wstęp do fizyki ciała stałego, PWN, Warszawa 2002.
- 8) L. Liboff, Wstęp do mechaniki kwantowej, PWN, Warszawa 1987.
- 9) L. Adamowicz, Mechanika kwantowa - na skróty od klasyki do współczesności, CSZPW, Warszawa 2022.
- 10) J. Baggott, Teoria kwantowa, Odkrycia które zmieniły świat, Pruszyński i S-ka, Warszawa 2013.

Fizyka 1

- Przedmiot obejmuje 30h wykładu
- Zasady zaliczenia:

Podstawą zaliczenia przedmiotu jest zdanie egzaminu organizowanego w czasie sesji egzaminacyjnej. Egzamin ten będzie miał formę egzaminu pisemnego złożonego z pytań o charakterze głównie testowym ale także szczegółowych pytań otwartych. Niektóre z pytań (1-2) mogą mieć charakter częściowo rachunkowy i odnosić się do przykładów rachunkowych omawianych na wykładzie.

W przypadku wątpliwości co do udzielonych odpowiedzi może zaistnieć konieczność udzielenia dodatkowych wyjaśnień na drodze odpowiedzi ustnej.

Na egzaminie będzie można korzystać tylko z zestawu kilkunastu wzorów samodzielnie przygotowanych przez osobę przystępującą do egzaminu zapisanych na podpisanej przez tą osobę kartce.

Osoby uczestniczące czynnie w wykładach (możliwe 3 nieobecności) będą mogły przystąpić do egzaminu zerowego organizowanego po ostatnim regularnym wykładzie w semestrze oraz poprawić wyniki egzaminu na drodze odpowiedzi ustnej.

Do czego wykorzystujemy mechanikę kwantową

- Opis obiektów i efektów, niemożliwych do poprawnego opisania przy pomocy fizyki klasycznej (np. budowa atomów, poprawny opis emisji i absorpcji promieniowania w tym wyjaśnienia widm atomowych różnych pierwiastków).
- Opis nowych zjawisk nieprzewidywanych przez mechanikę klasyczną np. tunelowania cząstek przez barierę potencjału, emisji cząstek α z jader, kwantowania energii w układach o obniżonej wymiarowości, efektów związanych z istnieniem spinu cząstek (oddziaływania wymienne).
- Wyjaśnienie własności znanych związków chemicznych, przewidywanie własności nowych związków (chemia kwantowa) oraz układów z nich utworzonych.
- Konstruowanie nowoczesnych urządzeń wykorzystywanych w elektronice, optyce i medycynie: np. tranzystorów, diod półprzewodnikowych, układów scalonych (wykorzystywanych w procesorach komputerowych), laserów, diod świecących i urządzeń na nich opartych (np. odtwarzaczy CD i DVD, czytników kodów kreskowych), urządzeń służących do obrazowania o wysokiej rozdzielczości (mikroskopy elektronowy, skaningowy tunelowy, sił atomowych), metod diagnostycznych stosowanych w medycynie (np. jądrowy rezonans magnetyczny) nowoczesnych pamięci magnetycznych (np. opartych na zjawisku tunelowego magnetooporu).
- Opracowanie metod kryptograficznych czy metod wykonywania obliczeń wykorzystujących złożone efekty kwantowe takie jak specyficzne własności stanów splątanych (komputery kwantowe).

Rys historyczny –fizyka klasyczna na przełomie XIX/XX wieku

W końcu XIX wieku obiektami badań fizyków były zlokalizowane w przestrzeni obiekty materialne (uznawane przez znaczną część badaczy jako złożone z elementarnych cząstek) lub fale. Własności złożonych układów z wielu jednakowych obiektów były przedmiotem badań klasycznej termodynamiki i fizyki statystycznej

Podstawą opisu fal były równania falowe. W szczególności do fal oprócz fal mechanicznych zaliczano fale elektromagnetyczne (wynikające z wzajemnego indukowania się przez siebie zmiennych pól elektrycznych i magnetycznych). Równania falowe dla nich wynikały z równań Maxwella stanowiących podstawę opisu zjawisk elektromagnetycznych.

Opis ruchu cząstek opierał się na równaniach mechaniki klasycznej (wzory wyrażające zasady dynamiki Newtona lub równoważne im równania Lagrange'a II rodzaju czy Hamiltona). W początku XX wieku Einstein pokazał że równania te w przypadku cząstek poruszających z prędkością znaczącą w stosunku do prędkości światła muszą być zastąpione prawami mechaniki relatywistycznej – szczególnej teorii względności (w ten sposób można było także usunąć sprzeczności pojawiające się między klasyczną mechaniką a elektrodynamiką).

Rys historyczny- narodziny mechaniki kwantowej

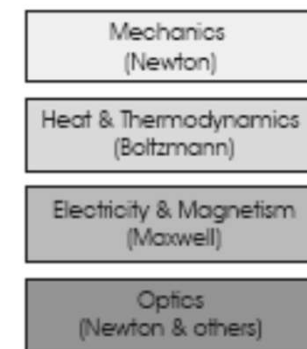
Tylko nieliczne znane wówczas zjawiska (ich ilość stale wzrastała) nie dały się opisać w tym schemacie m.in. zjawiska związane z oddziaływaniem promieniowania z materią (dyskretne widma emisyjne i absorpcyjne atomów, rozkład widmowy promieniowania emitowanego przez ciało doskonale czarne, zjawisko fotoelektryczne, efekt Comptona,) a także m.in. dyfrakcja elektronów na kryształach. Nie można było też wyjaśnić trwałości istnienia atomów

Ich opis wymaga w ogólności uznania iż obiekty z którymi spotykamy się w przyrodzie (zwłaszcza te „odpowiednio małe”) mają dualną korpuskularno-falową naturę a mechanika klasyczna musi być zastąpiona przy ich opisie przez mechanikę kwantową (zaś elektrodynamika klasyczna przez elektrodynamikę kwantową).

Wyjaśnienie w 1900 roku zjawiska promieniowania ciała doskonale czarnego przy wprowadzeniu założeń nie wynikających z klasycznej mechaniki, elektrodynamiki i termodynamiki uznaje się za datę narodzin fizyki współczesnej i zapoczątkowanie rozwoju starej teorii kwantów. W pełni ściśle sformułowania podstaw nierelatywistycznej mechaniki kwantowej nastąpiło około roku 1925, sformułowanie to można oprzeć np. na równaniu Schrödingera

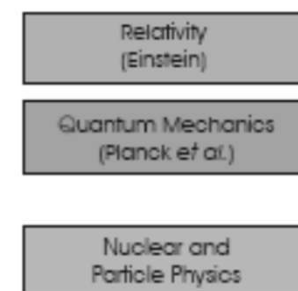
Brief History of Physics

C
L
A
S
S
I
C
A
L



~ 1900 ~

M
O
D
E
R
N



Przypomnienie podstawowych informacji o falach

Fala-kolektywne zaburzenie rozchodzące się w przestrzeni związane z propagacją energii a nie masy

W przypadku fali mechanicznej zaburzenie wiąże się z drganiem cząstek ośrodka wokół położenia równowagi (fale na linie, akustyczne).

W przypadku fali elektromagnetycznej jest związane ze zmiennymi w czasie i przestrzeni indukującymi się wzajemnie polem elektrycznym o natężeniu $\vec{E}$ i pole magnetycznym o indukcji $\vec{B}$ związanymi z falą.

W przypadku fali harmonicznej zależność zaburzenia wywołanego przez fale od czasu w dowolnym punkcie ośrodka jest dane wzorem

$$D(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

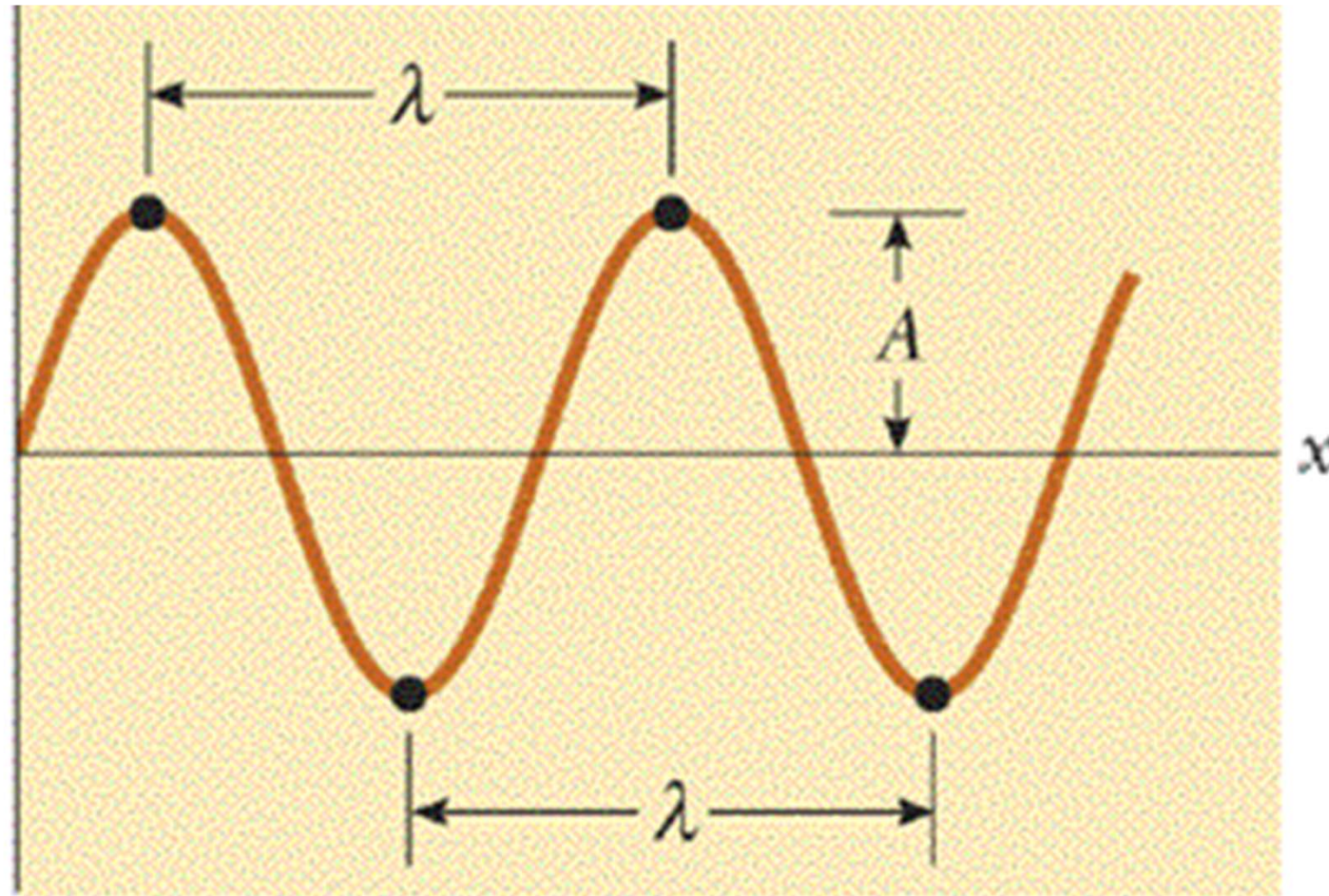
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$$

gdzie A –amplituda fali, ω - częstość kołowa drgań , T -okres drgań, ν – częstość (częstotliwość), φ_0 -faza początkowa drgań, $\omega t + \varphi_0$ – faza drgań
Punkty leżące na tej samej powierzchni w których drgania zachodzą w tej samej fazie tworzą powierzchnie falową.

W przypadku fali płaskiej powierzchnie falowe są płaszczyznami prostopadłymi do kierunku rozchodzenia się fali.

Wielkości opisujące falę harmoniczną

D



A – amplituda
fali- moduł
maksymalne
go D
wywołanego
przez fale

Długość fali λ jest równa najmniejszej odległości między punktami drgającymi w tej samej fazie.

Prędkość fazowa i grupowa

Związki pomiędzy wielkościami opisującymi falę harmoniczną

Prędkość fazowa –prędkość przemieszczania się powierzchni falowych czyli punktów drgających w tej samej fazie

Założmy iż powierzchnia ta przesuwa się w prawo z prędkością o wartości V . Podczas okresu drgań T przebywa on drogę równą długości fali. Prędkość rozchodzenia się fali

$$V = \frac{\text{droga}}{\text{czas}} = \frac{\lambda}{T} = \frac{\lambda}{2\pi} \omega$$

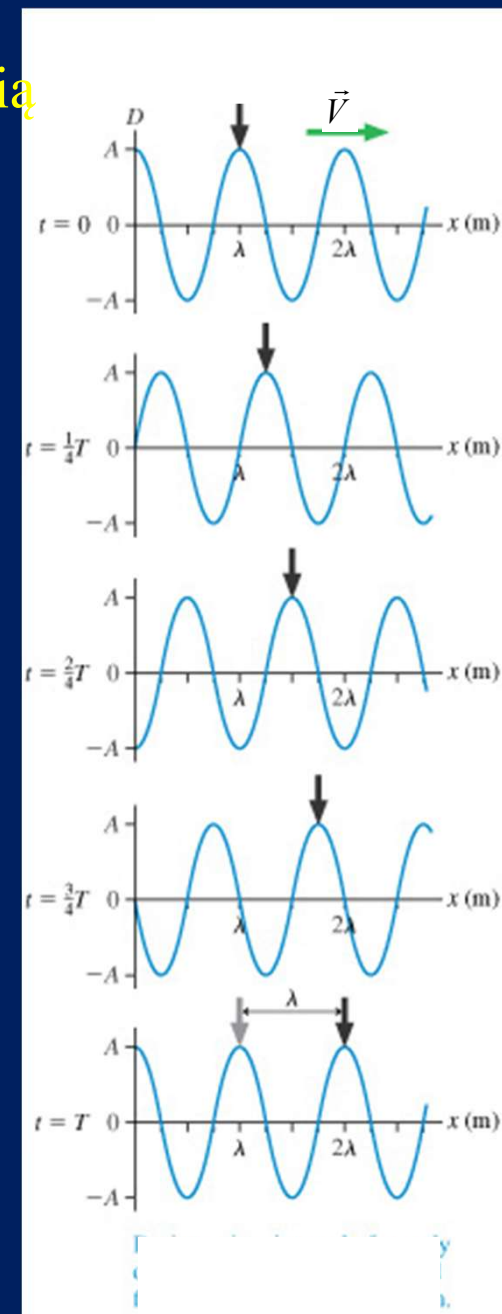
$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{-liczba falowa}$$

$$V = \frac{\omega}{k}$$

$$\omega = V k$$

Często prędkość V nie zależy od częstości drgań czyli także od długości fali i k . Wówczas ω jest liniową funkcją k .

Istnieją jednak fale których prędkość fazowa zależy od k (np. światło rozchodzące się w ośrodku różnym od próżni, kiedy mamy do czynienia z dyspersją światła). Prędkość fazowa określa prędkość rozchodzenia się fali harmonicznego. W przypadku ruchu paczki falowej prędkość jej ruchu wyznacza prędkość grupowa. Określa ona szybkość przesuwania się położenia w którym D osiąga maksimum. Jest ona równa prędkości fazowej wówczas gdy prędkość fazowa wszystkich fal harmoniczych tworzących paczkę jest jednakowa.



Równanie fali płaskiej harmonicznej biegnącej wzdłuż osi Ox z prędkością o wartości V

W dowolnym punkcie ośrodka wychylenie jest równe

$$D(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

Faza początkowa φ_0 zależy od położenia x . Niech faza początkowa w punkcie $x=0$ będzie równa δ_0 . Tę samą fazę punkt o współrzędnej x będzie miał po upływie czasu potrzebnego na przebycie przez falę odległości x z prędkością fazową o wartości V , czyli po czasie $t=x/V$

$$\omega \frac{x}{V} + \varphi_0 = \delta_0 \Rightarrow \varphi_0 = \delta_0 - \frac{\omega x}{V}$$

$$D(x, t) = A \cos(\omega t - \frac{\omega x}{V} + \delta_0)$$

$$k = \frac{\omega}{V}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$D(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \delta_0)$$



$$D(x, t) = A \cos(kx - \omega t - \delta_0)$$

Równanie fali
płaskiej
harmonicznej

$$D(\vec{r}, t) = A \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t - \delta_0)$$

$$|\vec{k}| = k$$

$\vec{k}$ - wektor falowy
określający kierunek
rozchodzenia się fali

Zasada superpozycji

Zaburzenie wywołane w dowolnym punkcie przez dwie nakładające się fale jest równe sumie zaburzeń wywołanych przez każdą z fal.

Zaburzenie wywołane przez 1 falę

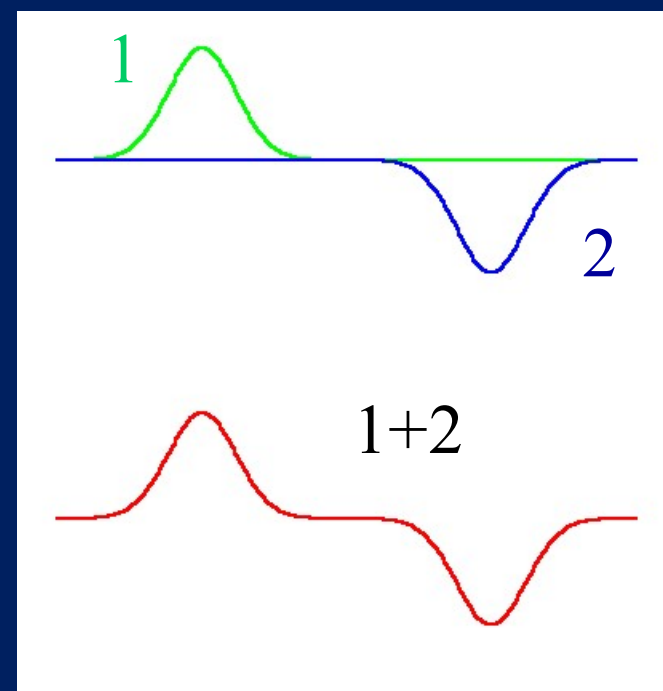
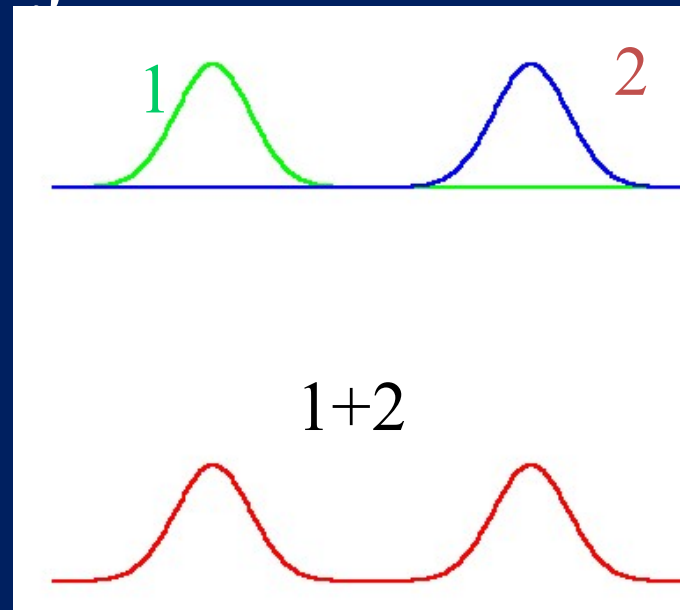
$$D_1(t) = A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1)$$

Zaburzenie wywołane przez 2 falę

$$D_2(t) = A_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2)$$

Zaburzenie wypadkowe

$$D(t) = D_1(t) + D_2(t)$$



Interferencja fal polega na nakładaniu się na siebie fal o tej samej częstotliwości drgań. Zjawisko to może być obserwowane tylko dla fal spójnych tzn. fal o stałej w czasie różnicy faz drgań.

Amplituda drgań powstałych w wyniku interferencji dwóch fal wywołujących drgania zachodzące w tym samym kierunku z częstotliwością ω zależy od amplitudy drgań wywołanych przez obie fale osobno A_1 i A_2 odpowiednio oraz różnicy faz początkowych tych drgań

$$A_w = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

W przypadku interferencji dwóch fal o jednakowej długości λ (rozchodzących się z tą samą wartością prędkości $V=\omega/k$) mamy:

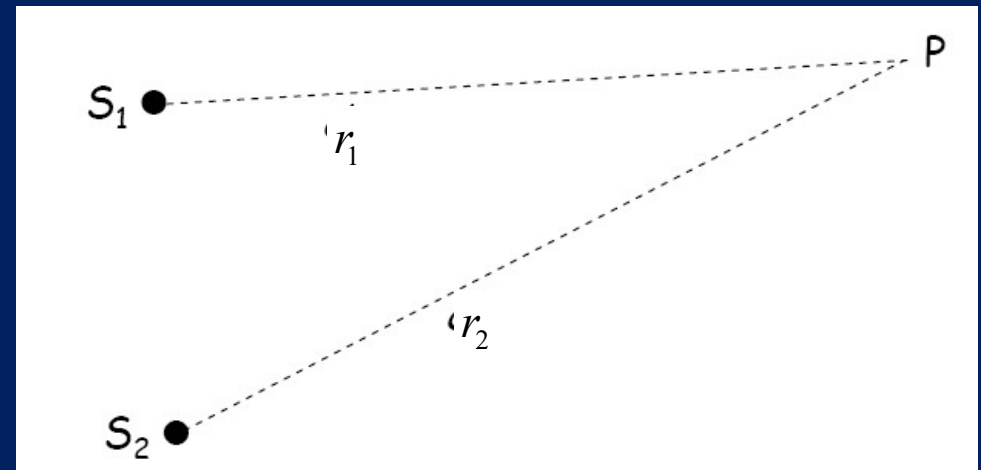
$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = -k(r_1 - r_2) + (\delta_{01} - \delta_{02}) = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) + (\delta_{01} - \delta_{02})$$

$r_2 - r_1$ -różnica dróg pokonanych przez obie fale od ich źródeł do punktu, w którym zachodzi interferencja fali

$\delta_{01} - \delta_{02}$ -różnica początkowych faz drgań w punktach, będących źródłami fali.

$$A_w = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\Delta\varphi)}$$

$$\Delta\varphi = k(r_2 - r_1) + (\delta_{01} - \delta_{02}) = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) + (\delta_{01} - \delta_{02})$$



Gdy $\delta_{02} = \delta_{01}$ to największa amplituda drgań wypadkowych występująca wtedy gdy $\Delta\varphi = 2n\pi$ występuje w punktach, dla których $|r_2 - r_1| = n\lambda = 0, \lambda, 2\lambda, \dots$ (n -liczba całkowita)

i jest ona równa $A_w = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2} = A_1 + A_2$

zaś amplituda drgań przyjmująca wartość najmniejszą wtedy gdy $\Delta\varphi = (2n+1)\pi$ osiąga minimalną wartość w punktach dla

których $|r_2 - r_1| = (2n+1)\frac{\lambda}{2} = \frac{1}{2}\lambda, \frac{3}{2}\lambda, \dots$

i jest ona równa

$$A_w = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2} = |A_1 - A_2|$$

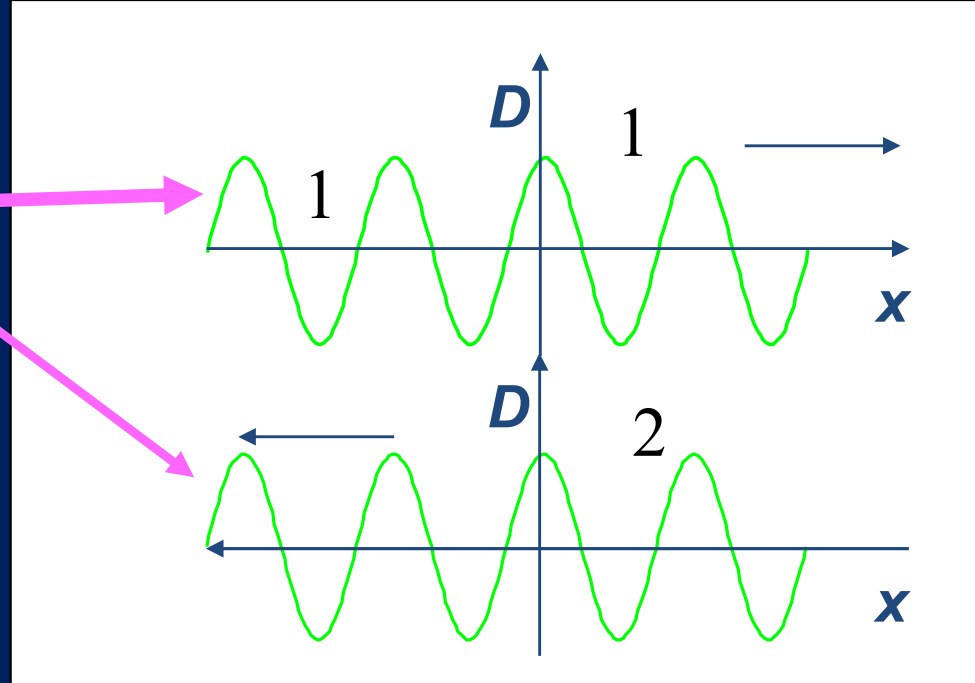
Fale stojące

1 $D_1(x,t) = A \cos(kx - \omega t)$

2 $D_2(x,t) = A \cos(-kx - \omega t) = A \cos(kx + \omega t)$

Fala stojąca powstaje np. w wyniku nakładania się jednakowych fal 1 i 2 propagujących w przeciwnych kierunkach

Fala wypadkowa

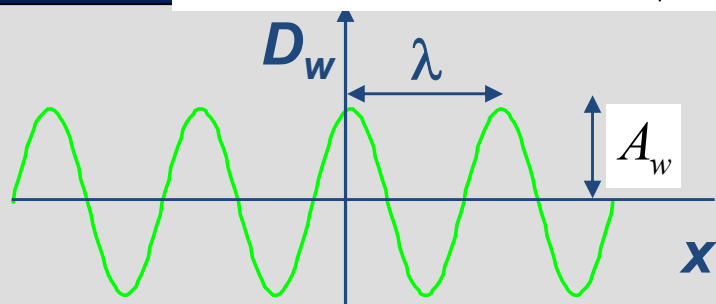


$$D_w(x,t) = D_1(x,t) + D_2(x,t) = A \cos(kx - \omega t) + A \cos(kx + \omega t) \\ = 2A \cos(kx) \cos(\omega t) = \pm A_w \cos(\omega t)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$A_w = 2A |\cos(kx)| = 2A \left| \cos\left(2\pi \frac{x}{\lambda}\right) \right|$$

$$\cos \theta + \cos \phi = 2 \cos\left(\frac{\theta + \phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta - \phi}{2}\right)$$



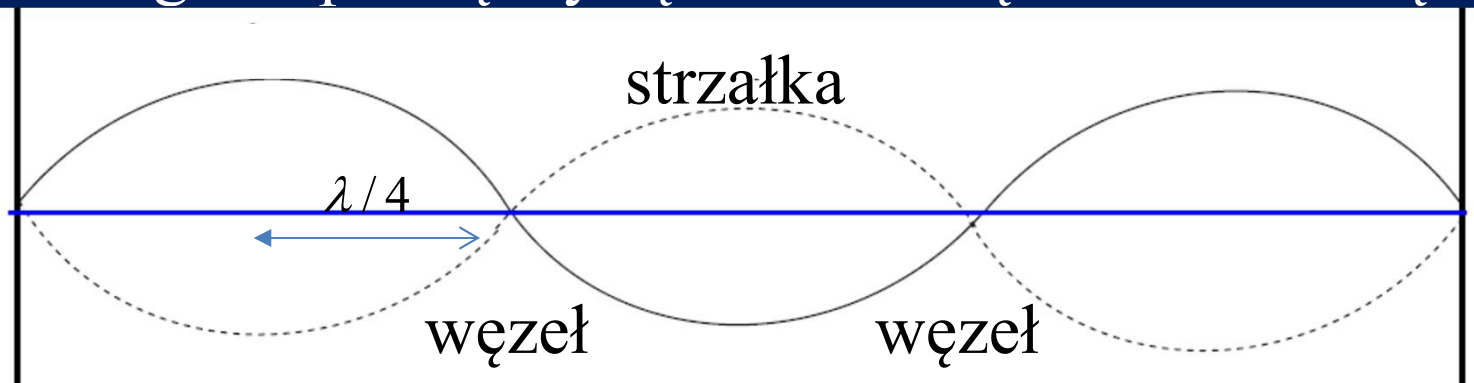
Wszystkie punkty wykonują drgania w tej samej lub przeciwnej fazie.

$$D_w(x,t) = 2A \cos(kx) \cos(\omega t) = \pm A_w \cos(\omega t) \quad (*)$$

amplituda drgań w fali stojącej
zależy od położenia punktu w przestrzeni

$$A_w = 2A |\cos(kx)| = 2A \left| \cos\left(2\pi \frac{x}{\lambda}\right) \right|$$

Cechą fali stojącej jest to, iż można wyróżnić punkty, w których amplituda drgań jest maksymalna i równa $2A$ nazywane strzałkami fali oraz punkty, w których drgania nie występują nazywane węzłami fali. Odległość pomiędzy sąsiednimi węzłem i strzałką fali jest równa $\lambda/4$.

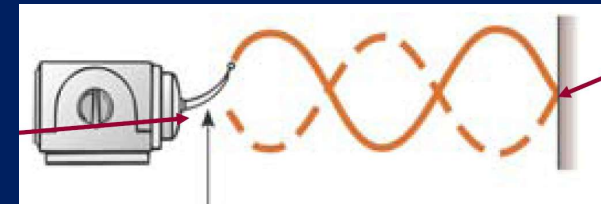


Dla fali stojącej opisanej wzorem (*) strzałki fali występują w punktach, w których: $x = m \frac{\lambda}{2}$,
zaś węzły dla punktów, w których: $x = (2m + 1) \frac{\lambda}{4}$, gdzie m -liczba całkowita.

Fale stojące na strunie

W miejscu sztywnego zamocowania struny następuje odbicie fali połączone ze zmianą fazy o drgań. Fale kolejno odbite kolejno od obu końców struny mogą ulec destrukcyjnemu złożeniu (interferencji), o ile nie powstanie w wyniku ich złożenia fala stojąca. W strunie o długości L zamocowanej na dwóch końcach o może pojawić się fala stojąca, gdy na obu końcach struny znajdzie się węzeł fali stojącej. Wynika stąd warunek

$$L = n \frac{\lambda}{2} \quad n=1,2,3,\dots$$

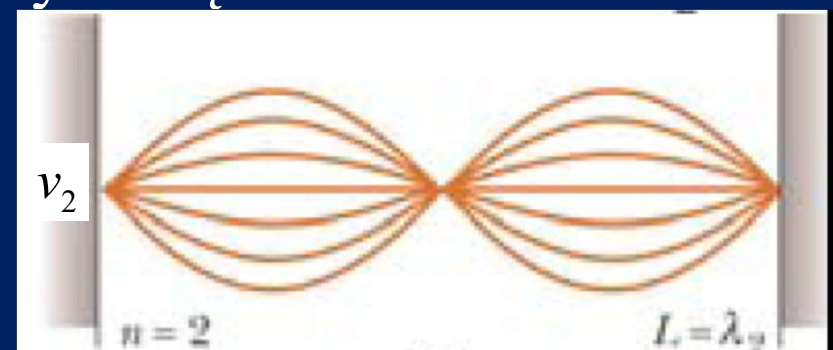
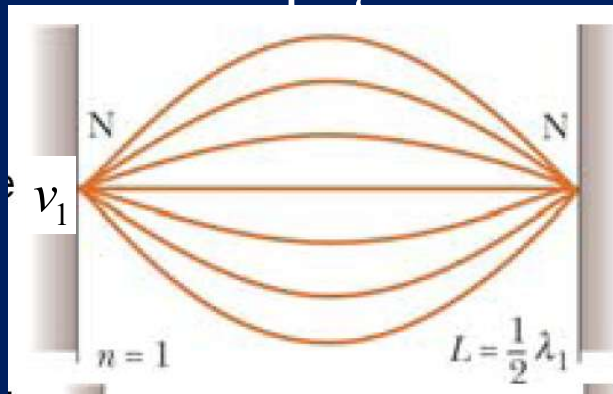


skąd wynika iż długości fali i częstotliwości (częstotliwości) $v=f$ rozchodzących się fal muszą spełniać warunki

$$\lambda = \lambda_n = \frac{2L}{n}$$

$$v_n = \frac{1}{T} = \frac{V}{\lambda_n} = \frac{nV}{2L}$$

V -wartość prędkości fal rozchodzących się w strunie

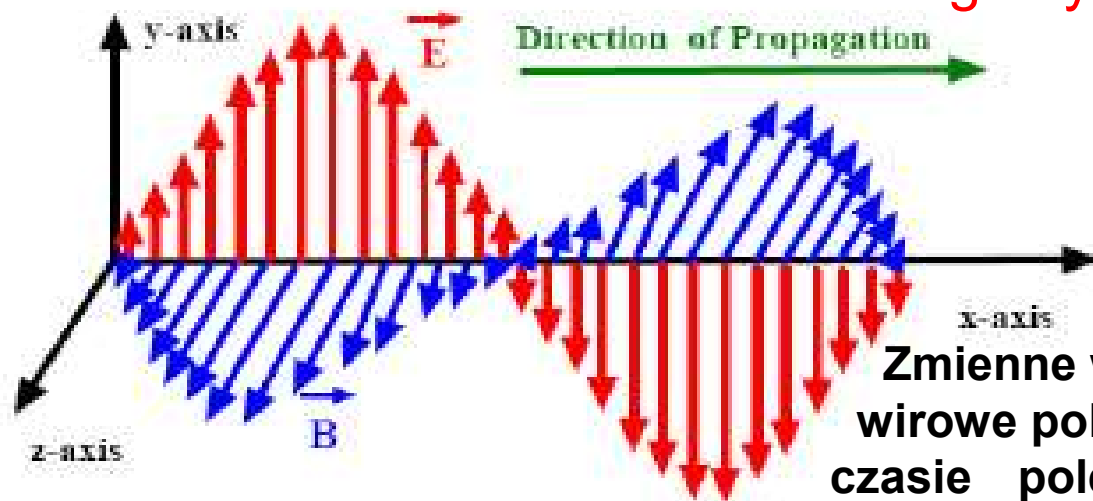


Fala elektromagnetyczna

$$c = 1 / \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$$

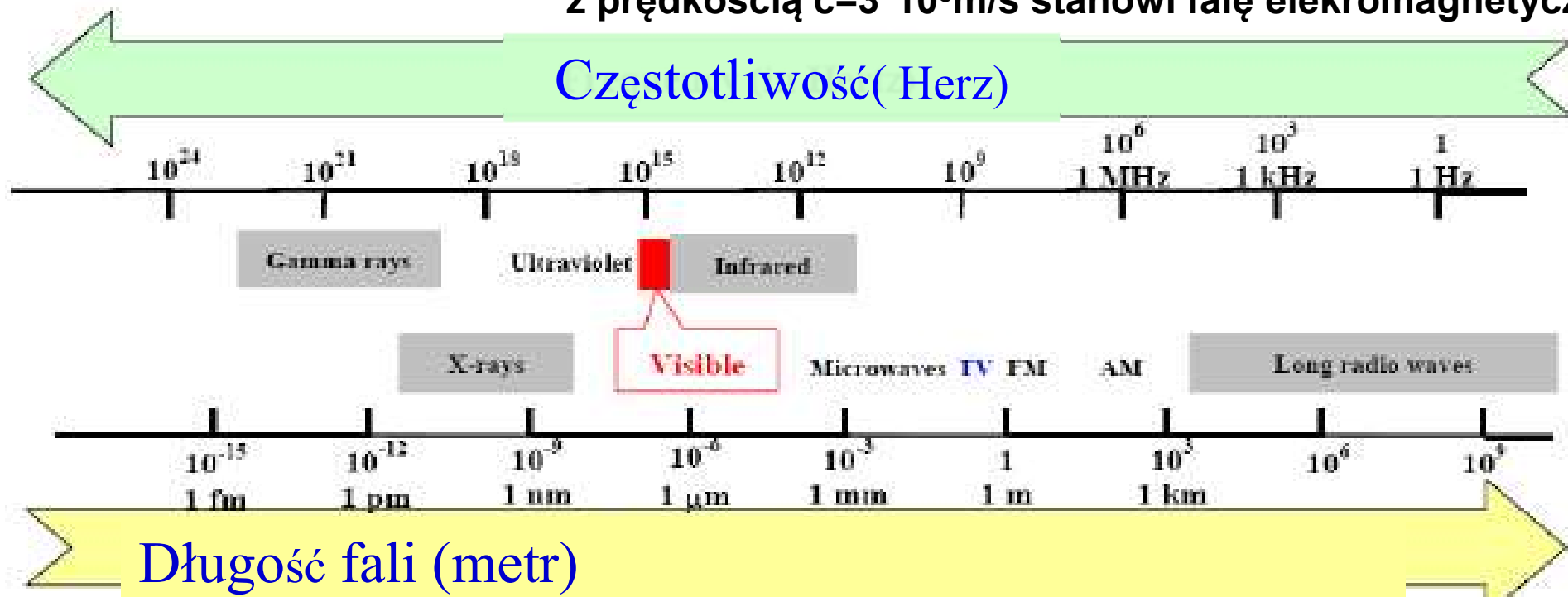
$$\vec{E} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{E} \times \vec{B}$$
 Kierunek propagacji fali

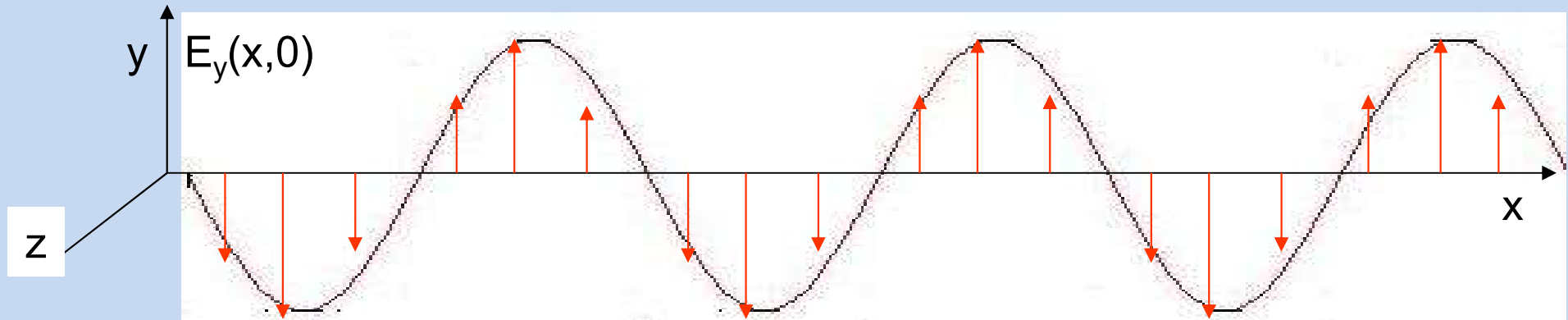


Zmienne w czasie pole magnetyczne indukuje wirowe pole elektryczne i na odwrót, zmienne w czasie pole elektryczne indukuje wirowe pole magnetyczne. Ciąg wzajemnie sprzężonych pól elektrycznych i magnetycznych prostopadłych do siebie i kierunku rozchodzenia się fali rozchodzących się w próżni z prędkością $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ stanowi falę elektromagnetyczną.

Widmo fal elektromagnetycznych



Polaryzacja fali elektromagnetycznej



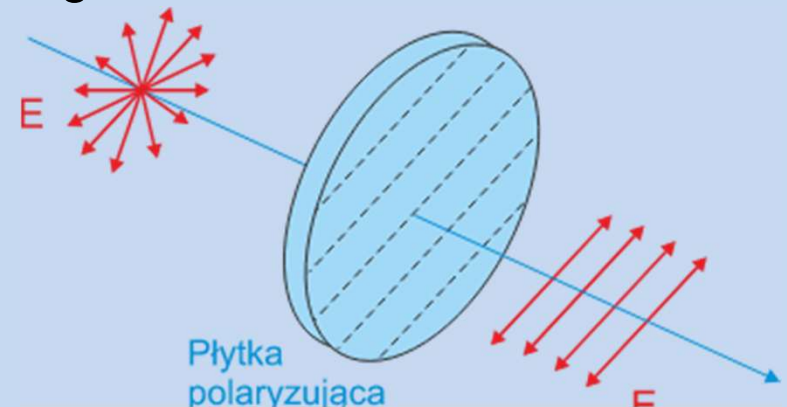
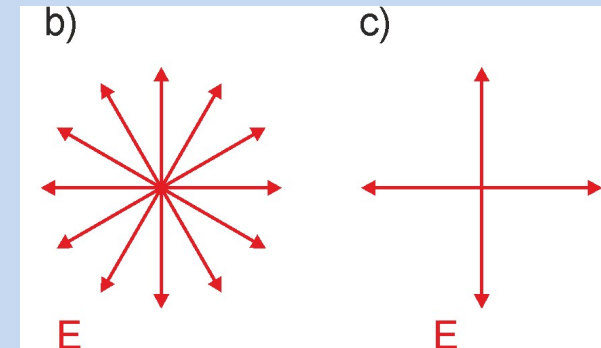
Fala płaska spolaryzowana liniowo – kierunek drgań wektora $\vec{E}$ ($\vec{B}$) nie ulega zmianie w czasie czyli drgania wektora $\vec{E}$ odbywają się wzdłuż stałej osi prostopadłej do osi wzdłuż której drga wektor $\vec{B}$

$$\vec{E} = [0, E_y, 0] = [0, E_0 \cos(kx - \omega t), 0]$$

Falami spolaryzowanymi są np. fale radiowe

Dowolną falę niespolaryzowaną można przestawić jako złożenie dwóch fal spolaryzowanych wzdłuż dwóch prostych prostopadłych do siebie i kierunku rozchodzenia się fali i przypadkowo zmiennej w czasie różnicy faz drgań

Fale niespolaryzowane są emitowane przez klasyczne źródła światła i można je spolaryzować np. przepuszczając je przez polaryzator wyróżniający oś wzdłuż której mogą odbywać się drgania pola elektrycznego w materiale polaryzatora



Gęstość energii fali elektromagnetycznej (w próżni)

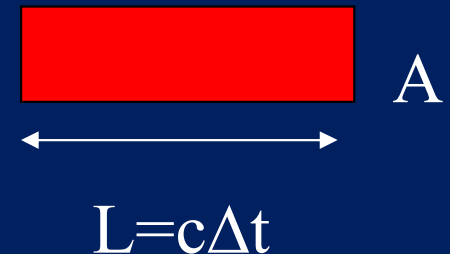
$$w = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2 = \varepsilon_0 E^2 = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} EB$$

$$B = \frac{E}{c} = \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} E$$

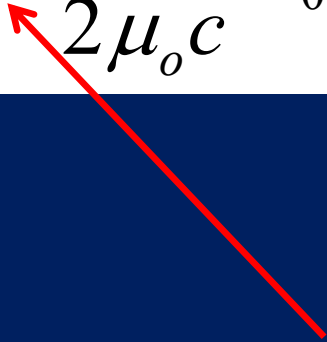
Natężenie fali - ilość energii przenikająca przez jednostkową powierzchnię ustawioną w kierunku prostopadłym do kierunku rozchodzenia się fali w jednostce czasu .

W celu określenia natężenia liczymy gęstość energii zawartej w objętości $AL = Ac\Delta t$ - równej objętości obszaru z którego energia przenika przez powierzchnię A w czasie Δt i otrzymany wynik dzielimy przez $A\Delta t$

$$S = \frac{wAL}{A\Delta t} = \frac{wAc\Delta t}{A\Delta t} = wc = \varepsilon_0 c E^2 = \frac{E^2}{\mu_0 c}$$



Bardzo często określamy średnie natężenie fali.

$$\langle S \rangle = \frac{1}{\mu_0 c} \langle E^2 \rangle = \frac{1}{2\mu_0 c} E_0^2$$


Obliczano średnią wartość
kwadratu cosinusoidy



$$\langle E^2 \rangle = \frac{1}{2} E_0^2$$

Uśrednione po czasie natężenie fali w danym punkcie jest proporcjonalne do amplitudy drgań natężenia pola elektrycznego związanego z tą falą w tym punkcie.

Promieniowanie ciała doskonale czarnego

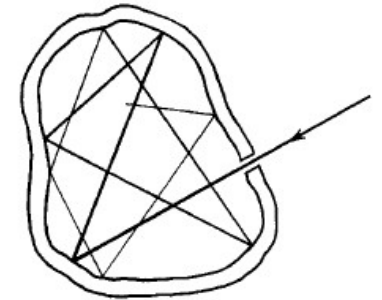
Ciało doskonale czarne to takie ciało, które pochłania całe padające na niego promieniowanie. Emituje ono także w stanie równowagi termodynamicznej promieniowanie o widmie ciągłym o rozkładzie widmowym całkowicie determinowanym przez jego temperaturę T .

Jednym z modeli teoretycznych ciała doskonale czarnego jest niewielki otwór we wnętrze (pudle) wypełnionej promieniowaniem elektromagnetycznym będącym w równowadze termodynamicznej ze ściankami wnętrza, które pochłaniają i emitują promieniowanie.

Problem – Jaka część całkowitej mocy promieniowania emitowanej z jednostki powierzchni ciała doskonale czarnego o temperaturze T przypada na promieniowanie w przedziale częstości $(\nu, \nu + d\nu)$?

$P(\nu, T)$ - **zdolność emisyjna**

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi}$$



$P(\nu, T)d\nu$ - moc promieniowania o częstości zawartej w zakresie $(\nu, \nu + d\nu)$ emitowana przez jednostkową powierzchnię (moc-energia emitowana w jednostce czasu)

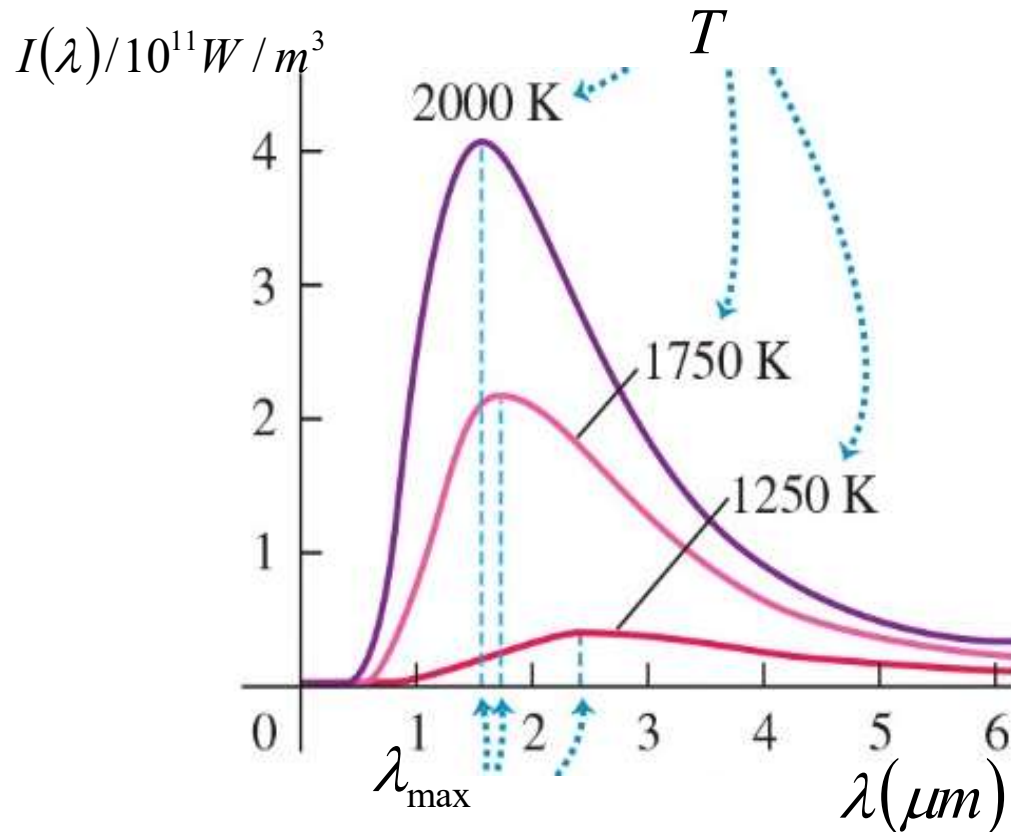
Wykorzystując relację $\nu = \frac{c}{\lambda}$ (oraz relację $|d\nu| = \frac{c}{\lambda^2} |d\lambda|$) można zdolność emisyjną wyrazić także jako funkcję długości fali λ

emitowanego promieniowania $P(\nu, T) \rightarrow I(\lambda, T) = P(\nu = c/\lambda, T) c/\lambda^2$

Wyniki eksperymentalne

1) Prawo Stefana (1879) – Boltzmana (1884)

Całkowita moc promieniowania emitowanego przez jednostkę powierzchni ciała doskonale czarnego czyli całkowita zdolność emisyjna tego ciała jest proporcjonalna do czwartej potęgi bezwzględnej temperatury ciała



$$P(T) = \int_0^{\infty} P(\nu, T) d\nu = \int_0^{\infty} I(\lambda, T) d\lambda = \sigma T^4$$
$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4}$$

2) prawo Wiena (1894) (tzw. prawo przesunięć)

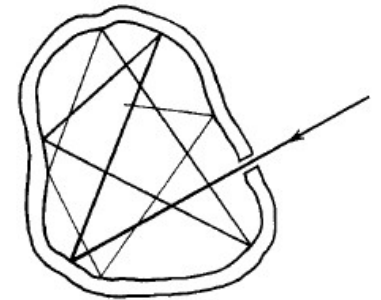
Długość fali, dla której emitowana jest maksymalna moc dla danej temperatury, jest odwrotnie proporcjonalna do tej temperatury.

$$\lambda_{\text{max}} \cdot T = \text{const} = 2,897 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$

Poszukiwanie funkcji opisującej zdolność emisyjną

Zdolność emisyjną $P(\nu, T)$ można powiązać z energią promieniowania zawartą wewnątrz objętości jednostkowej wnęki wypełnionej tym promieniowaniem czyli **gęstością energii promieniowania**

$$P(\nu, T) = \rho(\nu, T)c / 4$$



Kształt funkcji $\rho(\nu, T)$ dla ciała doskonale czarnego próbowano odgadnąć korzystając z wyników badań eksperymentalnych.

Funkcja matematyczna zaproponowana przez **Wiena**(1896)

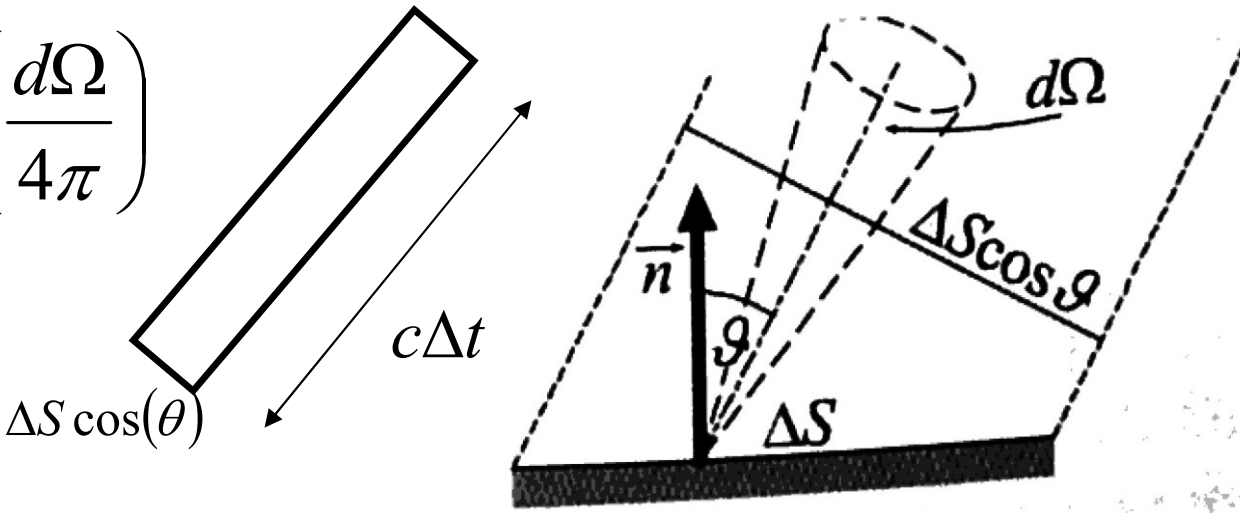
$$\rho(\nu, T) = a\nu^3 \exp\left(-\frac{b\nu}{T}\right) \quad a, b - \text{stałe}$$

prowadziła do wyników w pełni zgodnych z eksperymentem tylko dla $b\nu \gg T$

Kształt funkcji $\rho(\nu, T)$ dla ciała doskonale czarnego próbowano także określić w oparciu o prawa klasycznej mechaniki i elektrodynamiki co doprowadziło do powstania tzw. wzoru Rayleigha-Jeansa.

Dowód relacji $P(\nu, T) = \rho(\nu, T)c/4$ (dla zainteresowanych)

Energia promieniowania o częstotliwości z przedziału $(\nu, \nu+d\nu)$ o gęstości energii opisanej funkcją $\rho(\nu)$ wypromieniowana w czasie Δt w kąt bryłowy $d\Omega = \sin(\theta)d\theta d\varphi$ z powierzchni ciała doskonale czarnego o polu ΔS pod kątem θ do normalnej do powierzchni jest równa

$$dE = \rho(\nu)d\nu c\Delta t\Delta S \cos(\theta) \left(\frac{d\Omega}{4\pi} \right)$$


Całkowita energia promieniowania o częstotliwości z przedziału $(\nu, \nu+d\nu)$ i gęstości energii opisanej funkcją $\rho(\nu)$ wypromieniowana w czasie Δt

$$E = \int dE = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} \rho(\nu)d\nu c\Delta t\Delta S \cos(\theta) \left(\frac{\sin(\theta)}{4\pi} \right) d\theta = \frac{c}{4} \Delta t\Delta S \rho(\nu)$$

Zdolność emisyjna $P(\nu, T) = \frac{E}{\Delta t\Delta S d\nu} = \frac{c}{4} \rho(\nu)$

Założenia przyjęte przy wyprowadzaniu wzór przez Lorda Rayleigha

Fala elektromagnetyczna związana z promieniowaniem jest falą stojącą wewnątrz trójwymiarowej wnęki, której amplituda znika na ściankach wnęki.

Liczba różnych fal stojących odpowiadających częstościom drgań z zakresu $(\nu, \nu + d\nu)$ jest skończona.

Każda fala stojąca posiada dwa mody różniące się kierunkiem polaryzacji (drgań) pola elektrycznego, a zatem liczba modów drgań jest równa podwojonej liczbie fal stojących.

Zakładamy równy rozkład energii (ekwipartycja) pomiędzy wszystkie mody, na każdy z nich przypada średnio energia równa $\langle E \rangle = k_B T$ (k_B -stała Boltzmann) $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ (założenie wynikające z klasycznej termodynamiki błędne z punktu widzenia mechaniki kwantowej)

Rozkład wg Rayleigha i Jeansa (1900)

$$\rho(\nu, T) = D(\nu) \langle E \rangle = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} k_B T$$

$D(\nu) = 8\pi\nu^2 / c^3$ -funkcja gęstości stanów

$D(\nu)d\nu$ - liczba różnych modów drgań promieniowania zawartych w jednostce objętości wnęki o częstościach drgań ν z zakresu $(\nu, \nu + d\nu)$

Porównanie wzoru Rayleigh'a-Jeans'a z eksperymentem

Wzór **Rayleigh'a-Jeans'a** prowadzi do $P(\nu, T)$ zgodnej z doświadczeniem dla niskich częstości promieniowania, ale całkowicie zawodzi dla wysokich częstości gdyż przewiduje iż $\lim_{\nu \rightarrow \infty} \rho(\nu) = \infty$, podczas gdy naprawdę $\lim_{\nu \rightarrow \infty} \rho(\nu) = 0$

Wzór Rayleigh'a-Jeans'a prowadzi do tzw. katastrofy w nadfiolecie- całkowita energia wypromieniowana z ciała byłaby nieskończona

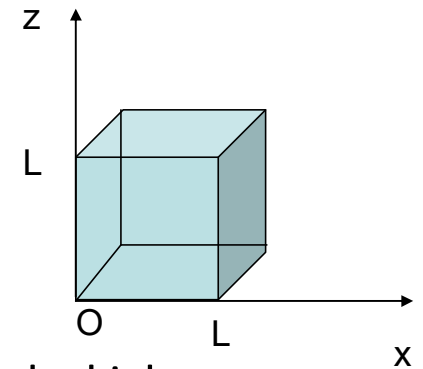
$$P(T) = \int_0^{\infty} P(\nu, T) d\nu = \infty$$

Wyprowadzenie wzoru na funkcję gęstości stanów (dla zainteresowanych)

Fale istniejące w wnęce (dla uproszczenia w kształcie sześcianu) mają postać fal stojących z węzłami przypadającymi na ściankach wnęki.

Wynika z tego iż natężenie pola elektrycznego dla dowolnej chwili czasu spełnia warunki

$$\vec{E}(x=0)=\vec{E}(y=0)=\vec{E}(z=0)=\vec{E}(x=L)=\vec{E}(y=L)=\vec{E}(z=L)=0$$



Dla fali stojącej powstałej w wyniku konstruktywnej interferencji ośmiu fal płaskich typu $\vec{E}_i = \vec{E}_0 \cos(\vec{k}_i \cdot \vec{r} - \omega t + \delta_i) / 8$ o jednakowej częstotliwości ω biegnących w kierunkach określonych przez wektory falowe

$$\vec{k}_1 = (k_x, k_y, k_z) \quad \vec{k}_2 = (-k_x, k_y, k_z) \quad \vec{k}_3 = (-k_x, -k_y, k_z) \quad \vec{k}_4 = (k_x, -k_y, k_z)$$

$$\vec{k}_5 = (k_x, -k_y, -k_z) \quad \vec{k}_6 = (-k_x, -k_y, -k_z) \quad \vec{k}_7 = (-k_x, k_y, -k_z) \quad \vec{k}_8 = (k_x, k_y, -k_z)$$

dla których $\delta_i - \delta_j = 0, \pm\pi$ ze względu na zmianę fazy o π przy odbiciu od ścianek wnęki natężenie pola elektrycznego można zapisać w postaci

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \sin(k_x x) \sin(k_y y) \sin(k_z z) \sin(\omega t + \varphi_0)$$

przy czym wielkości k_x, k_y, k_z spełniają warunki $k_i = \frac{\pi}{L} n_i$ gdzie $n_i = 1, 2, 3 \dots$ $i=x, y, z$

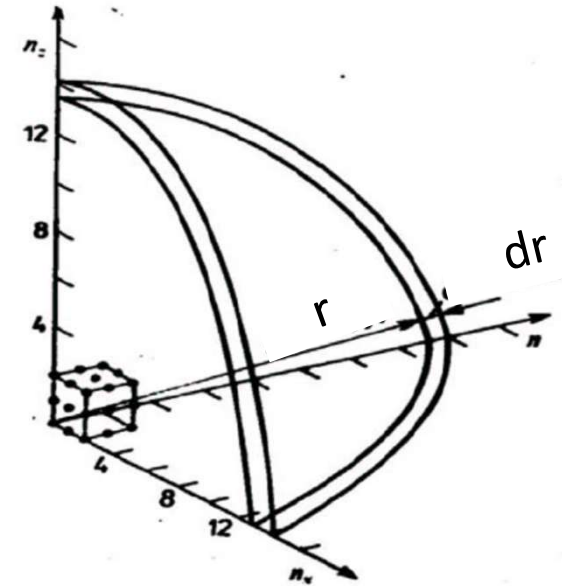
Oznacza to iż na długości wnęki może mieścić się całkowita wielokrotność połowy długości fali rozchodzącej się w kierunku równoległym do wnęki gdyż

$$\lambda_i = \frac{2\pi}{k_i} = \frac{2\pi L}{\pi n_i} = \frac{2L}{n_i} \Rightarrow L = \frac{\lambda_i}{2} n_i$$

Długość wektora falowego $k = |\vec{k}| = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2} = \frac{\pi}{L} \sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2}$ $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi\nu}{c}$

$$\frac{2\pi\nu}{c} = \frac{\pi}{L} \sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2}$$

$$\nu = \frac{c}{2L} \sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2}$$



Falom stojącym o częstości z zakresu $(\nu, \nu + d\nu)$ odpowiadają zestawy liczb naturalnych (n_x, n_y, n_z)

dla których
$$\frac{2L\nu}{c} < \sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2} \leq \frac{2L(\nu + d\nu)}{c}$$

Liczba tych zestawów jest równa 1/8 objętości powierzchni kulistej o

promieniu $r = \frac{2L\nu}{c}$ i grubości $dr = \frac{2L}{c} d\nu$ gdyż każdemu

zestawowi liczb odpowiada w tej przestrzeni objętość jednostkowa

Liczba dozwolonych fal stojących o częstotliwościach z zakresu $(\nu, \nu + d\nu)$ jest równa
$$dN = \frac{1}{8} 4\pi r^2 dr = \frac{1}{2} \pi \frac{4L^2 \nu^2}{c^2} \frac{2L}{c} d\nu = \frac{4\pi}{c^3} L^3 \nu^2 d\nu$$

Liczba modów drgań fal o częstości z zakresu $(\nu, \nu + d\nu)$ jest dwukrotnie większa od znalezionej liczby fal stojących ze względu na dwa możliwe stany polaryzacji fal (różniące się kierunkami prostopadłymi do siebie wzdłuż których leżą wektory pola elektrycznego fal spolaryzowanych liniowo, których złożenie może dać fale o dowolnej polaryzacji) a zatem

$$dN = \frac{8\pi}{c^3} L^3 \nu^2 d\nu$$

Liczba fal przypadających na jednostkę objętości wnęki jest równa

$$D(\nu)d\nu = \frac{dN}{L^3} = \frac{8\pi}{c^3} \nu^2 d\nu$$

Otrzymany wzór na funkcję $D(\nu)$ jest słuszny zarówno w obrazie klasycznym jak i kwantowym i został przyjęty przy wyprowadzaniu klasycznego wzoru Rayleigha-Jeansa i kwantowego rozkładu Plancka na rozkład promieniowania ciała doskonale czarnego.

Rozkład wg Plancka

$$\rho(\nu, T) = \frac{8\pi}{c^3} \frac{h\nu^3}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1}$$

Wzór ogłoszony przez Plancka 14 grudnia 1900 (nagroda Nobla 1918)
zgodny z wynikami eksperymentalnymi

Przy jego wyprowadzeniu zakłada się iż wyrażenie określające średnią wartość energii fali stojącej $\langle E \rangle$ wynikające z zasady ekwipartycji energii musi być zastąpione relacją

$$\langle E \rangle = \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1}$$

zgodną z relacją wynikającą z fizyki klasycznej tylko wówczas

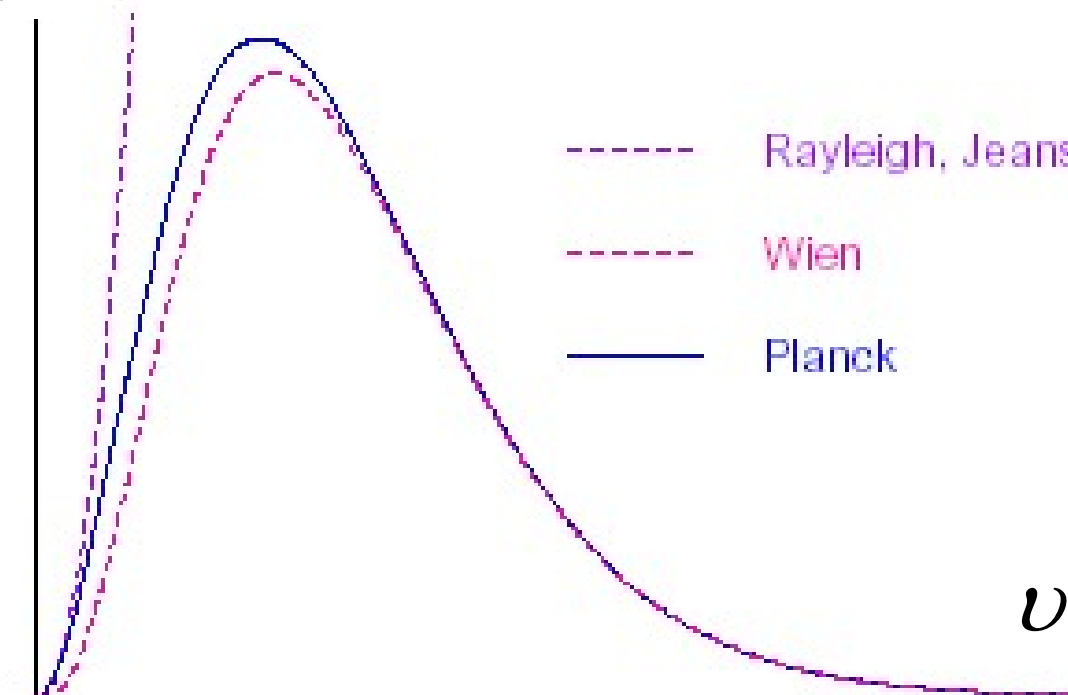
gdy $h\nu \ll k_B T$ i $\langle E \rangle = \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1} \approx \frac{h\nu}{\frac{h\nu}{k_B T} + 1 - 1} = k_B T$

Z kolei gdy $\nu \rightarrow \infty$

to $\langle E \rangle \approx 0$

$h = 6,626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ - stała Plancka

ρ



----- Rayleigh, Jeans

----- Wien

———— Planck

Jego wyprowadzenie wymaga przyjęcia iż promieniowanie może być emitowane i pochłaniane tylko małymi porcjami energii (kwantami)

$$\Delta E = h\nu$$

Wielkość kwantu energii rośnie ze wzrostem częstości ν . Dla $\nu \rightarrow 0$ $\Delta E \rightarrow 0$

Ograniczenie dozwolonych wartości jakie przyjmować mogą wielkości fizyczne do zbioru dyskretnego, zamiast zbioru ciągłego, pojawia się bardzo

często w fizyce kwantowej

$$\lim_{\nu \rightarrow 0} \langle E \rangle = \lim_{\nu \rightarrow 0} \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1} \stackrel{\text{tw.de l'Hospitala}}{=} \lim_{\nu \rightarrow 0} \frac{h}{\frac{h}{k_B T} \exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right)} = \frac{h}{\frac{h}{k_B T}} = k_B T \quad \lim_{\nu \rightarrow \infty} \langle E \rangle = \lim_{\nu \rightarrow \infty} \frac{h}{\frac{h}{k_B T} \exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right)} = 0$$

Porównanie wzoru Plancka ze wzorami Rayleigha i Wiena

$$\rho(\nu) = D(\nu) \langle E \rangle = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1}$$

Można pokazać iż w granicy niskich częstotliwości otrzymujemy wzór zgodny ze wzorem Rayleigha-Jeansa

$$\rho(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1} \stackrel{\nu \rightarrow 0}{=} \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{\frac{h\nu}{k_B T} + 1 - 1} = \frac{8\pi\nu^2 k_B T}{c^3}$$

(dla $x \rightarrow 0$ mamy $\exp(x) \approx 1 + x$)

Można pokazać iż w granicy wysokich częstotliwości otrzymujemy wzór zgodny ze wzorem Wiena

$$\rho(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1} \stackrel{\nu \rightarrow \infty}{=} \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right)} = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \exp\left(-\frac{h\nu}{k_B T}\right)$$

(dla $x \rightarrow \infty$ mamy $\exp(x) - 1 \approx \exp(x)$)

Wyprowadzenie wzoru na średnią energię modu promieniowania o częstotliwości ν

Można dla celów wyprowadzenia wzoru Plancka przyjąć iż energia związana z określonym modem promieniowania (falą stojącą we wnętrzu) o częstotliwości ν może przyjmować wartości $E_n = n h \nu$ $n=0,1,2,3,\dots$; h -stała Plancka

(Planck założył iż $h \nu$ określa możliwą zmianę energii oscylatora drgającego z częstotliwością ν elektrony drgające w ściankach wnęki można traktować jako oscylatory absorbujące i emitujące promieniowanie).

Zgodnie z klasycznym rozkładem Boltzmann'a prawdopodobieństwo posiadania przez dany mod promieniowania tej energii jest równe

$$P_n = P(E = E_n) = \frac{1}{Q} \exp\left(-\frac{E_n}{k_B T}\right) \quad \begin{array}{l} k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \\ \text{-stała Boltzmann'a} \end{array}$$

Q- czynnik normujący zapewniający to iż suma prawdopodobieństw otrzymania wszystkich możliwych wartości energii jest równa 1

W rozważanym problemie

$$P_n = P(E = E_n = n h \nu) = \frac{\exp\left(-\frac{n h \nu}{k_B T}\right)}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp\left(-\frac{n h \nu}{k_B T}\right)}$$

Średnia wartość energii przypadająca na mod promieniowania

$$\langle E \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} P_n E_n = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} nh\nu \exp\left(-\frac{nh\nu}{k_B T}\right)}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp\left(-\frac{nh\nu}{k_B T}\right)} = h\nu \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n \exp(n\alpha)}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp(n\alpha)} = h\nu \frac{d}{d\alpha} \ln \sum_{n=0}^{\infty} \exp(n\alpha)$$

gdzie $\alpha = -\frac{h\nu}{k_B T}$

Suma w powyższym wzorze ma postać sumy zbieżnego szeregu geometrycznego

$$\sum_{n=0}^{\infty} \exp(n\alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} (e^\alpha)^n = \frac{1}{1 - e^\alpha}$$

$$\langle E \rangle = h\nu \frac{d}{d\alpha} \ln[(1 - e^\alpha)^{-1}] = -h\nu \frac{d}{d\alpha} \ln(1 - e^\alpha) = \frac{h\nu e^\alpha}{1 - e^\alpha} = \frac{h\nu}{e^{-\alpha} - 1} = \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1}$$

W przypadku gdybyśmy nie uwzględniali założenia Plancka to mielibyśmy

$$\langle E \rangle = \frac{\int_0^{\infty} E \exp\left(-\frac{E}{k_B T}\right) dE}{\int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{E}{k_B T}\right) dE} = k_B T$$

Wykorzystanie praktyczne wzorów Plancka i Stefana – Boltzmann

Oszacowanie temperatury ciała znajdującego się w stanie równowagi termodynamicznej poprzez analizę emitowanego przez niego promieniowania-pirometry

$$I(T) = \sigma T^4$$

$$\text{stała } \sigma = 5.67 * 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$$

Słońce . Jasne miejsca $T_j=5600K$, ciemne $T_c=4000K$

Stosunek natężenia promieniowania wysyłanego przez miejsca ciemne do promieniowania wysyłanego przez miejsca jasne jest równy

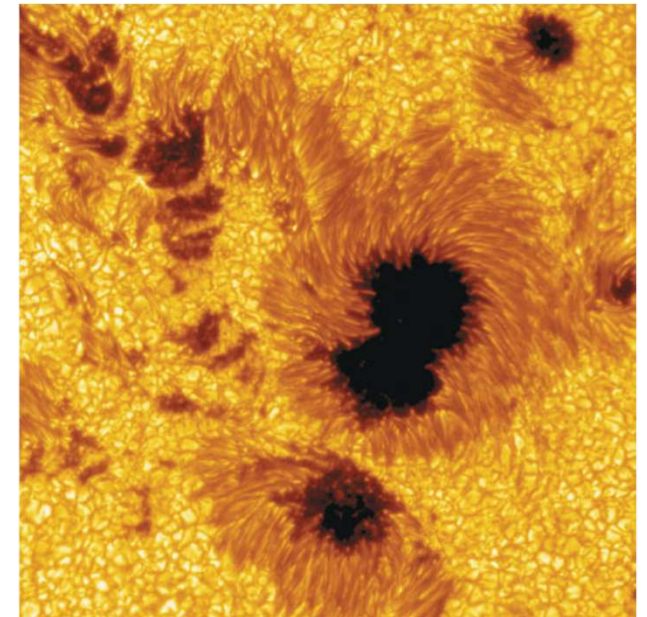
$$\frac{I_c}{I_j} = \left(\frac{T_c}{T_j} \right)^4 = \left(\frac{4000}{5600} \right)^4 \approx 0.26$$

Można też analizować stosunek natężeń promieniowania o zbliżonej długości fali wykorzystując wzór wynikający z rozkładu Plancka

$$\frac{I_c}{I_j} = \frac{\exp\left(\frac{hc}{\lambda k_B T_j}\right) - 1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda k_B T_c}\right) - 1}$$

lub powiązać temperaturę ciała z długością fali dla której zdolność jest maksymalna w oparciu o prawo Wiena

Wykrycie izotropowego promieniowania relikтового wypełniającego Wszechświat o widmie odpowiadającemu widmu promieniowania ciała doskonale czarnego o temperaturze $T= 2,72K$ argumentem za teorią Wielkiego Wybuchu



Pytania kontrolne

Pyt. 1a Które z poniższych stwierdzeń dotyczących promieniowania ciała doskonale czarnego są poprawne? Zaznaczyć dwie poprawne odpowiedzi.

- a) Minimalna wartość energii wymienianej między ciałem a promieniowaniem o długości fali λ rośnie ze wzrostem λ .
- b) Do określenia średniej energii modu promieniowania o częstości ν można stosować klasyczną zasadę ekwipartycji energii.
- c) Klasyczny wzór Rayleigha-Jeansa daje wyniki zgodne ze wzorem Plancka służącym do poprawnego określenia spektralnej zdolności emisyjnej promieniowania emitowanego przez ciało doskonale czarne wówczas gdy częstość emitowanego promieniowania dąży do 0.
- d) Długość fali dla której spektralna zdolność emisyjna (zdolność emisyjna zależna od częstotliwości emitowanego promieniowania) osiąga maksimum maleje ze wzrostem temperatury ciała
- e) Całkowita zdolność emisyjna ciała doskonale czarnego (powstała po scałkowaniu zdolności spektralnej po wszystkich możliwych częstościach emitowanego promieniowania) jest proporcjonalna do temperatury ciała

Pyt. 1b. Czy katastrofa w nadfiolecie wynikająca z wyprowadzonego w ramach klasycznej termodynamiki wzoru Rayleigha-Jeansa na rozkład widmowy promieniowania emitowanego przez ciało doskonale czarne jest związana z tym iż:

- a) zgodnie z tym wzorem zdolność emisyjna promieniowania emitowanego przez to ciało posiada maksimum dla częstości odpowiadającej nadfioletowej części widma
- b) zgodnie z tym wzorem zdolność emisyjna dla niskich częstości promieniowania dąży do ∞
- c) zgodnie z tym wzorem zdolność emisyjna dla wysokich częstości promieniowania dąży do ∞
- d) w oparciu o ten wzór można pokazać iż całkowita zdolność emisyjna analizowanego ciała jest nieskończona
- e) ze wzoru tego wynika iż średnia energia modu promieniowania zawartego we wnętrze wypełnionej promieniowaniem nie zależy od temperatury ciała

Zaznaczyć dwie poprawne odpowiedzi.

Pyt. 1c. Jakie założenie nie mające uzasadnienia w fizyce klasycznej zostało przyjęte w celu wyprowadzenia rozkładu Plancka widmowej zdolności emisyjnej ciała doskonale czarnego zgodnego z eksperymentem

- a) energia wymieniana pomiędzy materią i promieniowaniem może być tylko równa całkowitej wielokrotności wielkości $h\nu$ gdzie h -stała Plancka, ν -częstość (częstotliwość) promieniowania
- b) energia wymieniana pomiędzy materią i promieniowaniem może być tylko równa całkowitej wielokrotności wielkości $h\nu^2$ (h -stała Plancka, ν -częstość promieniowania)
- c) średnia energia modu promieniowania zawartego we wnętrzu wypełnionej promieniowaniem zależy wyłącznie od temperatury ciała, a nie zależy od częstości promieniowania
- d) do określenia średniej energii modu promieniowania zawartego we wnętrzu wypełnionej promieniowaniem można wykorzystać zasadę ekwipartycji energii

Zaznaczyć poprawną odpowiedź.

Zjawisko fotoelektryczne

- Światłem o określonej częstotliwości fali oświetlamy powierzchnię metalu P pełniącą rolę katody. Powierzchnia emituje elektrony zwane fotoelektronami (H. Hertz 1887 i P. Lenard 1899-1902).

W układzie złożonym z katody i anody wchodzących w skład obwodu elektrycznego płynie prąd przy braku zewnętrznego napięcia V .

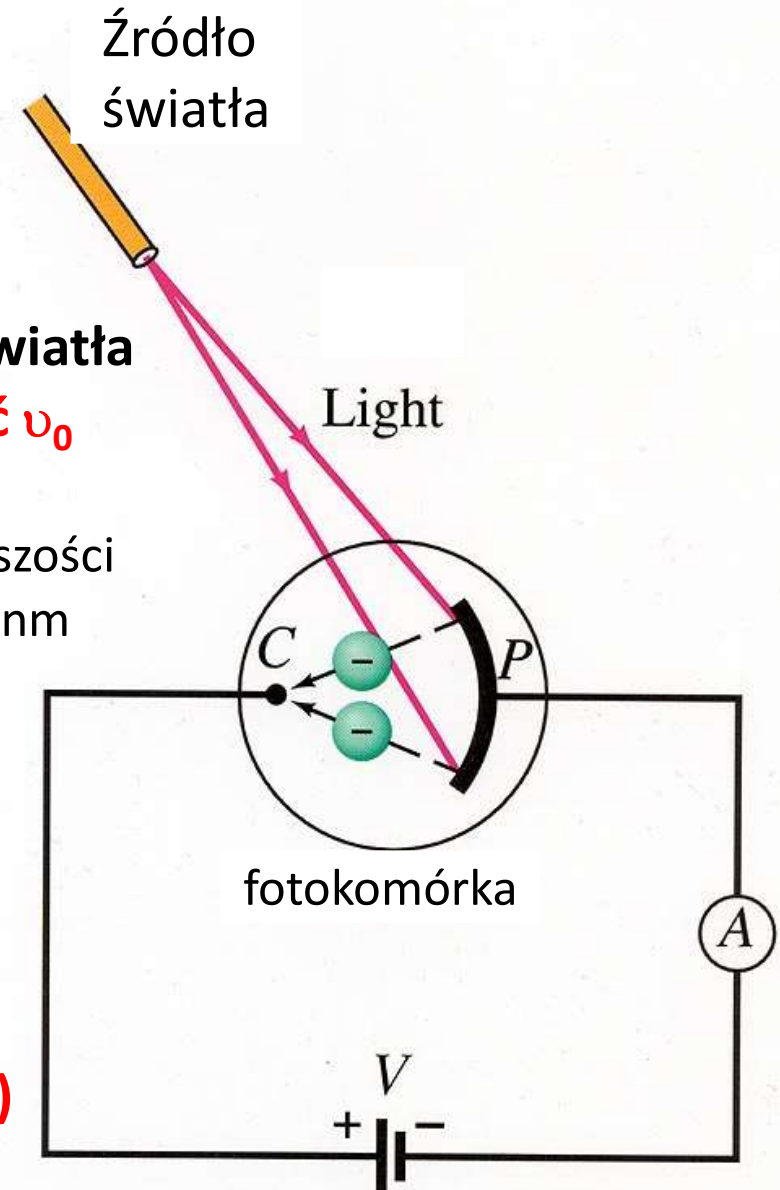
- Dla danego metalu ilość emitowanych elektronów (natężenie prądu) jest proporcjonalna do natężenia światła

- Dla każdego metalu istnieje minimalna częstotliwość ν_0 poniżej której efekt nie zachodzi.

Częstość progowa nie zależy od natężenia światła i dla większości metali częstotliwości tej odpowiada długość fali $\lambda = 200\text{-}300\text{nm}$ (ultrafiolet), jednak dla niektórych metali (np. tlenków cezu i potasu) mieści się w spektrum widzialnym $\lambda = 400\text{-}700\text{nm}$.

- Maksymalna prędkość fotoelektronów zależy jedynie od częstotliwości ν padającego światła a nie od jego natężenia.

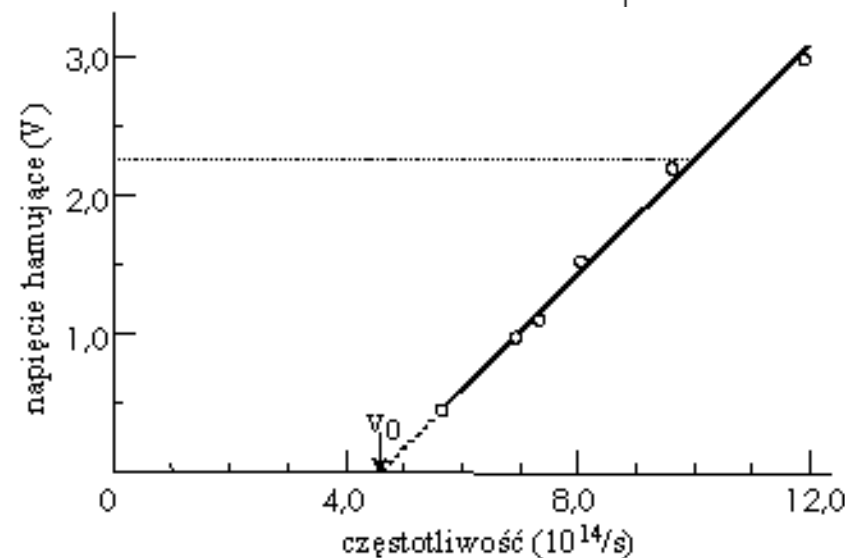
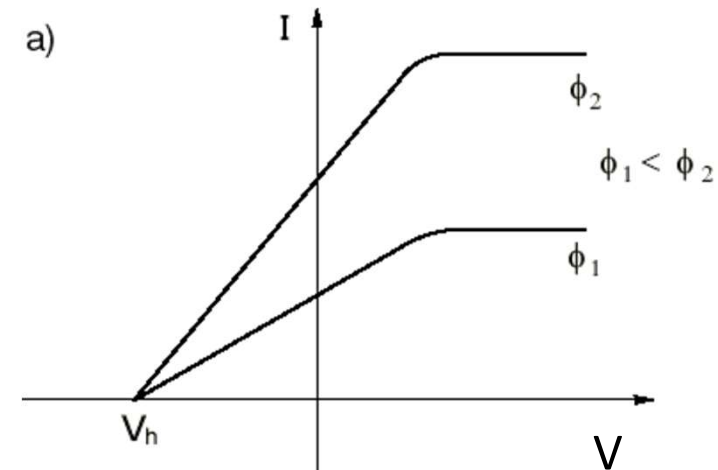
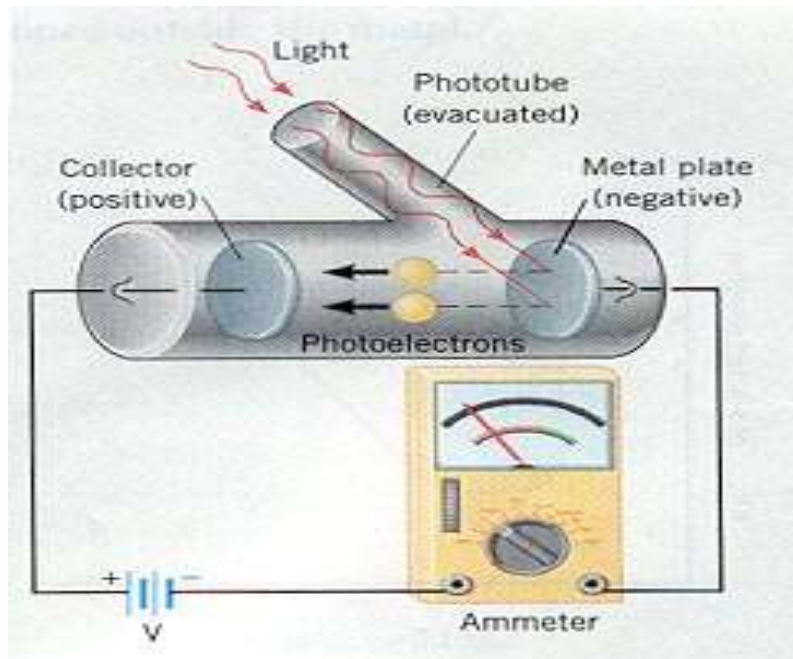
(Ostatnie dwa efekty nie mogą być wytłumaczone przy wykorzystaniu wyłącznie falowej natury światła.)



Eksperymentalne określenie maksymalnej energii fotoelektronów

Możemy wyliczyć maksymalną energię kinetyczną $E_{k,max}$ emitowanych elektronów przykładając pomiędzy elektrodami napięcie powodujące hamowanie elektronów. Przy pewnym napięciu hamującym V_h , dla którego $E_{k,max} = eV_h$ prąd przestaje płynąć przy czym wartość napięcia przy którym prąd znika nie zależy od natężenia światła ϕ tylko od jego częstości, od której zależy ona liniowo.

ece.agmk.net



Trudności z wyjaśnieniem zjawiska na gruncie fizyki klasycznej

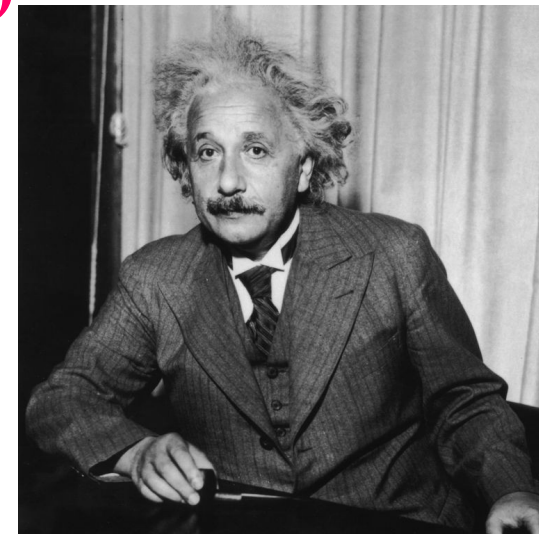
- Gdy natężenie światła rośnie, wzrasta ilość energii dostarczana na jednostkę powierzchni, a więc elektrony powinny mieć szansę na zgromadzenie większej energii i podwyższenie napięcia hamującego, ale napięcie nie zależy od natężenia !!
- Elektron powinien być w stanie otrzymać wymaganą ilość energii od promieniowania o dowolnej częstotliwości, brak więc klasycznego wytłumaczenia dla częstotliwości progowej.
- Przy jednorodnym rozkładzie energii w obszarze padającej fali czas potrzebny przez elektron do zdobycia odpowiedniej energii do opuszczenia metalu przy niewielkich natężeniach fali świetnej może osiągać wartości sekund a nawet minut co prowadziłoby do pojawienia się mierzalnego opóźnienia czasowego pomiędzy oświetleniem próbki i emisją elektronów, czego nie zaobserwowano.

Wyjaśnienie Einsteina 1905 (nagroda Nobla 1921)

Albert Einstein przyjął dwa założenia:

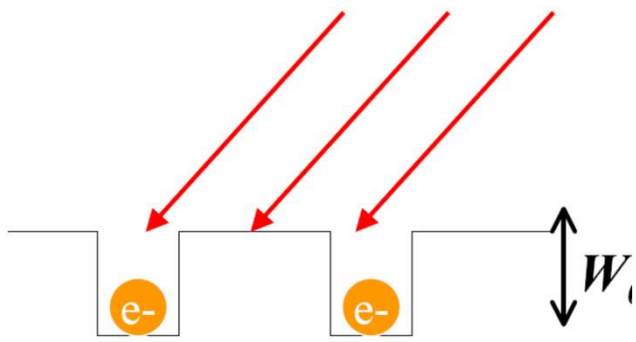
– wiązka światła składa się z małych pakietów energii **fotonów (kwantów promieniowania elektromagnetycznego)** o energii

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$



-w trakcie zjawiska fotoelektrycznego następuje pochłonięcie fotonu przez elektron, a zatem elektron uzyskuje zawsze energie równą energii fotonu całkowicie określoną przez częstotliwość fali ν , a nie zależną od natężenia padającego promieniowania.

Gdy energia fotonu jest mniejsza od minimalnej pracy, którą musi wykonać elektron by opuścić metal (pracy wyjścia) to zjawisko fotoelektryczne nie zachodzi. Wzrost natężenia światła prowadzi tylko do wzrostu liczby fotonów docierających w jednostce czasu do metalu a więc i wzrostu ilości elektronów, którym fotony mogą przekazać energię.



W metalu elektrony znajdują się w studni potencjału, konieczne jest dostarczenie energii W , aby elektron mógł opuścić metal.

W - praca wyjścia

Elektron może zaabsorbować foton, dostarczona energia idzie na pokonanie pracy wyjścia i energię kinetyczną elektronu

$$h\nu = W + E_{k,\max} = W + \frac{mV_{\max}^2}{2}$$

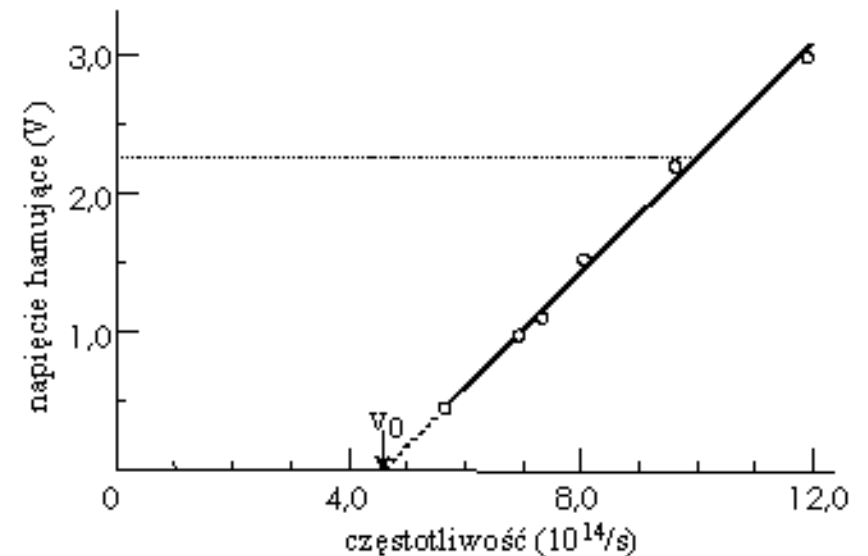
Zjawisko fotoelektryczne zachodzi, gdy $h\nu \geq W$

Najmniejsza częstotliwość, częstotliwość progową, przy której efekt ma miejsce, można określić z relacji $h\nu_0 = W$

Powiązanie napięcia hamującego przy którym znika prąd w układzie z pracą wyjścia

$$h\nu = W + eV_h \rightarrow V_h = \frac{h\nu}{e} - \frac{W}{e}$$

Wyniki wynikające ze wzoru zaproponowanego przez Einsteina zostały potwierdzone przez Millikana w 1914 roku (nagroda Nobla 1923).



Zastosowania zjawiska fotoelektrycznego

- gogle noktowizyjne

zastosowanie

- detektory światła (fotokomórki)
- Noktowizory
- kamery CCD
- badanie struktury elektronowej powierzchni ciał stałych
- fotodiody półprzewodnikowe przewodzące prąd pod wpływem padającego promieniowania (zjawisko fotoelektryczne wewnętrzne)



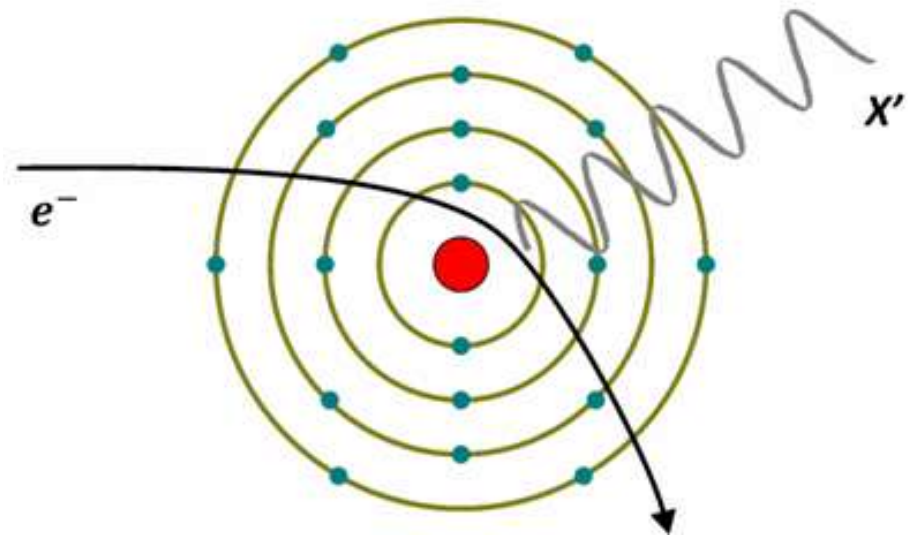
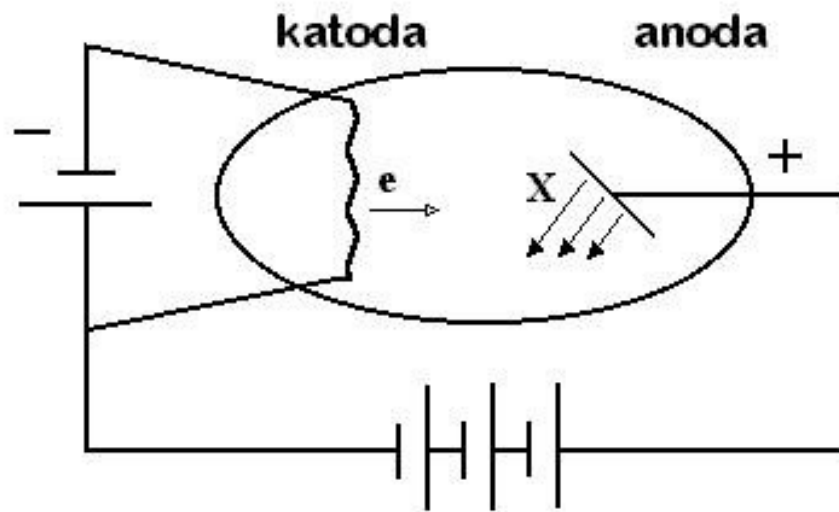
Pytania kontrolne

Pyt. 2a. Które z poniższych stwierdzeń poprawnie opisują wybrane cechy zjawiska fotoelektrycznego zewnętrznego

- a) ilość emitowanych z ciała elektronów nie zależy od natężenia padającego na ciało promieniowania elektromagnetycznego
- b) obserwuje się mierzalny odstęp czasu między czasem emisji pierwszych elektronów a czasem dotarcia do ciała promieniowania
- c) maksymalna energia kinetyczna emitowanych elektronów rośnie ze wzrostem natężenia promieniowania
- d) maksymalna energia kinetyczna emitowanych elektronów rośnie ze wzrostem częstotliwości promieniowania
- e) częstotliwość promieniowania padającego nie może być mniejsza od pewnej minimalnej wartości aby nastąpiła emisja elektronów
- f) energia fotonu padającego promieniowania jest wprost proporcjonalna do długości fali tego promieniowania

Zaznaczyć dwie poprawne odpowiedzi

Promieniowanie rentgenowskie



- Promieniowanie powstaje w trakcie hamowania elektronów przyspieszonych przez pole elektryczne pomiędzy katoda i anoda (o różnicy potencjałów U) o początkowej energii kinetycznej $E_k = eU$ w materiale anody (zbudowanej np. z wolframu, molibdenu)
- Klasyczna teoria promieniowania pozwala na wyjaśnienie emisji promieniowania o widmie ciągłym jako efekt emisji promieniowania przez elektrony poruszające się ruchem zmiennym w trakcie hamowania w materiale anody. Klasyczna teoria promieniowania nie wyjaśnia istnienia krótkofalowej granicy emitowanego promieniowania

- Klasyczna teoria promieniowania nie wyjaśnia istnienia krótkofalowej granicy emitowanego promieniowania

$$\lambda \geq hc / eU$$

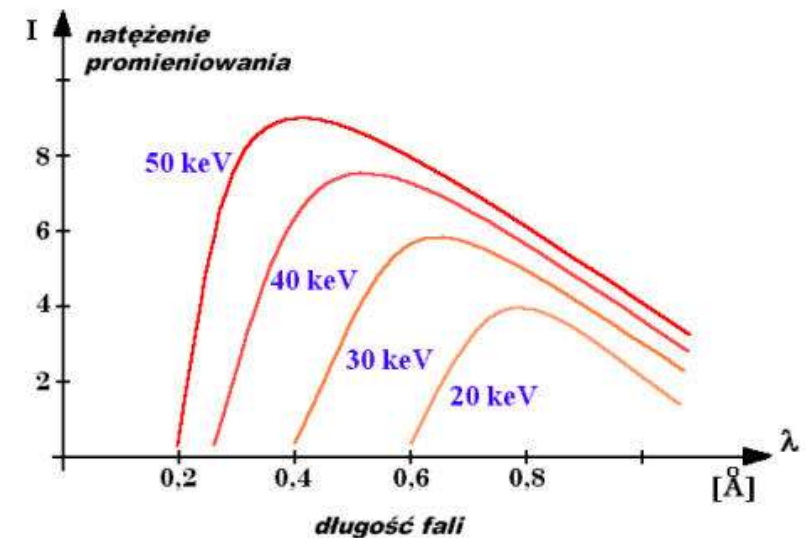
- Istnienie tej granicy wyjaśnia teoria kwantowa zgodnie z którą emisja promieniowania wiąże się z emisją fotonów w trakcie oddziaływania z atomami tarczy

Zgodnie z zasadą zachowania energii energia emitowanego fotonu nie może być większa od całkowitej energii kinetycznej elektronu czyli

$$E_f = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \leq E_{kin,e} = eU$$

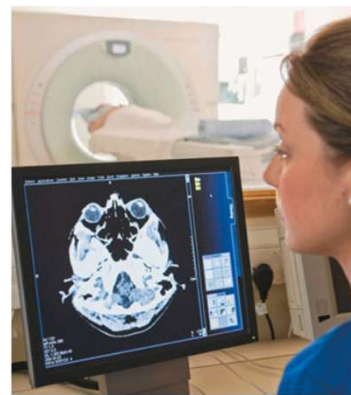
Uwaga : Oprócz promieniowania o widmie ciągłym pojawi się promieniowanie o widmie dyskretnym nakładające się na promieniowanie o widmie ciągłym.

Mechanizm jego emisji jest analogiczny do omawianego później mechanizmu emisji światła przez atomy

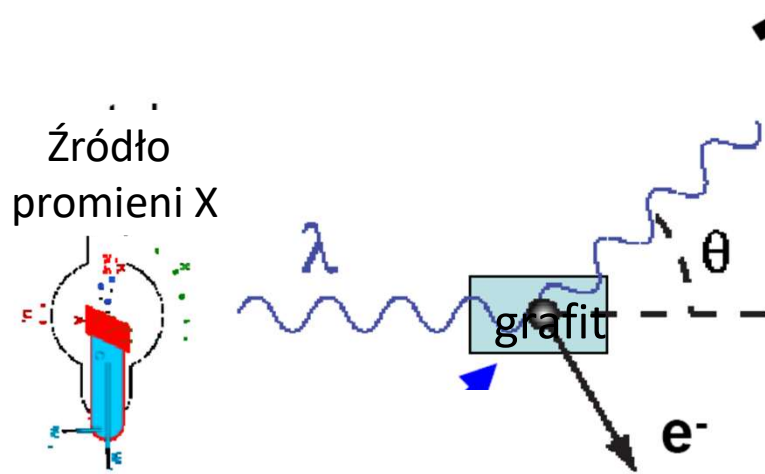


zastosowanie

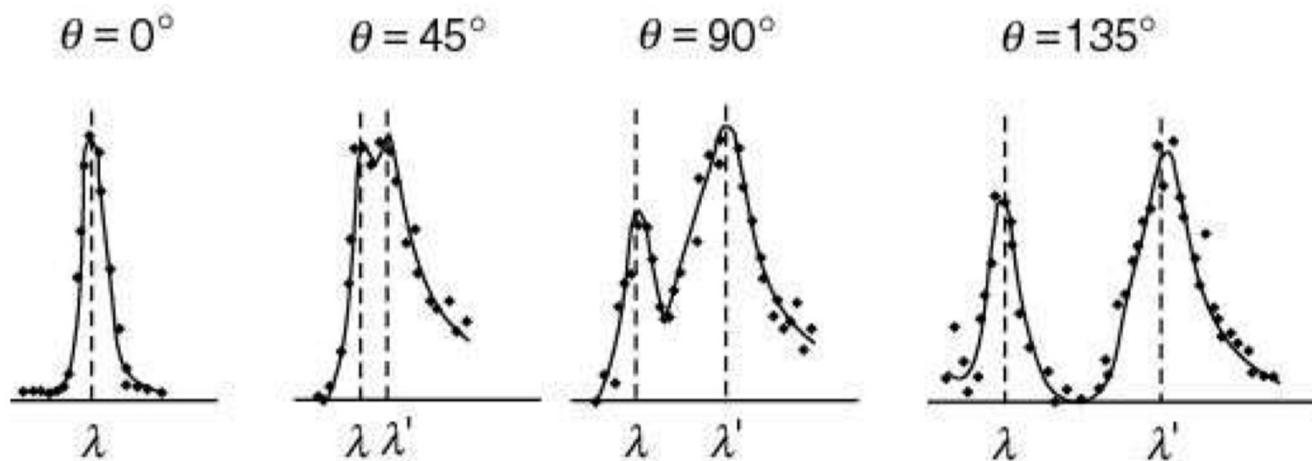
- badanie struktury kryształów
- radiologia: tomograf komputerowy



Efekt Comptona (1923, nagroda Nobla 1927)



Promieniowanie X ulega rozproszeniu na materii (np. próbce z grafitu). Widmo promieniowania rozproszonego zawiera oprócz fali o długości λ jeszcze falę o długości $\lambda' = \lambda + \Delta\lambda$, Przesunięcie $\Delta\lambda$ zależy tylko od kąta rozproszenia θ (zjawisko niemożliwe do wytłumaczenia w oparciu o falową naturę światła).



- zmiana długości fali promieniowania rozproszonego nie zależy od substancji, na której zachodzi rozpraszanie a tylko od kąta rozproszenia;
- stosunek natężeń obu składowych promieniowania rozproszonego zależy od substancji, dla pierwiastków lekkich udział składowej ze zmienioną częstotliwością jest większy i maleje wraz ze wzrostem liczby atomowej.

Kłopoty z wyjaśnieniem efektu Comptona na gruncie fizyki klasycznej: Nie można wytłumaczyć zmiany częstości promieniowania rozproszonego.

Wyjaśnienie na gruncie fizyki kwantowej:

Przyjmujemy, iż do efektu Comptona prowadzą procesy sprężystego zderzenia fotonów z elektronami walencyjnymi (słabo związanymi z atomami) w kryształach. Ponieważ energia fotonów promieniowania X jest rzędu wielu keV, a energia wiązania elektronów walencyjnych w kryształach jest rzędu kilku eV to elektrony możemy z dobrym przybliżeniem uważać za swobodne.

Przy tych założeniach możemy sformułować opis zjawiska wyjaśniający podstawowe jego cechy

- częstość promieniowania rozproszonego (a więc także jego energia) nie zależy od materiału, bo w każdym materiale rozpraszanie zachodzi na elektronach walencyjnych, które można traktować jak swobodne;
- wzór na zależność zmiany długości fali promieniowania rozproszonego od wartości kąta rozpraszania można wyprowadzić z zasady zachowania energii i pędu.

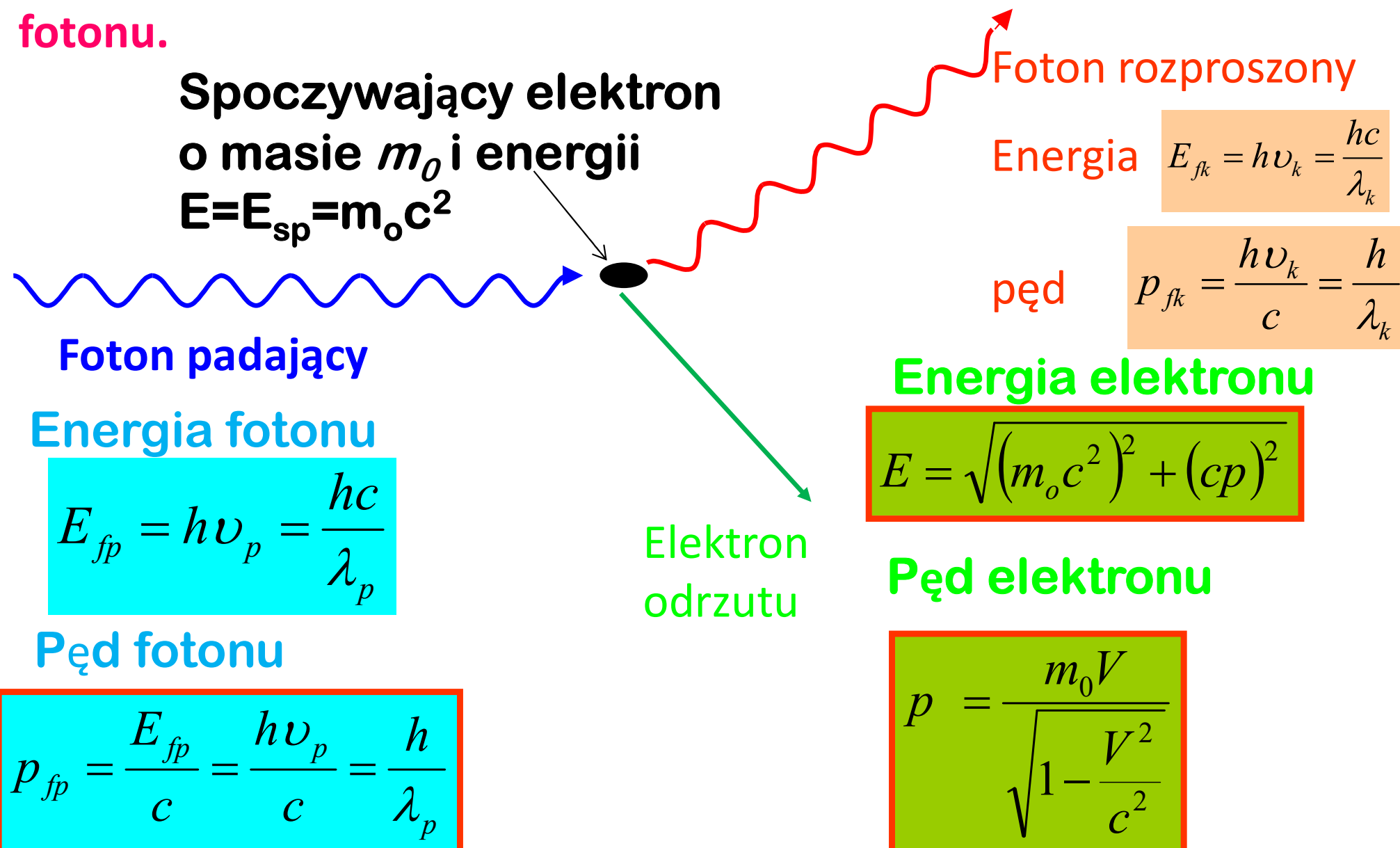
Posługujemy się wzorem na całkowitą energię wynikającą ze szczególnej teorii względności $E = \sqrt{(cp)^2 + (m_0c^2)^2}$. Uwzględniamy fakt iż prędkość fotonów jest równa prędkości światła a zatem ich masa spoczynkowa jest równa zero $m_0=0$ (inaczej ze wzoru

$E = m_0c^2 / \sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}$ wynikała by nieskończona energia fotonów) czyli ich pęd jest równy $p=E/c$.

Zatem ponieważ energia fotonu, wynosi $E = h\nu$ to jego pęd musi mieć wartość

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

Efekt Comptona może być wyjaśniony jako sprężyste zderzenie fotonu i elektronu. W czasie zderzenia foton przekazuje część swojej energii i pędu elektronowi, stąd wzrost długości fali rozproszonego fotonu.



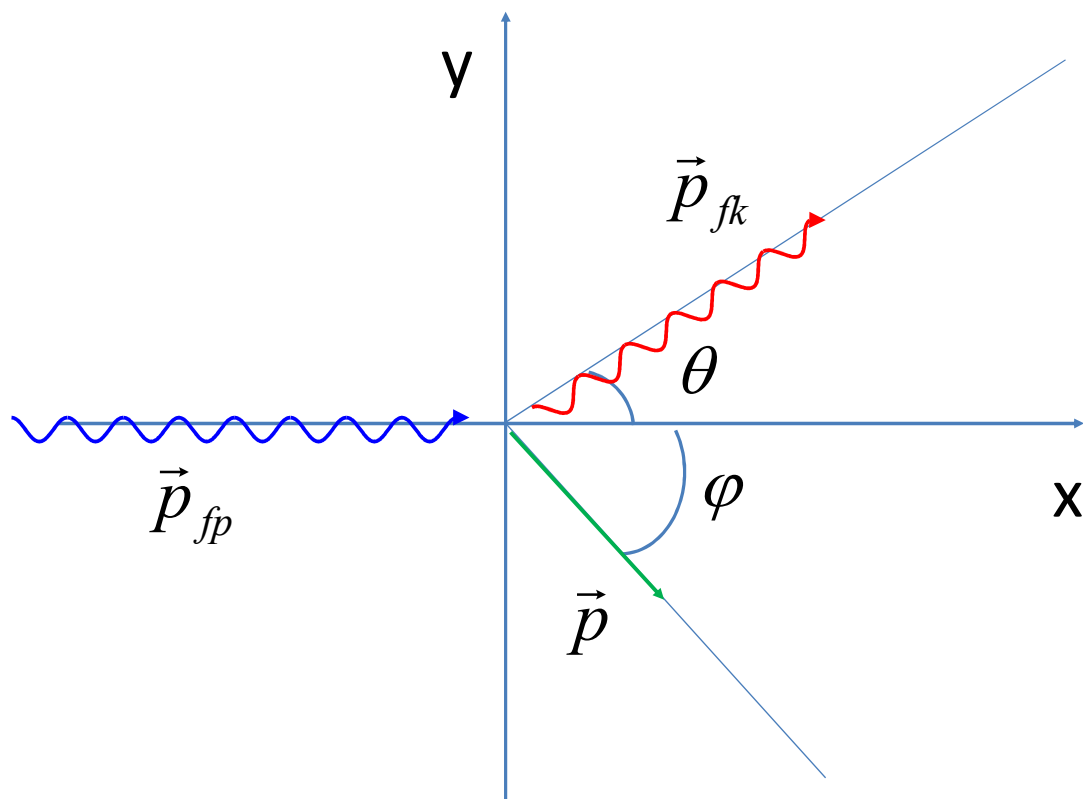
Zasada zachowania pędu

$$\vec{p}_{fp} = \vec{p}_{fk} + \vec{p}$$

pęd fotonu
padającego

pęd fotonu
rozproszonego

Pęd elektronu



Po rozpisaniu powyższego równania na składowe w układzie kartezjańskim z osią OX wyznaczoną przez pęd fotonu padającego otrzymujemy

$$p_{fp,x} = p_{fk,x} + p_x$$

$$p_{fp,y} = p_{fk,y} + p_y$$

$$p_{fp} = p_{fk} \cos(\theta) + p \cos(\varphi) \quad 0 = p_{fk} \sin(\theta) - p \sin(\varphi)$$

Zasada zachowania energii

Energia fotonu padającego

Energia fotonu rozproszonego

$$h \nu_p + m_0 c^2 = h \nu_k + \sqrt{(cp)^2 + (m_0 c^2)^2}$$

Energia spoczynkowa elektronu nieruchomego

Energia elektronu wybitego z atomu

Po rozwiązaniu układu równań wyrażających zasady zachowania energii i pędu otrzymuje się **zmianę długości fali fotonu rozproszonego pod kątem θ :**

$$\Delta\lambda = \lambda_k - \lambda_p = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \theta)$$

$$\lambda_c = \frac{h}{m_0 c} = 2,43 \cdot 10^{-12} m$$

comptonowska długość fali

Ze względu na małą wartość λ_c zjawisko trudno byłoby zaobserwować dla promieniowania o długości fali dłuższej od promieniowania X

Wyprowadzenie wzoru na $\Delta\lambda$ (dla zainteresowanych)

Z zasady zachowania energii wynika iż

$$E_{fp} + E_{sp} = E_{fk} + \sqrt{E_{sp}^2 + (cp)^2}$$

gdzie

E_{fp} (E_{fk}) -energii fotonu przed (po) zderzeniu z elektronem

E_{sp} -energia spoczynkowa elektronu

Z powyższego równania można wyznaczyć kwadrat pędu elektronu

$$E_{fp} - E_{fk} + E_{sp} = \sqrt{E_{sp}^2 + (cp)^2}$$

$$(E_{fp} - E_{fk} + E_{sp})^2 = E_{sp}^2 + (cp)^2$$

$$(cp)^2 = (E_{fp} - E_{fk})^2 + E_{sp}^2 + 2(E_{fp} - E_{fk})E_{sp} - E_{sp}^2$$

$$p^2 = \frac{(E_{fp} - E_{fk})^2}{c^2} + \frac{2(E_{fp} - E_{fk})m_0c^2}{c^2} = \frac{(E_{fp} - E_{fk})^2}{c^2} + 2(E_{fp} - E_{fk})m_0$$

Z zasady zachowania pędu

$$p_{fp} = p_{fk} \cos(\theta) + p \cos(\varphi)$$

$$0 = p_{fk} \sin(\theta) - p \sin(\varphi)$$

Po przekształceniu

$$p \cos(\varphi) = p_{fp} - p_{fk} \cos(\theta)$$

$$p \sin(\varphi) = p_{fk} \sin(\theta)$$

Po podniesieniu do kwadratu powyższych równań i dodaniu stronami otrzymujemy

$$p^2 = p_{fp}^2 - 2p_{fp}p_{fk} \cos(\theta) + p_{fk}^2$$

Pęd fotonu przed i po zderzeniu można powiązać z jego energią wykorzystując wzory

$$p_{fp} = \frac{E_{fp}}{c} ; \quad p_{fk} = \frac{E_{fk}}{c} \quad \text{a zatem}$$

$$p^2 = \frac{E_{fp}^2}{c^2} - 2 \frac{E_{fp} E_{fk}}{c^2} \cos(\theta) + \frac{E_{fk}^2}{c^2}$$

$$p^2 = \frac{(E_{fp} - E_{fk})^2}{c^2} + 2(E_{fp} - E_{fk})m_0 = \frac{E_{fp}^2}{c^2} - \frac{2E_{fp}E_{fk}}{c^2} + \frac{E_{fk}^2}{c^2} + 2(E_{fp} - E_{fk})m_0 \quad (1)$$

$$p^2 = \frac{E_{fp}^2}{c^2} - 2\frac{E_{fp}E_{fk}}{c^2}\cos(\theta) + \frac{E_{fk}^2}{c^2} \quad (2)$$

Oba otrzymane wzory (1) i (2) na pęd elektronu można porównać ze sobą. Otrzymujemy

$$\frac{E_{fp}^2}{c^2} - \frac{2E_{fp}E_{fk}}{c^2}\cos(\theta) + \frac{E_{fk}^2}{c^2} = \frac{E_{fp}^2}{c^2} - \frac{2E_{fp}E_{fk}}{c^2} + \frac{E_{fk}^2}{c^2} + 2(E_{fp} - E_{fk})m_0$$

$$\frac{2E_{fp}E_{fk}}{c^2}\cos(\theta) = \frac{2E_{fp}E_{fk}}{c^2} - 2(E_{fp} - E_{fk})m_0$$

$$2(E_{fk} - E_{fp}) = \frac{2E_{fp}E_{fk}}{m_0c^2}(1 - \cos(\theta))$$

Energie fotonu można związać z częstotliwością fali elektromagnetycznej, której nośnikiem są te fotony

$$E_{fp} = h\nu_p \quad E_{fk} = h\nu_k$$

$$2h(\nu_p - \nu_k) = \frac{2h^2\nu_p\nu_k}{m_0c^2}(1 - \cos(\theta))$$

zaś częstotliwość z długością fali

$$\nu_p = \frac{c}{\lambda_p}, \quad \nu_k = \frac{c}{\lambda_k}$$

$$2h\left(\frac{c}{\lambda_p} - \frac{c}{\lambda_k}\right) = \frac{2h^2c^2}{\lambda_p\lambda_k m_0c^2}(1 - \cos(\theta))$$

$$c\left(\frac{\lambda_k - \lambda_p}{\lambda_p\lambda_k}\right) = \frac{h}{\lambda_p\lambda_k m_0}(1 - \cos(\theta))$$

skąd wynika wzór na zmianę długości fali

$$\Delta\lambda = \lambda_k - \lambda_p = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos(\theta))$$

Uwaga o zjawisku fotoelektrycznym

Zjawisko fotoelektryczne zachodzi tylko w przypadku elektronów związanych w atomach czy ciele stałym. Nie zachodzi w przypadku elektronów swobodnych z uwagi na fakt iż w takim przypadku nie jest możliwe spełnienie w trakcie zderzenia elektronu z fotonem zasady zachowania pędu. Fakt iż fotony posiadają pęd o określonej wartości wynika z analizy efektu Comptona.

W przypadku elektronu związanego część pędu fotonu jest przekazana układowi w którym związany jest elektron np. atomowi. Ze względu na jego znacznie większą masę od masy elektronu przekaz energii do niego od fotonu można zaniedbać

W układzie ze swobodnym elektronem mielibyśmy

a) z zasady zachowania energii $E_{pocz} = E_{konc} \rightarrow h\nu + m_o c^2 = \sqrt{c^2 p^2 + m_o^2 c^4}$

b) z zasady zachowania pędu $p_{fot} = p_{el} \rightarrow \frac{h\nu}{c} = p$

$cp + m_o c^2 = \sqrt{c^2 p^2 + m_o^2 c^4}$ → sprzeczność dla elektronu o $m_0 \neq 0$

Pytania kontrolne

Pyt 3a. Czy efekt (zjawisko) Comptona polega na

- a) emisji elektronów z ciała stałego po pochłonięciu przez nie fotonów padającego na ciało promieniowania elektromagnetycznego
- b) emisji fotonów z powierzchni ciała stałego po skierowaniu na niego strumienia elektronów
- c) rozproszeniu promieniowania elektromagnetycznego na elektronach, których energia wiązania w atomach jest mała w stosunku do energii padających fotonów, którym fotony przekazują część swojej energii w trakcie zderzenia
- d) sprężystym rozpraszaniu promieniowania elektromagnetycznego na atomach, któremu nie towarzyszy zmiana energii fotonów w trakcie rozpraszania

Wybrać poprawną odpowiedź spośród podanych powyżej

Pyt. 3b. Które z poniższych stwierdzeń poprawnie opisują wybrane właściwości efektu Comptona?

- a) promieniowanie rozproszone na elektronach atomu ma dłuższą długość fali niż promieniowanie padające
- b) zmiana długości fali promieniowania rozproszonego w stosunku do padającego zależy od rodzaju atomów tworzących materiał na którym następuje rozpraszanie
- c) zmiana długości fali promieniowania rozproszonego w stosunku do długości fali promieniowania padającego zależy wyłącznie od kąta pod jakim następuje rozproszenie promieniowania względem kierunku ruchu wiązki promieniowania przez rozproszeniem
- d) efekt Comptona obserwuje się eksperymentalnie dla światła widzialnego

Zaznaczyć dwa poprawne stwierdzenia

Dualizm korpuskularno-falowy

E, p wielkości
charakterystyczne dla
cząstek

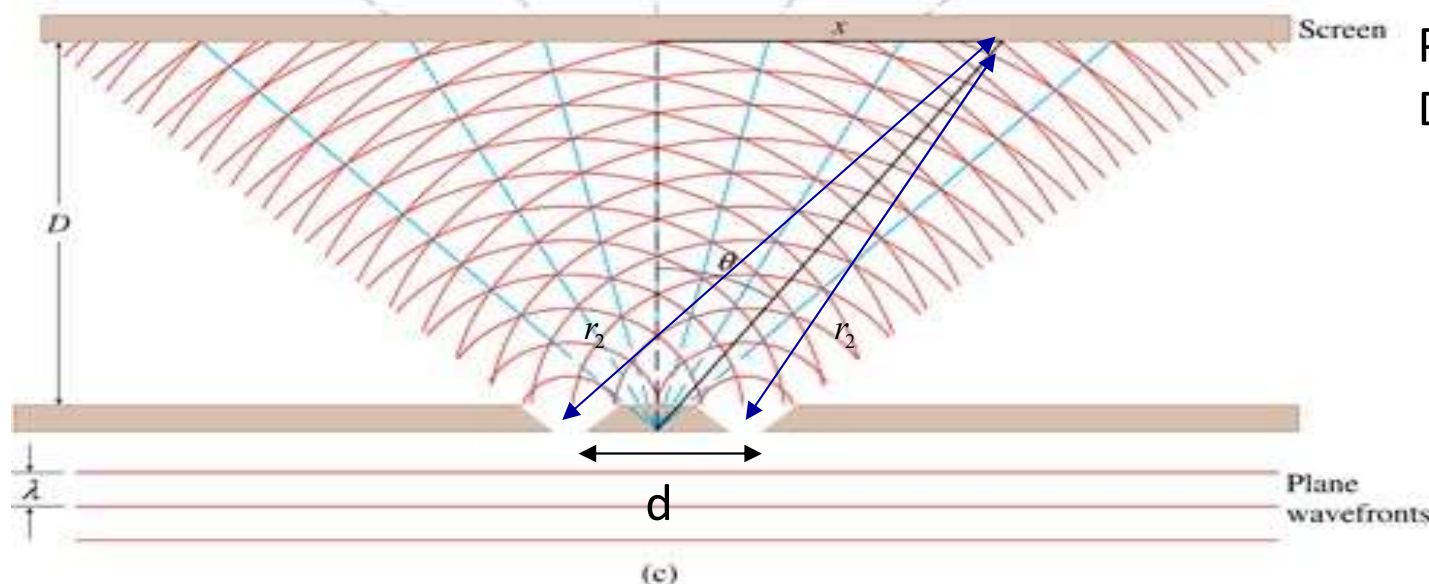
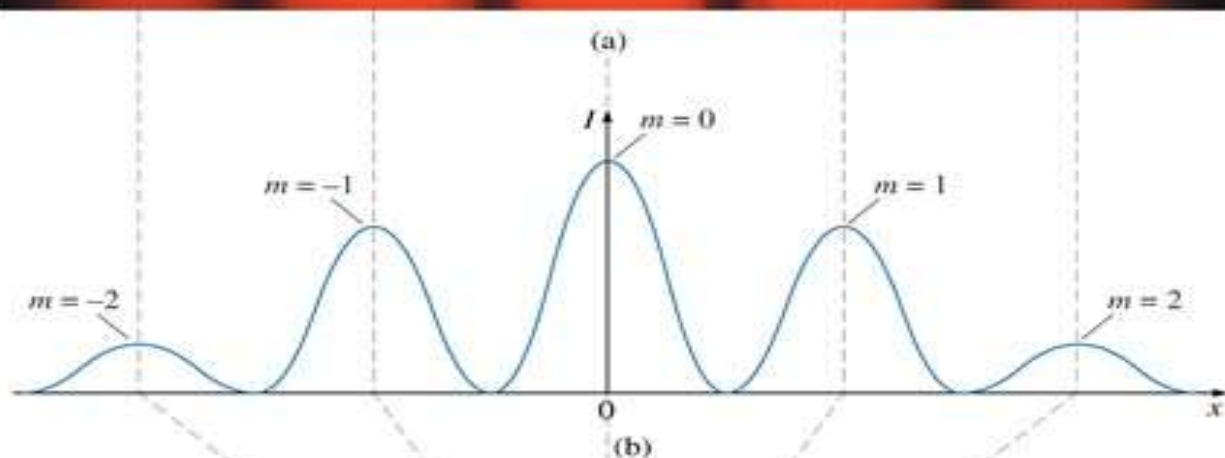
$$E = h\nu$$
$$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

ν, λ wielkości
charakterystyczne dla
fali

Korpuskularna teoria światła nie tłumaczy wszystkich zjawisk optycznych, w szczególności interferencji, dyfrakcji i polaryzacji światła. Te zjawiska tłumaczy **teoria falowa**. Z tego względu powstał **dualistyczny pogląd** na naturę światła - niektóre zjawiska tłumaczone za pomocą modelu korpuskularnego, inne za pomocą falowego.

Falową teorię światła stosujemy np. do opisu doświadczenia Younga

Copyright © The McGraw-Hill Companies, Inc. Permission required for reproduction or display.



Na ekranie obserwujemy jasne i ciemne prążki powstające na skutek interferencji fal przechodzących przez dwie szczeliny. Jasność prążka zależy od natężenia fali świetlnej docierającej do ekranu (mocy promieniowana), która jest proporcjonalna do kwadratu amplitudy natężenia pola elektrycznego związanej z falą świetlną $I \propto |\vec{E}_{wo}|^2$.

Położenie jasnych prążków gdy $D \gg d$

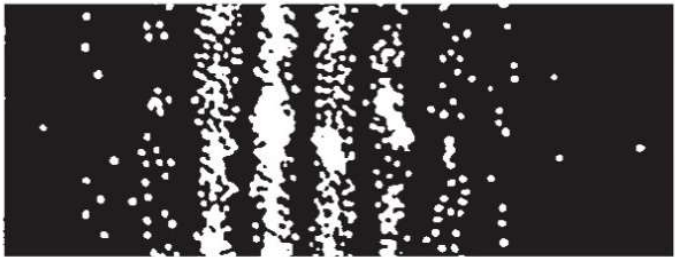
$$r_2 - r_1 \approx d \sin \theta = m\lambda$$

$r_2 - r_1$ - różnica dróg pokonanych przez fale przechodzące przez obie szczeliny od szczelin do punktu na ekranie, m = liczba całkowita

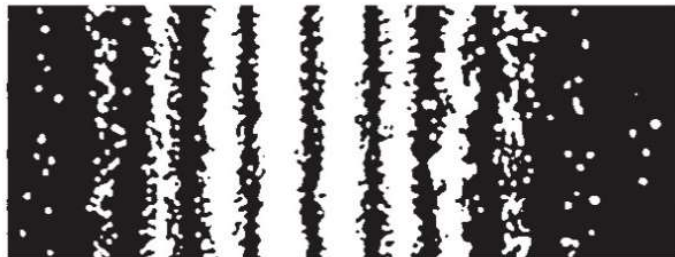
After 21 photons reach the screen



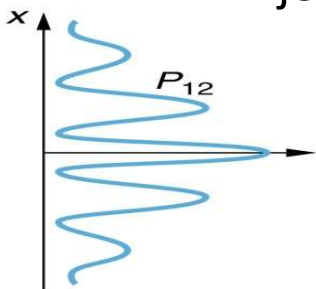
After 1000 photons reach the screen



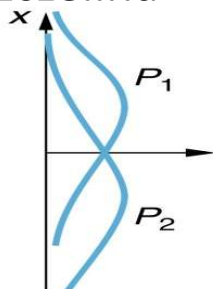
After 10,000 photons reach the screen



P_{12} - otwarte dwie
szczeliny



P_1, P_2 -otwarta tylko
jedna szczelina



Średnia liczba fotonów o jednakowej energii docierających do punktu na ekranie w odpowiednio długim przedziale czasu jest proporcjonalna do kwadratu amplitudy natężenia pola elektrycznego $\langle N \rangle \propto |\vec{E}_{w0}|^2$. $|\vec{E}_{w0}|^2$ w danym punkcie jest proporcjonalne do prawdopodobieństwa znalezienia fotonu w otoczeniu punktu, przy czym nie da się przewidzieć w jakim miejscu dany foton uderzy w ekran, a jedynie określić prawdopodobieństwa P uderzenia jego w otoczenie odpowiedniego punktu na ekranie. Znajomość prawdopodobieństwa pozwala na oszacowanie liczby fotonów docierających do analizowanego obszaru na ekranie po czasie w którym do ekranu dotrze odpowiednia liczba fotonów. Liczba fotonów docierających do danego punktu przy dwóch otwartych szczelinach nie jest równa sumie fotonów rejestrowanych przy otwarciu oddzielnie każdej ze szczelin. Efekt może być zaobserwowany po odpowiednio długim czasie naświetlenia nawet wówczas gdy natężenie światła jest na tyle małe, iż można oczekiwać iż pomiędzy ekranem i przesłona porusza się tylko jeden foton. Oznacza to jednak iż nie wiadomo jest przez którą szczelinę foton ten przeszedł.

Przez układ propaguje fala prawdopodobieństwa związana z kolejnymi fotonami.

Hipoteza de Broglie'a

Nie tylko fotonom, lecz wszystkim cząstkom można przypisać jednocześnie naturę korpuskularną i falową (teoretyczna rozprawa doktorska z 1924 nagrodzona nagrodą Nobla w 1929) .



Każdej poruszającej się cząstce może być przypisywana odpowiednia fala materii, zwana falą de Broglie'a, której długość λ jest uzależniona od pędu p cząstki:

$$\lambda = \frac{h}{p} \stackrel{V \ll c}{=} \frac{h}{m \cdot V}$$

h - stała Plancka.

$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$$

Przypuszczenie to zostało później potwierdzone eksperymentalnie (np. dyfrakcja i interferencja elektronów, neutronów, atomów helu, cząsteczek wodoru, jodu, fullerenów C_{60} i C_{70} zbudowanych z 60(70) atomów węgla).

Częstość kołową ω tej fali można uzależnić od E - energii cząstki

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi E}{h} = \frac{E}{\hbar} \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

•Przykład

Długość fali de Broglie'a dla

a) cząstki o masie $m=1\text{g}$ poruszającej się z prędkością $V=1\text{m/s}$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mV} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{10^{-3} \text{ kg} \cdot 1 \text{ m/s}} = 6,626 \cdot 10^{-31} \text{ m}$$

Długość za mała by mogła się ujawnić się falowa natura takich cząstek

b) elektronu o energii 1eV .

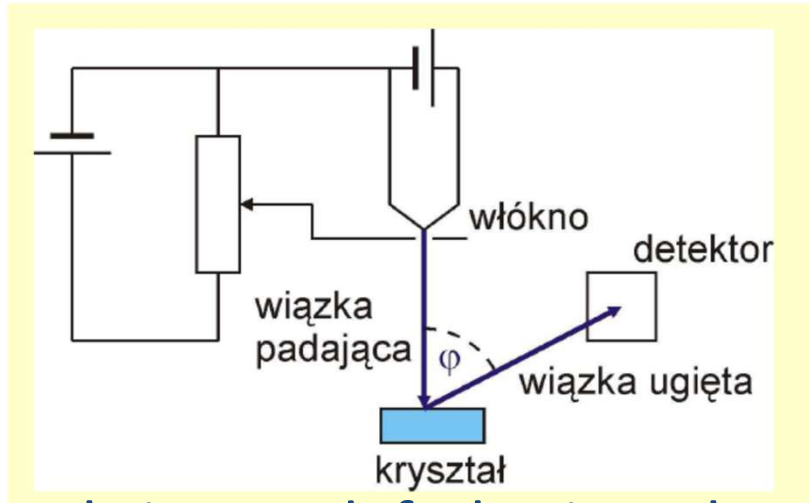
$$1\text{eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$E_k = \frac{mV^2}{2} = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow p = \sqrt{2mE_k}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE_k}} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{\sqrt{2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}}} \approx 1,2 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

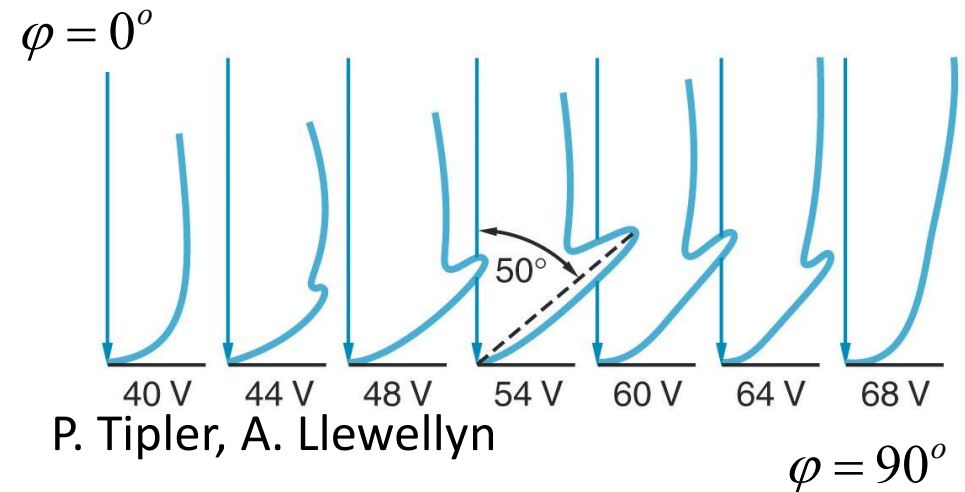
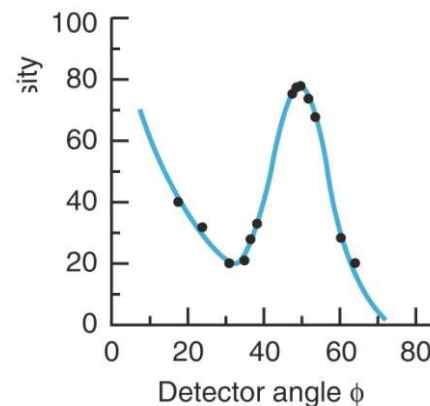
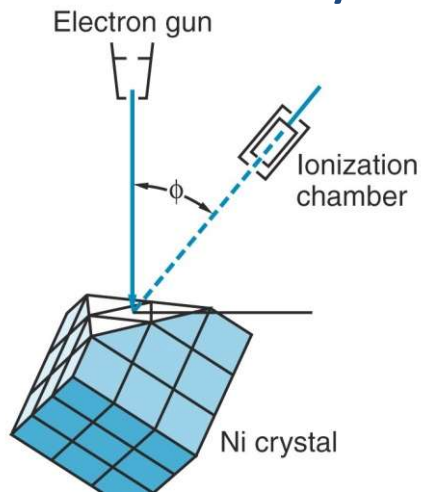
Odległość rzędu odległości między atomami w kryształach, dyfrakcja elektronów na kryształach powinna być możliwa do obserwacji

• **Dyfrakcja elektronów. Doświadczenie Davissona- Germera**
 (wykonane w 1919, interpretacja 1926 , nagroda Nobla wraz G. P. Thomsonem w 1937)



Wiązka elektronów przyspieszona napięciem U pada na monokryształ niklu, Rejestrowane jest natężenie wiązki ugiętej na kryształach powstałej w wyniku interferencji fal rozproszonych przez różne atomy dla różnych wartości napięcia U .

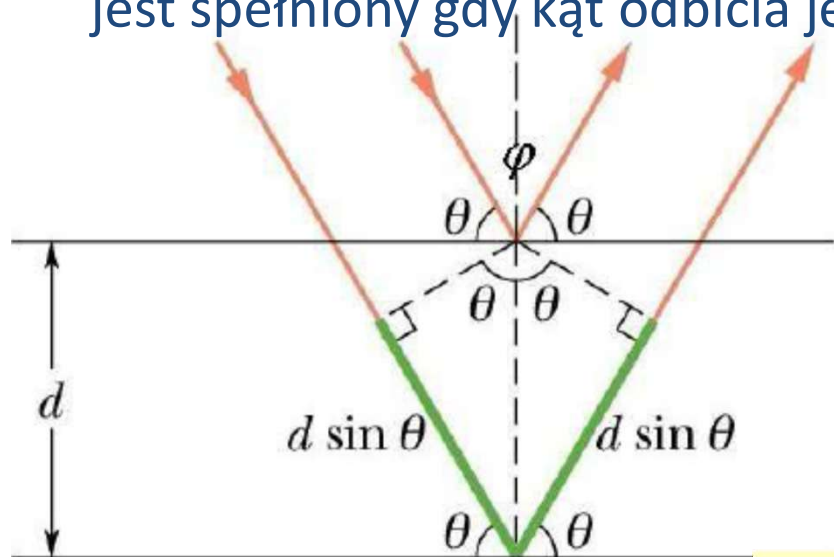
Maksimum dyfrakcyjne obserwowane dla kąta $\phi = 50^\circ$ dla $U = 54V$



P. Tipler, A. Llewellyn

Konstruktywna interferencja fal rozproszonych na atomach kryształu tworzących się krystaliczną ma miejsce wówczas gdy różnica dróg pokonanych przez fale rozproszone na różnych atomach jest równa całkowitej wielokrotności długości fali lub jest równa zero.

Dla atomów leżących w jednej płaszczyźnie warunek konstruktywnej interferencji jest spełniony gdy kąt odbicia jest równy kątowi padania. Określenie różnicy dróg fal ugiętych na płaszczyznach oddległych od siebie o d od prowadzi do warunku następującego na konstruktywną interferencję (warunek Bragga)



$$2d \sin(\theta) = n\lambda$$

θ -kąt połysku

$$\phi = 50^\circ$$

$$\theta = 90^\circ - \phi/2$$

$$d = 0.091 \text{ nm}$$

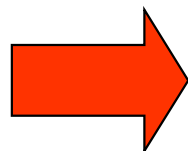


$$\lambda = 0.165 \text{ nm}$$

$$n = 1$$

Długość fali de Broglie'a

$$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

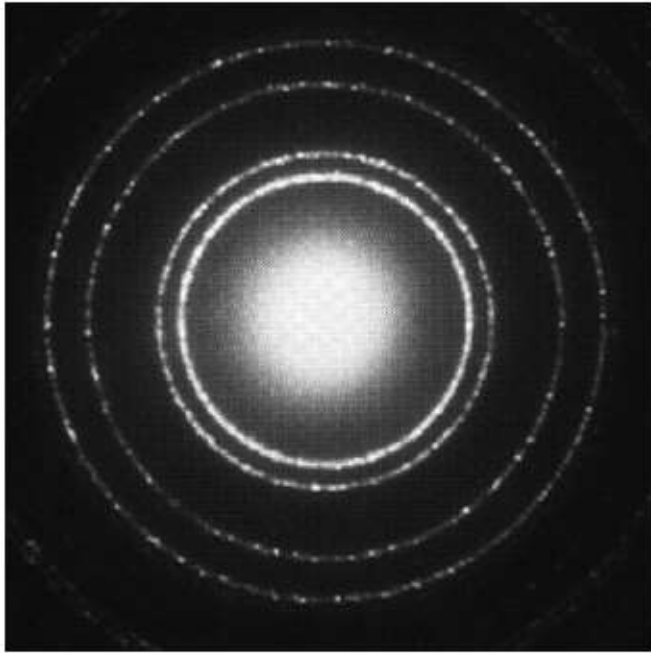


$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mV} = 0.167 \text{ nm}$$

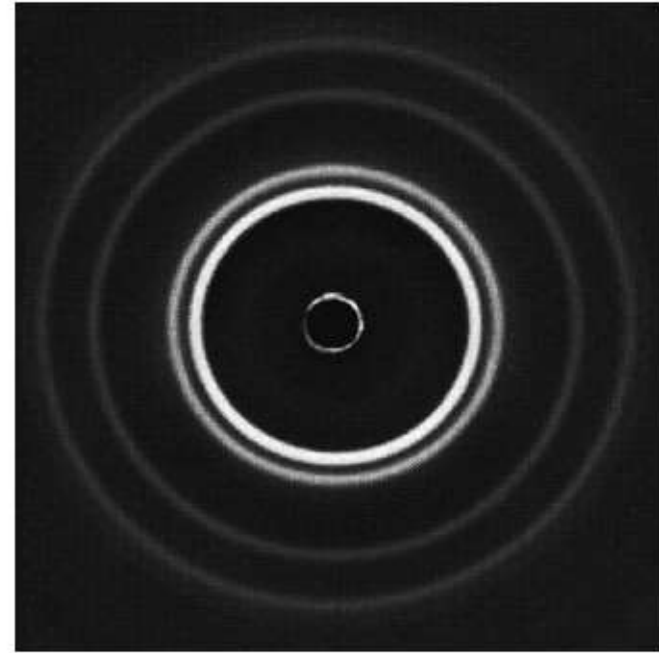
Elektrony ulegają dyfrakcji

Doświadczenie dyfrakcyjne z wykorzystaniem cząstek materialnych (np. neutronów, elektronów) stosuje się obecnie także do badania struktury krystalicznej i innych własności kryształów

Dyfrakcja na materiale polikrystalicznym (utworzonym z wielu krystalików)-doświadczenie G.P. Thomsona

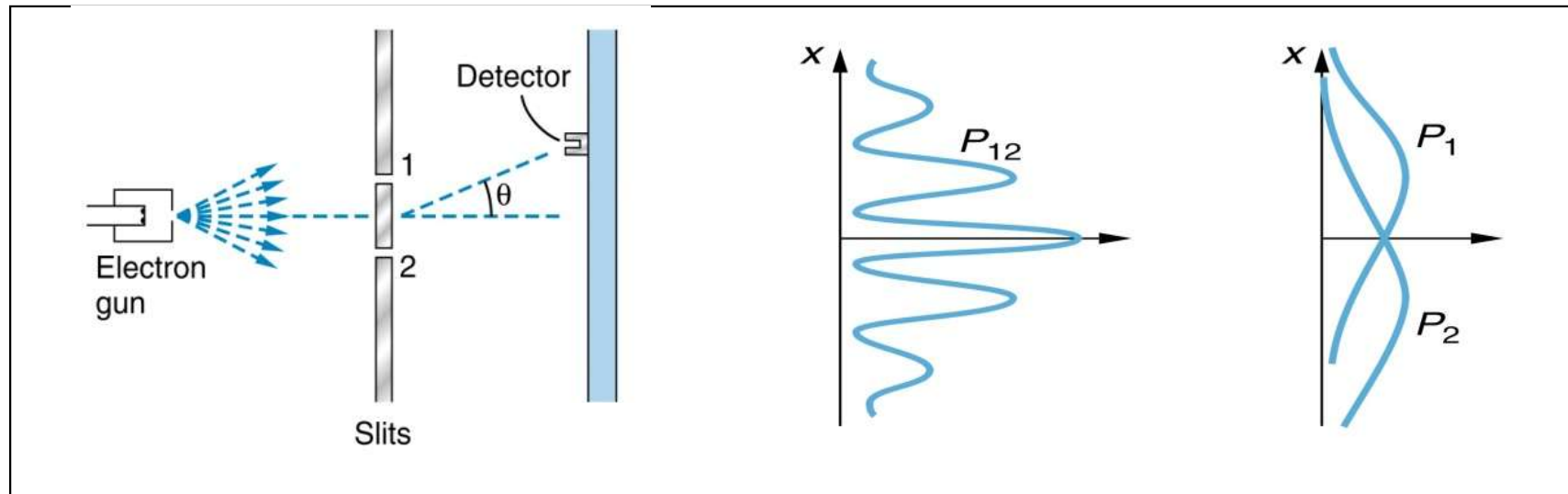


Elektrony o $E_e = 600 \text{ eV}$
 $\lambda_e \approx 0.5 \text{ \AA}$
przechodzące przez folię aluminiową



Obraz uzyskany dla promieni
rentgenowskich
 $\lambda_\gamma \approx 0.7 \text{ \AA}$

Eksperyment z dwoma szczelinami – elektrony ulegają interferencji



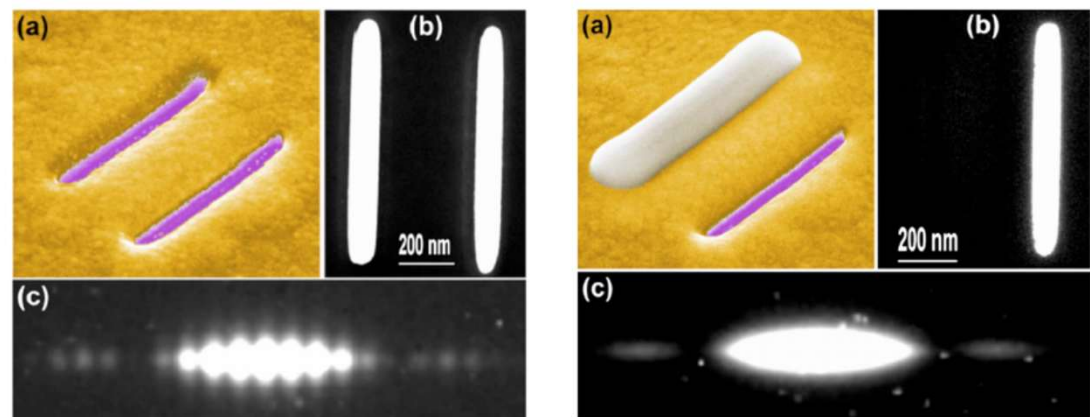
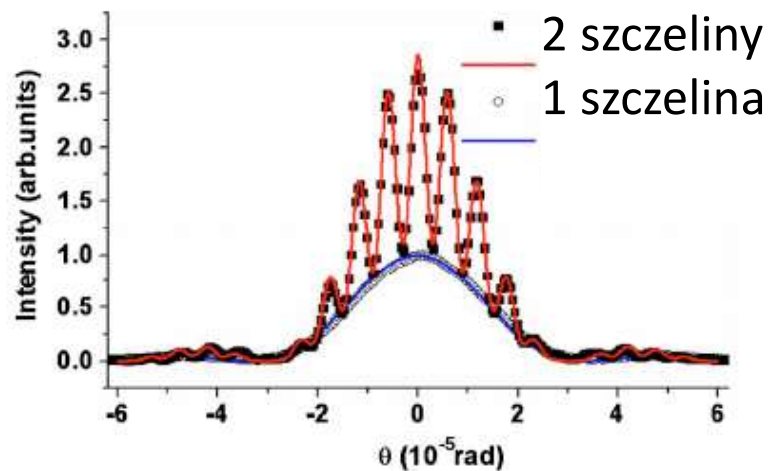
Obie szczeliny otwarte

Jedna szczelina otwarta

APPLIED PHYSICS LETTERS 93, 073108 (2008)

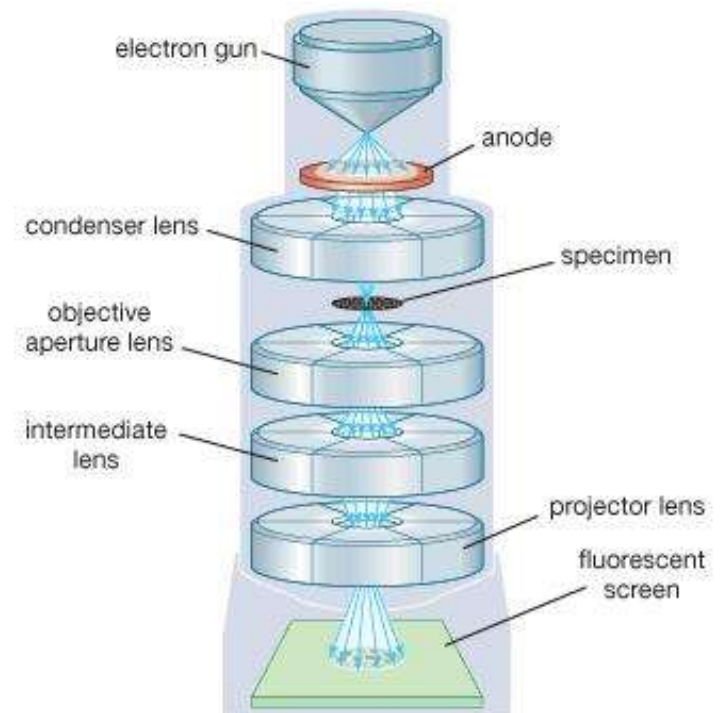
Nanofabrication and the realization of Feynman's two-slit experiment

Stefano Frabboni,^{1,2,a)} Gian Carlo Gazzadi,² and Giulio Pozzi³



•Mikroskop elektronowy

- urządzenie wykorzystujące korpuskularno-falową naturę elektronów
- elektron używany jest do obrazowania w podobny sposób jak światło (ugięcie, odbicie)
- mikroskop elektronowy znacznie przewyższa możliwości mikroskopu optycznego
- zdolność rozdzielcza ograniczona jest długością fali: 500nm (światło zielone) vs ~1nm (elektron o energii 1eV)
- Do prowadzenia fali elektronowej zamiast soczewek wykorzystuje się magnesy będące źródłem pola magnetycznego
- Informacje o obiekcie wykorzystuje się fale elektronową związaną z elektronami , które przeszły przez próbkę (mikroskop transmisyjny) lub zostały odbite od próbki lub z niej emitowane (mikroskop odbiciowy)



© 2008 Encyclopædia Britannica, Inc.

Pytania kontrolne

Pyt 4a. Czy długość fali de Broglie'a związanej z odważnikiem o masie 1 kg poruszającym się z prędkością $V=1\text{m/s}$ jest

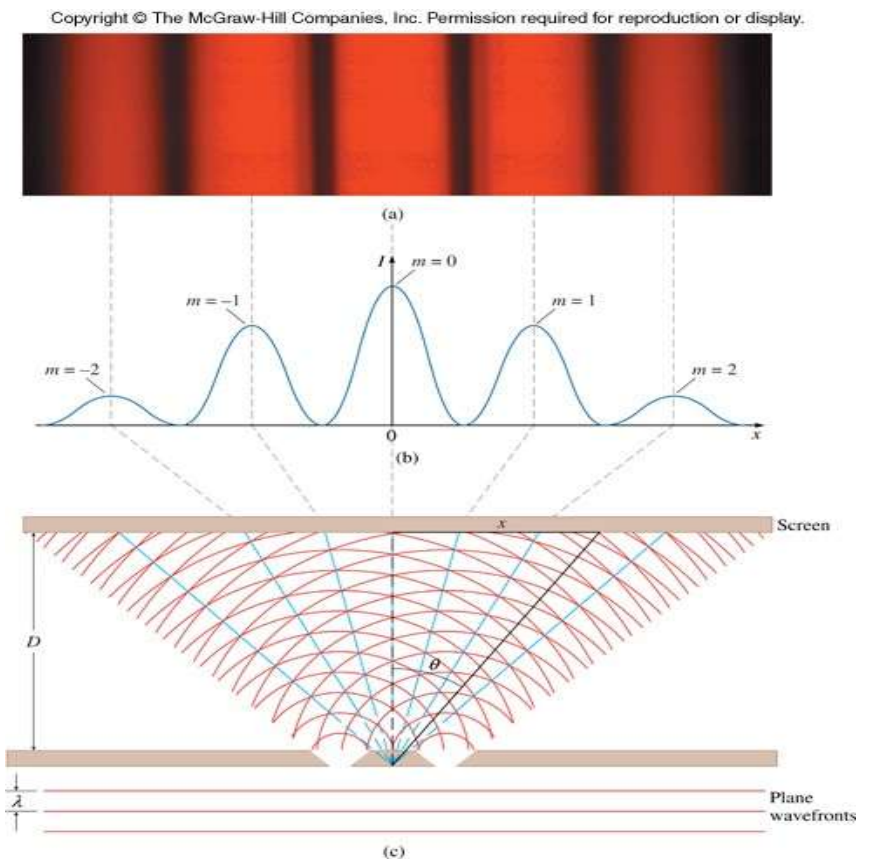
- a) większa niż odległość między atomami w kryształach
- b) mniejsza od odległości między atomami w kryształach

Pyt. 4b Czy w zjawisku dyfrakcji elektronów na kryształach ujawnia się

- a) falowa natura elektronów
- b) korpuskularna natura elektronów

Pyt. 4c. Czym jest foton?

Pyt. 4d. Czy można jednocześnie określić przez którą szczelinę przechodzi foton i otrzymać jednocześnie obraz interferencyjny na ekranie umieszczonym za przegrodą z tymi szczelinami oświetlonymi wiązką światła spójnego



Przykładowe pytania opisowe

- 1) Co rozumiemy przez stwierdzenie iż promieniowanie elektromagnetyczne ma naturę korpuskularno-falową? W jakich zjawiskach ujawnia się natura korpuskularna promieniowania a w jakich natura falowa? Jaki jest związek między wielkościami fizycznymi służącymi do opisu fali elektromagnetycznej i wielkościami służącymi do opisu cząstki będącej nośnikiem tego promieniowania? Jak nazywamy tą cząstkę? Czy relacje zachodzące między tymi wielkościami mają również zastosowanie w przypadku opisu cząstek o niezerowej masie spoczynkowej takich jak elektron i fal materii związanych z tymi cząstkami?
- 2) Jakie ciało nazywamy ciałem doskonale czarnym? Co może modelować takie ciało? Jakie własności ma promieniowanie emitowane przez ciało doskonale czarne? Jak wpływa zmiana temperatury na rozkład widmowy tego promieniowania (zależność zdolności emisyjnej od częstości lub długości fali emitowanego promieniowania) oraz na całkowitą zdolność emisyjną ciała doskonale czarnego? Na czym polega katastrofa w nadfiolecie przewidywana przez niepoprawny wzór Rayleigha-Jeansa na rozkład widmowy promieniowania ciała doskonale czarnego? Jakie założenie nie mające uzasadnienia w fizyce klasycznej zostało przyjęte w celu wyprowadzenia wzoru Plancka opisującego poprawnie zależność zdolności emisyjnej ciała doskonale czarnego od częstości emitowanego promieniowania? Czy przy wyprowadzeniu wzoru Plancka korzysta się z zasady ekwipartycji energii?

- 3) Na czym polega zjawisko fotoelektryczne zewnętrzne? Jakie są podstawowe cechy tego zjawiska? Jakich własności zjawiska fotoelektrycznego zewnętrznego nie można wyjaśnić posługując się falowym opisem promieniowania elektromagnetycznego? Jak można wyjaśnić te własności wychodząc poza falowy opis promieniowania? Zapisać podstawowe równanie opisujące zjawisko fotoelektryczne i objaśnić co oznaczają symbole pojawiające się w tym równaniu.
- 4) Na czym polega efekt Comptona i jakie są jego podstawowe własności? W jaki sposób można wyjaśnić własności tego efektu? Jakie wielkości fizyczne trzeba przypisać fotonom, aby można było poprawnie wyjaśnić ten efekt? Jakie zasady zachowania wykorzystuje się przy opisie tego efektu? Sformułować ogólne równania służące do opisu tego efektu wynikające z tych zasad.
- 5) Omówić hipotezę de Broglie'a. Przy pomocy jakich relacji można powiązać własności falowe cząstek z ich własnościami korpuskularnymi? Jak można w sposób eksperymentalny potwierdzić słuszność hipotezy de Broglie'a? Dlaczego nie można przy pomocy podobnego eksperymentu wykryć własności falowych obiektów makroskopowych ?