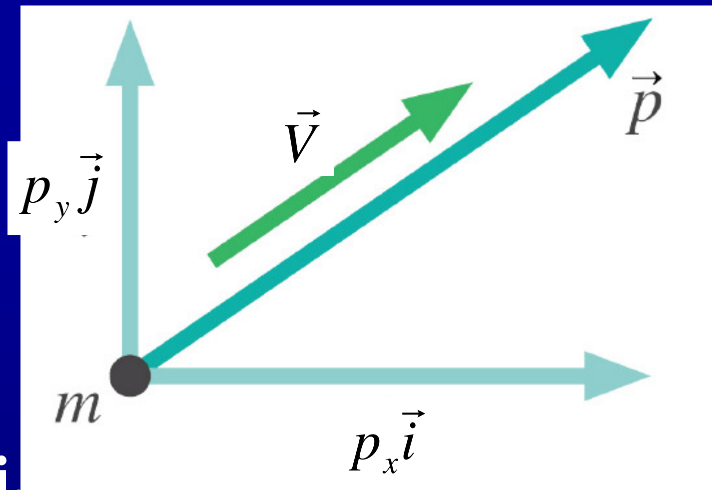
Pęd ciała i układu ciał
Zasada zachowania pędu
Zderzenia

Pęd ciała

$$\vec{p} = m\vec{V}$$

$$p_x = mV_x, p_y = mV_y, p_z = mV_z$$



Pęd =iloczyn masy ciała i jego prędkości.
Pęd jest wektorem skierowanym zgodnie z wektorem prędkości

Pęd układu ciał

Jest równy sumie wektorowej pędów wszystkich ciał wchodzących w skład układu

Związek pędu układu z wypadkową siłą

$$\frac{d\vec{p}_u}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{p}_u}{\Delta t} = \vec{F}_{zw}$$

gdzie $\vec{F}_{zw}$-suma wektorowa wszystkich sił zewnętrznych działających na ciała wchodzące w skład układu

Zasada zachowania pędu dla układu ciał

Kiedy $\boxed{\vec{F}_{zw} = 0}$ **to**

$$\boxed{\vec{p}_u = \sum_i \vec{p}_i = const}$$

Jeżeli wypadkowa sił zewnętrznych jest równa zeru to całkowity pęd układu nie ulega zmianie

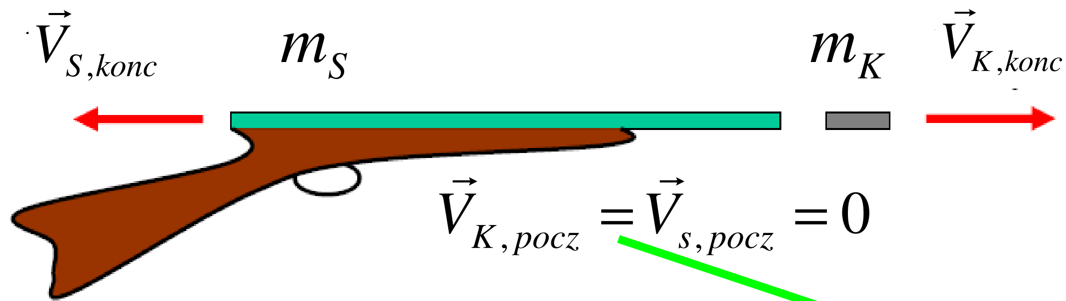
Gdy $F_{zwx} = 0$ to $p_{ux} = \sum_i p_{ix} = const$

Jeżeli wypadkowa sił zewnętrznych ma wzdłuż pewnej osi (np. Ox) składową równą zeru to składowa pędu wzdłuż tej osi nie ulega zmianie

Przedstawione relacje dotyczące pędu obowiązują w układach zamkniętych nie wymieniających materii z otoczeniem

Zasada zachowania pędu

Ze strzelby o masie m_S=3kg wystrzelono poziomo kulę o masie m_K=5g z prędkością o wartości $V_{K,konc}$=300m/s.
Określić prędkość odrzutu strzelby V_S



$$\vec{V}_{K,pocz} = \vec{V}_{s,pocz} = 0$$

Zasada zachowania pędu

$$\vec{p}_{u,pocz} = \vec{p}_{u,konc} = 0$$

$$\vec{p}_{u,pocz} = m_K\vec{V}_{K,pocz} + m_S\vec{V}_{S,pocz} = 0$$

$$\vec{p}_{u,konc} = m_K\vec{V}_{K,konc} + m_S\vec{V}_{S,konc} = 0$$

$$m_K\vec{V}_{K,konc} = -m_S\vec{V}_{S,konc}$$

$$\vec{V}_{S,konc} = -\frac{m_K\vec{V}_{K,konc}}{m_S}$$

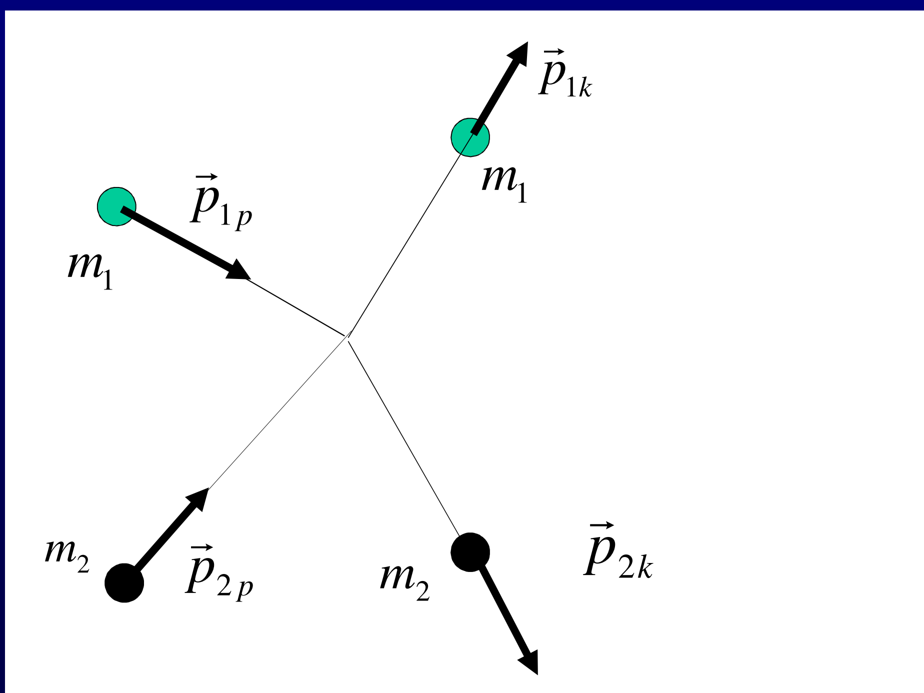
Wartość prędkości odrzutu strzelby

$$V_{S,konc} = \frac{m_K V_{K,konc}}{m_S} = \frac{5*10^{-3} kg * 300 \frac{m}{s}}{3kg} = 500 \cdot 10^{-3} \frac{m}{s} = 0,5 \frac{m}{s}$$

Zwrot prędkości strzelby przeciwny do zwrotu prędkości kuli

Zderzenia

W trakcie zderzenia ciała zderzające się oddziałują na siebie dużymi siłami w krótkim czasie co prowadzi do zmiany pędu pojedynczych ciał
W trakcie zderzenia zmiana pędu układu zderzających się ciał zaniedbywalnie mała gdyż siły zewnętrzne są pomijalnie małe w stosunku do sił jakimi działają na siebie ciała wchodzące w skład układu, a czas zderzenia jest bardzo krótki. Wynika z tego też to iż w trakcie zderzenia pęd układu jest zachowany a także prędkość środka masy układu nie ulega zmianie w trakcie zderzenia

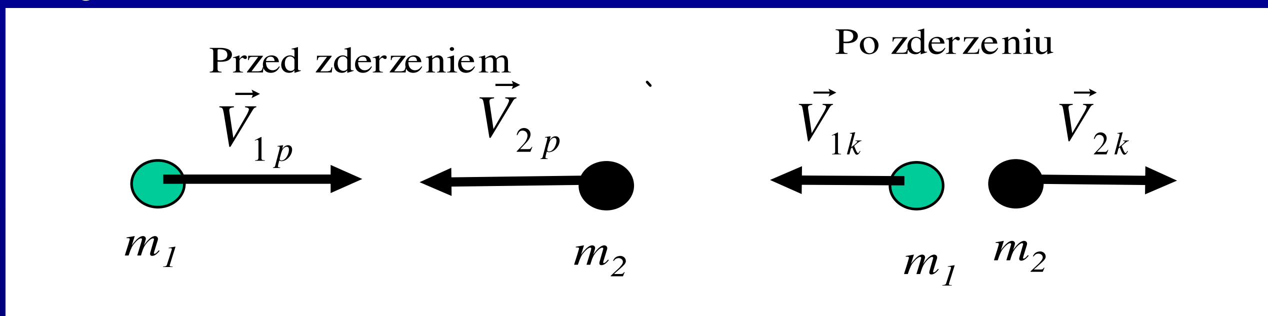


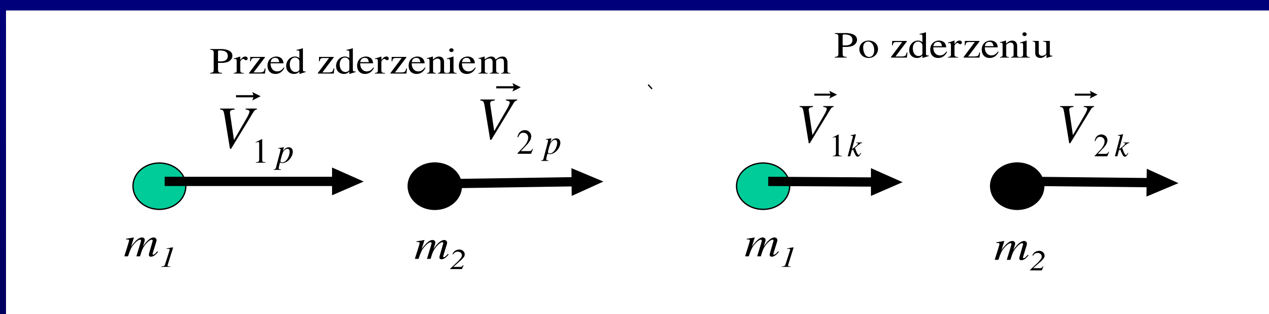
$$\vec{p}_{1p} + \vec{p}_{2p} = \vec{p}_{1k} + \vec{p}_{2k}$$

$$m_1\vec{V}_{1p} + m_2\vec{V}_{2p} = m_1\vec{V}_{1k} + m_2\vec{V}_{2k}$$

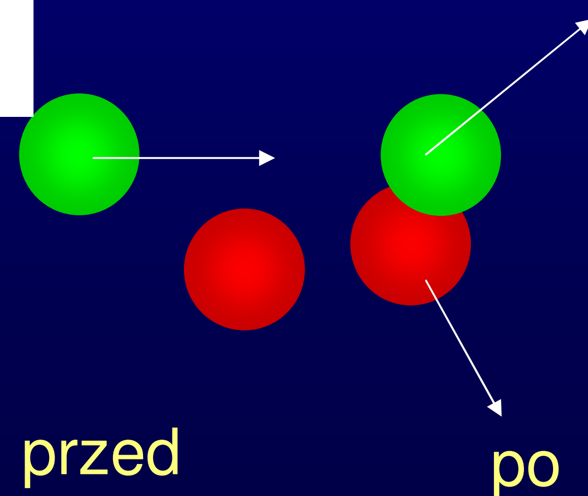
Zderzenia centralne i niecentralne

Zderzenia centralne -wszystkie ciała uczestniczące w zderzeniu zarówno przed jak i po zderzeniu poruszają się wzdłuż tej samej prostej



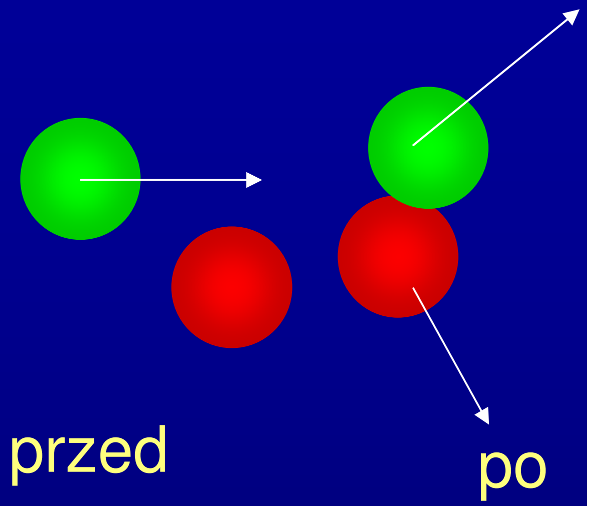


Zderzenia niecentralne – prędkości zderzających się ciał przed lub po zderzeniu nie są do siebie równoległe i antyrównoległe

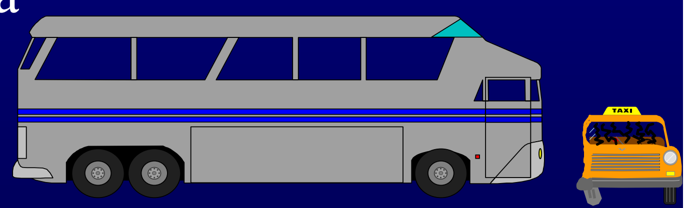


Zderzenia sprężyste i niesprężyste

Zderzenia sprężyste –
zderzenia w których obowiązuje zasada zachowania energii mechanicznej (równej energii kinetycznej zderzających się ciał).
Np. zderzenie kul bilardowych
Same zasady zachowania pędu i energii pozwalają na określenie ruchu ciał po zderzeniu sprężystym gdy znamy ich ruch przed zderzeniem jedynie w przypadku gdy zderzenie są centralnie
W innym przypadku musimy dysponować dodatkowymi informacjami dotyczącymi zderzenia



Zderzenia niesprężyste –zderzenia w których energia mechaniczna nie jest zachowana np. zderzenie samochodów ulegających odkształceniu w trakcie zderzenia . Część energii mechanicznej ulega zmianie na energie wewnętrzną zderzających się ciał i otoczenia



M.Winokur

Zasady zachowania pędu pozwala na określenie ruchu ciał po zderzeniu niesprężystym w oparciu o znajomość ich ruchu przed zderzeniem jedynie w przypadku gdy w trakcie zderzenia ciała łączą się ze sobą (zderzenie jest doskonale (idealnie) niesprężyste)

Zderzenia sprężyste ciał

Zasada zachowania pędu
(w przestrzeni dwuwymiarowej 2 równania)

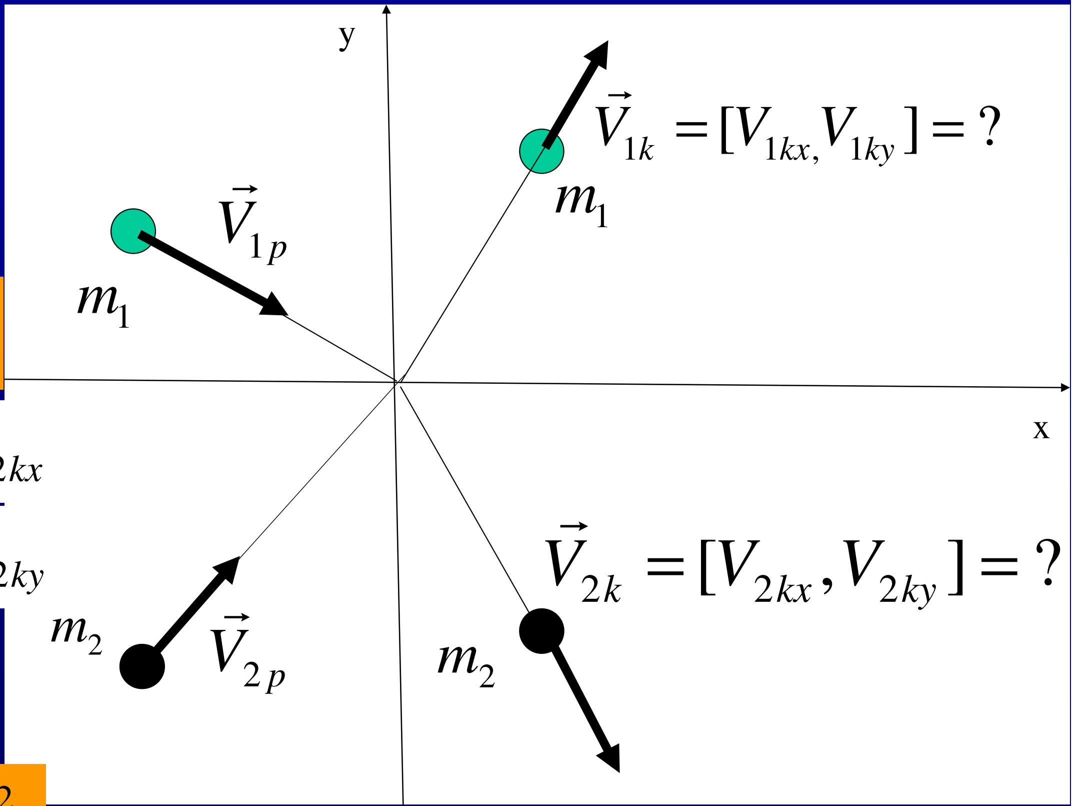
$$m_1\vec{V}_{1p} + m_2\vec{V}_{2p} = m_1\vec{V}_{1k} + m_2\vec{V}_{2k}$$

$$m_1 V_{1px} + m_2 V_{2px} = m_1 V_{1kx} + m_2 V_{2kx}$$

$$m_1 V_{1py} + m_2 V_{2py} = m_1 V_{1ky} + m_2 V_{2ky}$$

Zasada zachowania energii kinetycznej (1 równanie)

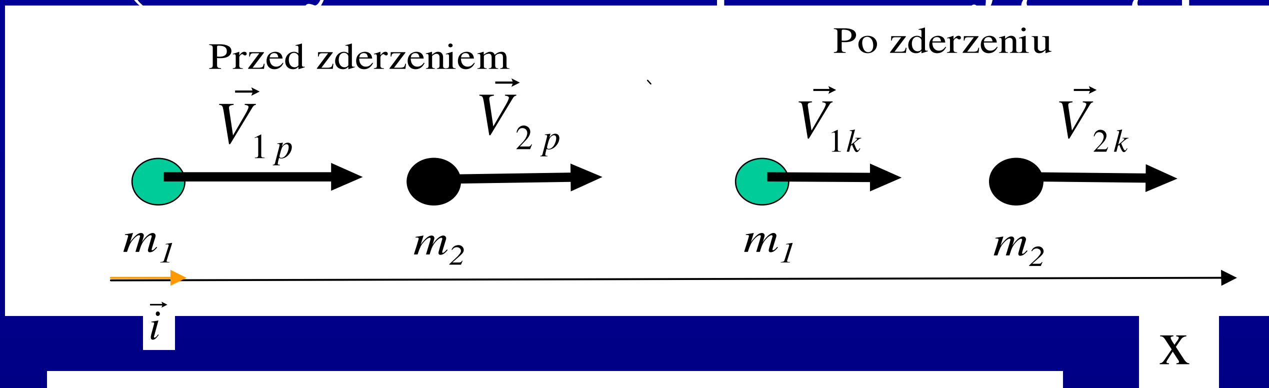
$$\frac{m_1 V_{1p}^2}{2} + \frac{m_2 V_{2p}^2}{2} = \frac{m_1 V_{1k}^2}{2} + \frac{m_2 V_{2k}^2}{2}$$



m_1, m_2-masy ciał

Informacja o ruchu ciał przed zderzeniem niewystarczająca do opisu ich ruchu po zderzeniu gdy zderzenie jest niecentralne (ciała nie poruszają się wzdłuż tej samej prostej)

Zderzenia sprężyste ciał centralne
(wszystkie ciała poruszają się po linii prostej)



$$\left|\vec{i}\right| = 1$$

$$m_1 V_{1p} + m_2 V_{2p} = m_1 V_{1k} + m_2 V_{2k}$$ (zasada zachowania pędu)

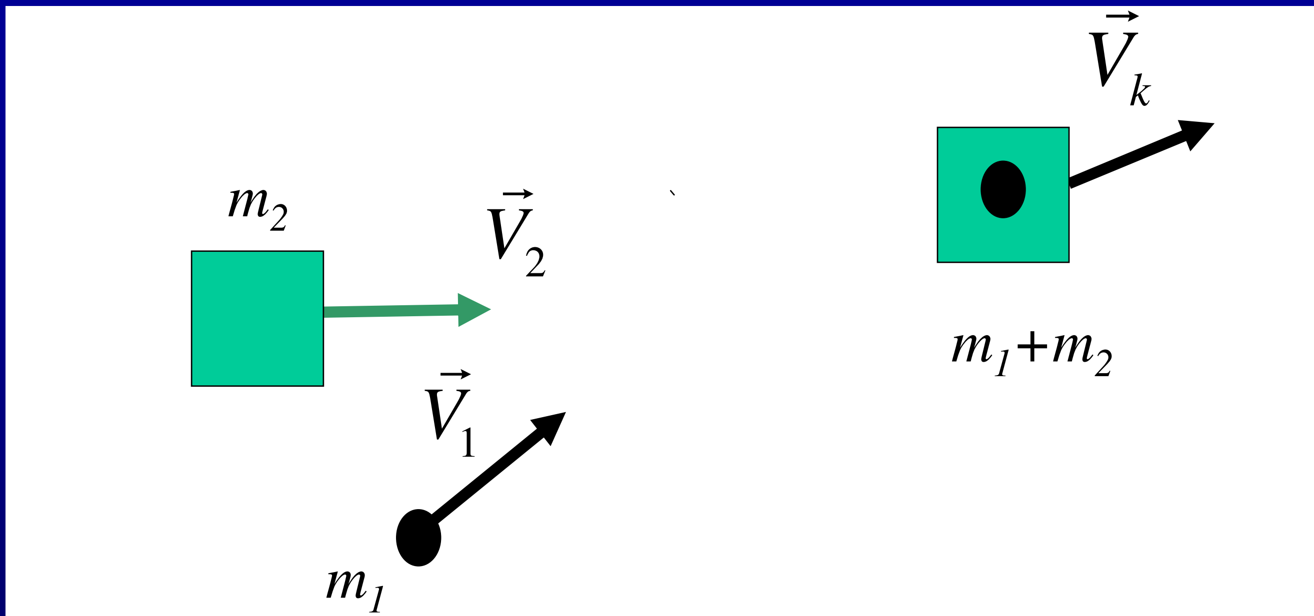
$$\frac{m_1 V_{1p}^2}{2} + \frac{m_2 V_{2p}^2}{2} = \frac{m_1 V_{1k}^2}{2} + \frac{m_2 V_{2k}^2}{2}$$ (zasada zachowania energii)

$V_{1p}, V_{2p}, V_{1k}, V_{2k}$ - x-owe (jedyne niezerowe) składowe wektora prędkości (mogące przyjmować wartości dodatnie lub ujemne)
Znając prędkości ciał przed zderzeniem można określić w oparciu o zasady zachowania prędkości ciał po zderzeniu

$$V_{1k} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} V_{1p} + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} V_{2p}$$

$$V_{2k} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} V_{1p} + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} V_{2p}$$

Zderzenia doskonale (całkowicie) niesprężyste ciał (w trakcie zderzenia ciała się łączą)



Zasada zachowania pędu

$$m_1\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2 = (m_1 + m_2)\vec{V}_k$$

$$\vec{V}_k = \frac{m_1\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2}{m_1 + m_2}$$

Energia mechaniczna układu w trakcie zderzenia maleje

$$E_{kin,k} < E_{kin,p} \Rightarrow \frac{(m_1 + m_2)V_k^2}{2} < \frac{m_1V_1^2}{2} + \frac{m_2V_2^2}{2}$$

$V_1 = |\vec{V}_1|$ $\quad V_2 = |\vec{V}_2|$ $\quad V_k = |\vec{V}_k|$

- Zderzenie doskonale niesprężyste ciał poruszających się w kierunkach prostopadłych do siebie

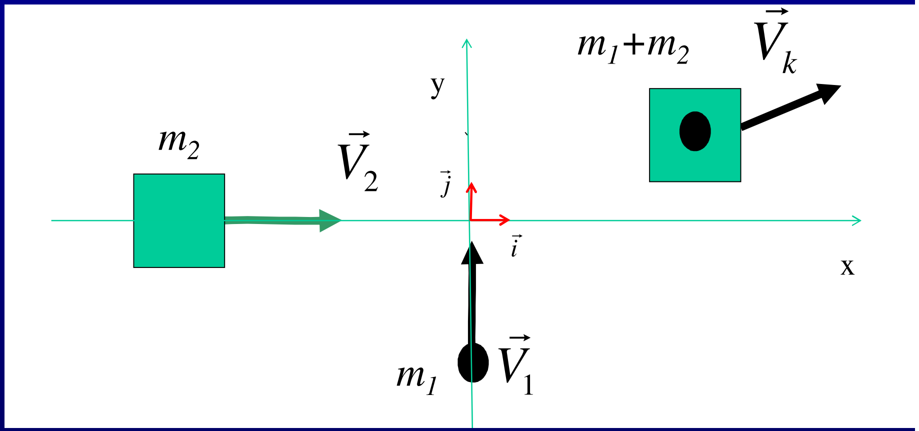
$$\vec{V}_k = V_{kx}\vec{i} + V_{ky}\vec{j}$$

$$\vec{V}_2 = V_2\vec{i}$$

$$\vec{V}_1 = V_1\vec{j}$$

Wcześniej pokazano iż

$$\vec{V}_k = \frac{m_1\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2}{m_1 + m_2}$$



A zatem

$$V_{kx}\vec{i} + V_{ky}\vec{j} = \frac{m_2V_2\vec{i} + m_1V_1\vec{j}}{m_1 + m_2}$$

$$V_{kx} = \frac{m_2V_2}{m_1 + m_2}$$

$$V_{ky} = \frac{m_1V_1}{m_1 + m_2}$$

$$\left|\vec{V}_k\right| = \sqrt{V_{kx}^2 + V_{ky}^2} = \sqrt{\frac{m_2^2V_2^2 + m_1^2V_1^2}{(m_1 + m_2)^2}}$$

$$E_{kin,k} = \frac{(m_1 + m_2)V_k^2}{2} = \frac{m_2^2 V_2^2 + m_1^2 V_1^2}{2(m_1 + m_2)}$$

$$E_{kin,p} = \frac{m_2 V_2^2}{2} + \frac{m_1 V_1^2}{2}$$

$$\Delta E_{kin} = E_{kin,k} - E_{kin,p} = -\frac{m_1 m_2 \left(V_1^2 + V_2^2\right)}{2(m_1 + m_2)} < 0$$

- Energia kinetyczna układu ciał zmalała. Część z niej ulegała zamianie na inne formy energii np. energię termiczną ciał i otoczenia.