Fizyka I

I semestr studiów stacjonarnych I stopnia na kierunku Biogospodarka

Dane kontaktowe

Michał Wilczyński e-mail: michal.wilczynski@pw.edu.pl

Konsultacje

1) *poniedziałki 16:30-17:30*
2) *środy 16:00-17:00*

Terminy konsultacji mogą ulec zmianie

Konsultacje poprzez TEAMS w zespole konsultacje (kod **8g5e9wg** *)*

Informacje związane z zajęciami będą umieszczane na stronie: http://www.if.pw.edu.pl/~wilczyns oraz w zespole na którym prowadzony jest wykład w programie TEAMS.

Przedmiot obejmuje wykład, ćwiczenia i zajęcia wyrównawcze zawierające uzupełnienie wykładu i ćwiczeń

Program ramowy

1) Kinematyka: wprowadzenie wielkości służących do opisu ruchu: wektor wodzący, droga, prędkość, przyspieszenie, związki między tymi wielkościami. Ruch jednostajny i jednostajnie zmienny po linii prostej. *Składanie ruchów*. Wielkości służące do opisu ruchu po okręgu: prędkość i przyspieszenie kątowe. Ruch jednostajny i jednostajnie zmienny po okręgu. Układ jednostek SI. Wielkości wektorowe i skalarne w fizyce. Informacje o wektorach i pochodnych, całka oznaczona.
2) Dynamika: Układy inercjalne. Zasady dynamiki Newtona. Przykłady sił (np. siła reakcji podłoża, siła tarcia, siła naciągu nici, siła sprężystości, siła dośrodkowa).
3) Pęd pojedynczego ciała i układu ciał. Zasada zachowania pędu. *Środek masy* Energia kinetyczna. Zderzenia ciał sprężyste i niesprężyste. Przykłady
4) Praca i jej związek z energią, siły zachowawcze i energia potencjalna. Zagadnienie zachowania energii. Przykłady
5) Moment pędu i moment siły. Zasada zachowania momentu pędu. Dynamika ruchu obrotowego bryły sztywnej. Moment bezwładności. Energia kinetyczna bryły w ruchu obrotowym. Równanie ruchu obrotowego bryły. Przykłady
6) Ruch harmoniczny prosty i wielkości go opisujące. Energia ruchu harmonicznego. Wahadła. Drgania harmoniczne tłumione i wymuszone. Fale: Klasyfikacja fal, podstawowe wielkości charakteryzujące ruch falowy. Zasada superpozycji. Fale akustyczne.

7) Elementy termodynamiki. Parametry charakteryzujące stan równowagowy układu gazowego. Ciepło, praca i energia wewnętrzna, I zasada termodynamiki. Równanie stanu gazu doskonałego. Teoria kinetyczna gazu doskonałego. Podstawowe przemiany termodynamiczne.

8) Elektrostatyka: Ładunek elektryczny. Prawo Coulomba. Natężenie pola elektrostatycznego. Prawo Gaussa. Potencjał pola elektrostatycznego *Kondensatory – pojemność i energia pola elektrycznego kondensatora, szeregowe i równoległe łączenie kondensatorów.*

9) Prąd elektryczny: Natężenie i gęstość natężenia prądu elektrycznego. Prawo Ohma, opór, przewodność właściwa i opór właściwy. Obwody prądu stałego-przemiany energii, Prawa Kirchhoffa. Szeregowe i równolegle łączenie oporników.

10) Pole magnetyczne: Indukcja pola magnetycznego, Siła Lorentza- działanie pola na poruszające się ładunki i przewodnik z prądem. Wyznaczanie indukcji pola wytworzonego przez przewodniki z prądem przy pomocy prawa Ampera i Biota-Sawarta. Oddziaływanie przewodników z prądem. Podział materiałów ze względu na ich własności magnetyczne.

11) Indukcja elektromagnetyczna: Prawo Faradaya, reguła Lenza, cewka indukcyjna i energia pola magnetycznego w cewce. Samoindukcja i indukcja wzajemna. Drgania w obwodach elektrycznych w skład których wchodzą kondensator i cewka.

12) *Wirowe pola elektryczne i magnetyczne. Równania Maxwella. Fale elektromagnetyczne i mechanizm ich rozchodzenia się. Światło jako fala elektromagnetyczna; prędkość światła, polaryzacja światła. Interferencja i dyfrakcja fal świetlnych, spójność światła. Elementy optyki geometrycznej: zjawisko odbicia i załamania światła, całkowite wewnętrzne odbicie.*

Literatura

1. **D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, Podstawy fizyki, tom 1-4, PWN Warszawa 2003.**
2. R. Resnick, D. Halliday, Fizyka, tom 1-2, PWN, Warszawa 1983.
3. J. Orear – Fizyka, tom 1 i 2, WNT, Warszawa, 1990.
4. C. Bobrowski, Fizyka –krótki kurs, WNT, Warszawa 2003.
5. W. Bogusz, J. Garbarczyk, F. Krok, Podstawy fizyki, OWPW Warszawa 2010.
6. **K. Sierański, K. Jezierski, B. Kołodka, Fizyka Wzory i prawa objaśnieniami, część I i II, skrypt do zajęć z fizyki dla studentów I roku, Oficyna Wydawnicza Scripta Wrocław 2005.**
7. **K. Sierański, K. Jezierski, B. Kołodka, Fizyka Wzory i prawa objaśnieniami (kurs powtórkowy) , Oficyna Wydawnicza Scripta Wrocław 2002.**
8. **K. Jezierski, K. Sierański, I. Szlufarska, Repetytorium zadania z rozwiązaniami, kurs powtórkowy dla studentów 1 roku i uczniów szkół średnich, Oficyna Wydawnicza Scripta, Wrocław 2003.**
9. **K. Jezierski, B. Kołodka, K. Sierański, Zadania z rozwiązaniami, Skrypt do ćwiczeń z fizyki dla studentów 1 roku wyższych uczelni cześć 1, Oficyna Wydawnicza Scripta, Wrocław 2000.**
10. **K. Jezierski, B. Kołodka, K. Sierański, Zadania z rozwiązaniami, Skrypt do ćwiczeń z fizyki dla studentów 1 roku wyższych uczelni cześć 2, Oficyna Wydawnicza Scripta, Wrocław 1999.**
11. J. Walker, Podstawy fizyki, zbiór zadań, PWN, Warszawa 2005

Zasady zaliczenia przedmiotu fizyka I

1) Zaliczenie wykładu będzie miało formę dwóch kolokwiów. Odbędą się na uczelni w trakcie ćwiczeń rachunkowych. W przypadku braku możliwości zorganizowania kolokwiów na uczelni odbędą się one zdalnie (np. poprzez program TEAMS). Kolokwia będą obejmować 1-2 pytanie opisowe i kilka pytań testowych dotyczących zagadnień omawianych w ramach udostępnianych Państwu prezentacji (omawianych podczas wykładu, ćwiczeń i częściowo zajęć wyrównawczych). Za każde z kolokwiów będzie można otrzymać do 20 punktów. W przypadku wątpliwości co do oceny z kolokwiów może być przeprowadzona przed wystawieniem oceny dodatkowo rozmowa ustna (np. poprzez program TEAMS).
2) W ramach ćwiczeń będzie możliwość
   a) uzyskania do 20 punktów za rozwiązanie zadań domowych lub aktywność na ćwiczeniach.
   b) uzyskanie do 20 punktów za rozwiązanie zadań na kolokwium zorganizowanym przed końcem semestru. W przypadku możliwości zorganizowania kolokwium na uczelni będzie one zorganizowane na uczelni. W przypadku braku takiej możliwości będą Państwo proszeni o terminowe przesłanie skanów zadań rozwiązanych w trakcie kolokwium w domu na mój adres pocztowy. Przed wystawieniem oceny z zadań może odbyć się ustna rozmowa na ich temat poprzez program TEAMS.

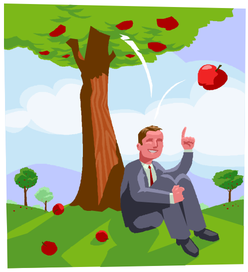
Zasady zaliczenia przedmiotu fizyka I

3) Zaliczenie ćwiczeń i wykładu odbywać się będzie na oddzielne oceny określone w oparciu o uzyskaną liczbę punktów. Do zaliczenia wykładu wymagane jest uzyskanie conajmniej 20 punktów z kolokwiów teoretycznych. Do zaliczenia ćwiczeń niezbędne jest uzyskanie łącznie 20 punktów za rozwiązanie zadań domowych i na kolokwium oraz obecność na wszystkich ćwiczeniach. Dopuszczalna jest jedna obecność nieusprawiedliwiona.
4) Oceny z wykładu i ćwiczeń będą uzależnione od ilości uzyskanych punktów. Ocena końcowa z przedmiotu jest zależna od ilości wszystkich uzyskanych punktów. W przypadku braku zaliczenia wykładu poprzez kolokwia będzie możliwość jego zaliczenia na drodze pozytywnej odpowiedzi ustnej. Do zaliczenia przedmiotu wymagane jest zaliczenie wykładu i ćwiczeń.

Mechanika

- Mechanika zajmuje się badaniem ruchu ciał materialnych a także określeniem warunków przy których ciała pozostają w spoczynku .
- Mechanika klasyczna: Teoria, która przewiduje jakościowo i ilościowo rezultaty eksperymentów na obiektach, które nie są:
  - Zbyt małe: atomy i cząstki subatomowe – Mechanika Kwantowa
  - Zbyt szybkie: obiekty bliskie prędkości światła – Szczególna Teoria Względności
  - Zbyt gęste: czarne dziury, wczesne stadium wszechświata – Ogólna Teoria Względności
- Mechanika klasyczna zajmuje się obiektami znanymi w życiu codziennym!






Kinematyka

Kinematyka-dział mechaniki zajmujący się opisem ruchu ciała bez analizowania przyczyn go powodujących

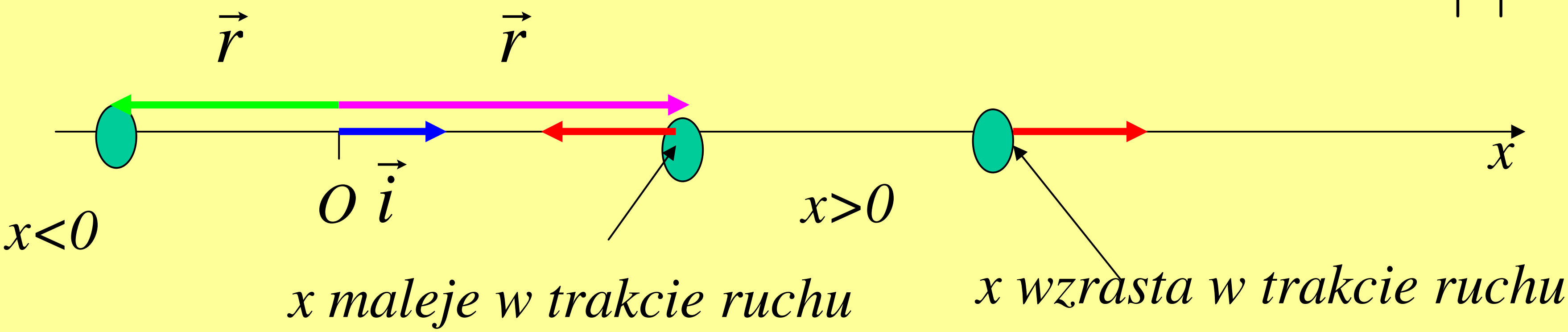
Ruch prostoliniowy punktu materialnego

Określenie położenia ciała w ruchu prostoliniowym

Wprowadzamy oś Ox jednowymiarowego układu współrzędnych wzdłuż prostej po której porusza się ciało.

Do scharakteryzowania położenia ciała wystarczające jest określenie jego położenia względem ustalonego punktu O na osi Ox. Wielkość x, której moduł jest odległością ciała od tego punktu, może przyjmować wartości zarówno dodatnie jak i ujemne i stanowi jedyną niezerową składową jego wektora wodzącego $\vec{r} = x\vec{i}$

$\vec{i}$ *-wersor będący wektorem o długości równej 1 oraz kierunku i zwrocie osi Ox* $\left|\vec{i}\right| = 1$



Jeżeli w trakcie ruchu ciało nie zawraca to droga przebyta przez ciało od chwili $t=t_p$ do $t=t_k$ wyraża się wzorem $S = \left|x(t = t_k) - x(t = t_p)\right|$

Prędkość w ruchu prostoliniowym

$$\vec{V} = V\vec{i} \qquad V = V(t) \doteq V_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t}$$

V jest równa stosunkowi zmiany współrzędnej x przyjętej do określenia położenia ciała do czasu Δt *w którym ta zmiana nastąpiła , przy założeniu iż czas ten dąży do zera* $\Delta t \to 0$

W układzie SI prędkość mierzymy w m/s.

W przypadku ruchu prostoliniowego wielkość V=V określamy często niezbyt formalnie mianem prędkości, choć wektor prędkości w przypadku ruchu wzdłuż osi Ox to $\vec{V} = V\vec{i}$ $\quad \left|\vec{i}\right| = 1$

Wielkość $\left|\vec{V}\right| = \left|V\right|$ *jest równa szybkości (wartości) prędkości.*

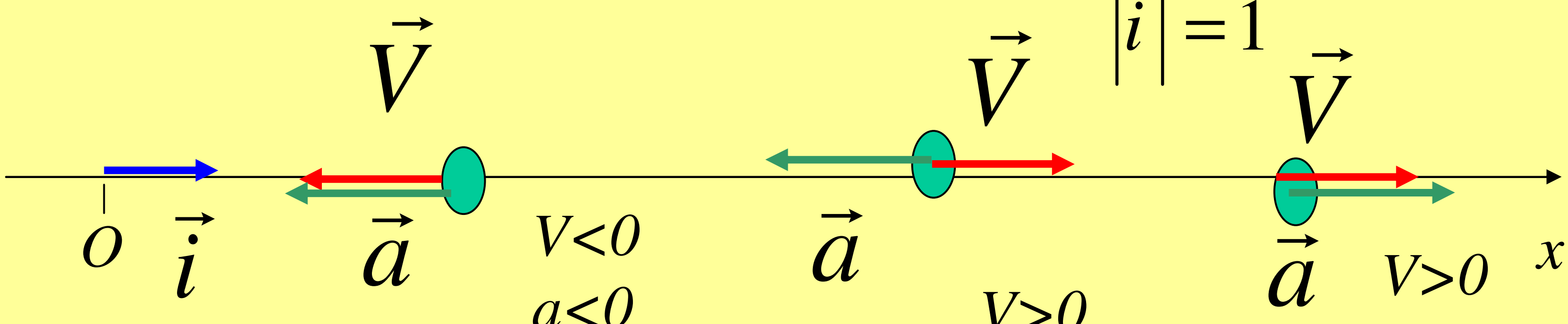
Przyspieszenie w ruchu prostoliniowym

$$\vec{a} = a\vec{i} \qquad a = a(t) = a_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{V(t+\Delta t) - V(t)}{\Delta t}$$

a jest równa stosunkowi zmiany prędkości do czasu Δt *w którym ta zmiana nastąpiła , przy założeniu iż czas ten dąży do zera* $\Delta t \to 0$

Przyspieszenie w układzie SI mierzymy w m/s².

$$|\vec{i}| = 1$$



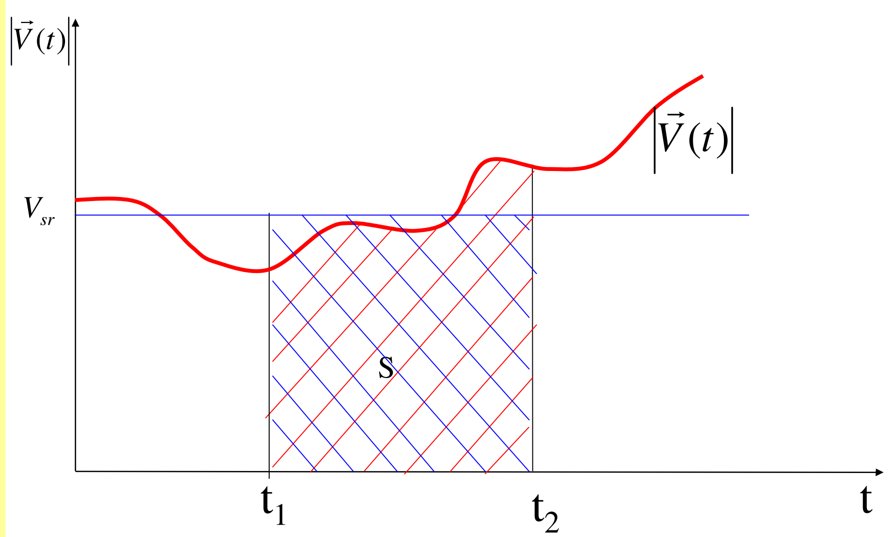
$$|\vec{a}| = |a|$$

W trakcie ruchu wielkości a i V mogą zmieniać znak.

Mogą one przyjmować wartości dodatnie jak i ujemne. Gdy są one takiego samego znaku (wektory $\vec{a}$ *i* $\vec{V}$ *maja ten sam zwrot) to szybkość (wartość prędkości) ciała rośnie, gdy przeciwnego (wektory* $\vec{V}$ *i* $\vec{a}$ *maja przeciwny zwrot) to szybkość ciała maleje.*

Droga jako pole pod wykresem szybkości od czasu

W dowolnym ruchu droga pokonana przez ciało w czasie od $t=t_1$ do $t=t_2$ jest równa polu pod wykresem zależności wartości prędkości (szybkości) od czasu zakreskowanemu na czerwono. Pole to jest równe polu prostokąta ograniczonego od góry przez prostą $V=V_{sr}$ zakreskowanego na niebiesko V_{sr} ma sens średniej szybkości w trakcie ruchu



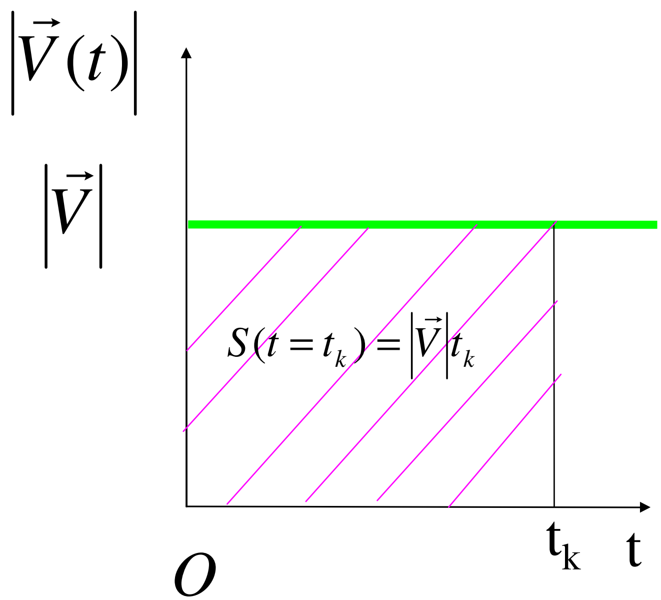
Analizowaną drogę można określić licząc całkę oznaczoną po czasie t (będącej zmienną całkowania stojącą we wzorze po symbolu d) z szybkości $\left|\vec{V}(t)\right| \geq 0$ w granicach od $t=t_1$ (dolna granica całkowania) do $t=t_2$ (górna granica całkowania)

$$S = \int_{t_1}^{t_2} \left|V(t)\right| dt$$

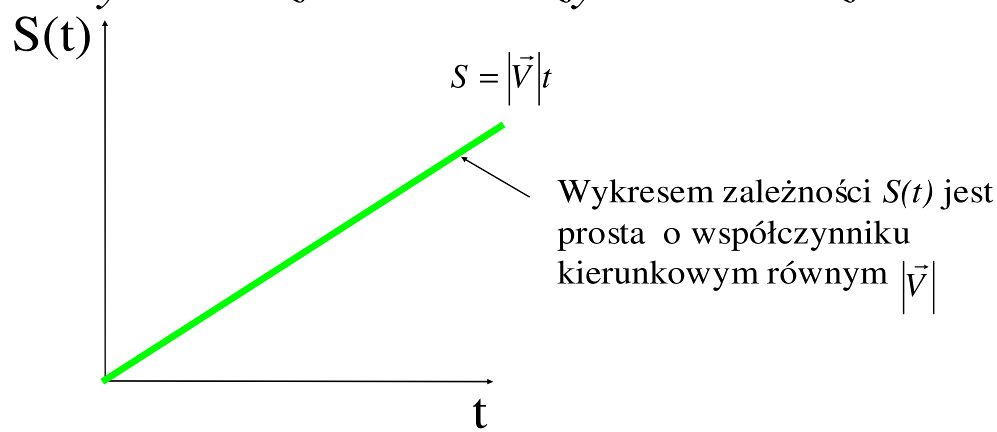
Ruch ze stałą szybkością

Związek drogi pokonanej od chwili *t=0* z wartością prędkości $\left|\vec{V}\right|$ i czasem trwania ruchu *t* w przypadku gdy $\left|\vec{V}\right| = const$ określa wzór

$$S(t) = \left|\vec{V}\right| t$$



Droga S(t=t$_k$) pokonana od chwili t=0 do chwili t=t$_k$ jest równa polu odpowiedniego prostokąta pod wykresem zależności szybkości od czasu



Ruch prostoliniowy jednostajny

$\vec{V} = const$ $\quad \vec{a} = 0$

$\vec{V} = const \Rightarrow \left|\vec{V}\right| = const$ **Zależność drogi od czasu** $S(t) = \left|\vec{V}\right| t$

W ruchu bez zawracania $S(t) = \left|x(t) - x(t=0)\right| \Rightarrow x(t) = x(t=0) \pm \left|\vec{V}\right| t$

Zależność położenia ciała od czasu określa wzór $x(t) = x_0 + Vt$

gdzie $x_0 = x(t=0)$, $\quad V = \left|\vec{V}\right|$ *gdy* *gdy x rośnie w trakcie ruchu*

$V = -\left|\vec{V}\right|$ *gdy x maleje w trakcie ruchu*

Wzór określający x(t) obowiązuje niezależnie od znaku V

Dowód: $$V(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t}$$

$$V(t=0) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{x(t=\Delta t) - x(t=0)}{\Delta t}$$

$$x(t=\Delta t) = x(t=0) + V(t=0)\Delta t$$

Gdy $V(t) = const = V$ to Δt dowolny

$$x(t=2\Delta t) = x(t=\Delta t) + V\Delta t = x(t=0) + V\Delta t + V\Delta t = x(t=0) + V(2\Delta t)$$

$$x(t) = x_0 + Vt$$

Ruch prostoliniowy jednostajnie zmienny

$a(t) = const$

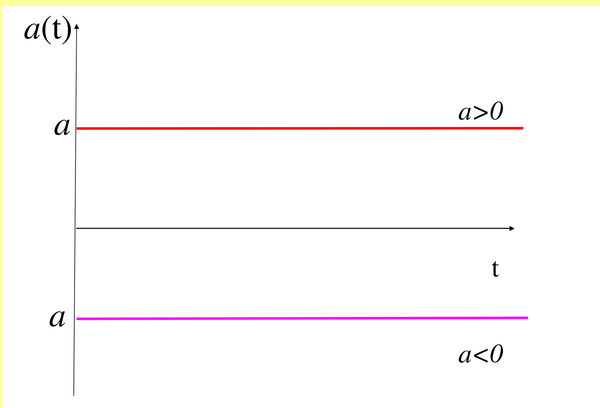
$$a(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{V(t+\Delta t) - V(t)}{\Delta t} \qquad a(t=0) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{V(t=\Delta t) - V(t=0)}{\Delta t}$$

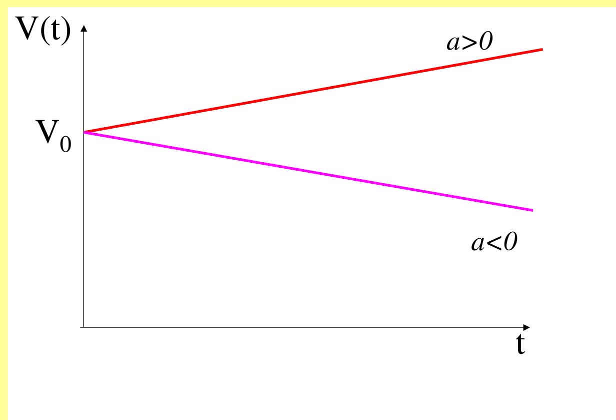
$$V(t=\Delta t) = V(t=0) + a(t=0)\Delta t$$

$$a(t) = const$$ *(nie zależy od czasu)*

Δt dowolny

$$V(t) = V_0 + at \qquad V_0 = V(t=0)$$





Gdy a i V są tego samego znaku to szybkość ciała rośnie

Gdy a i V mają przeciwne znaki to szybkość ciała maleje

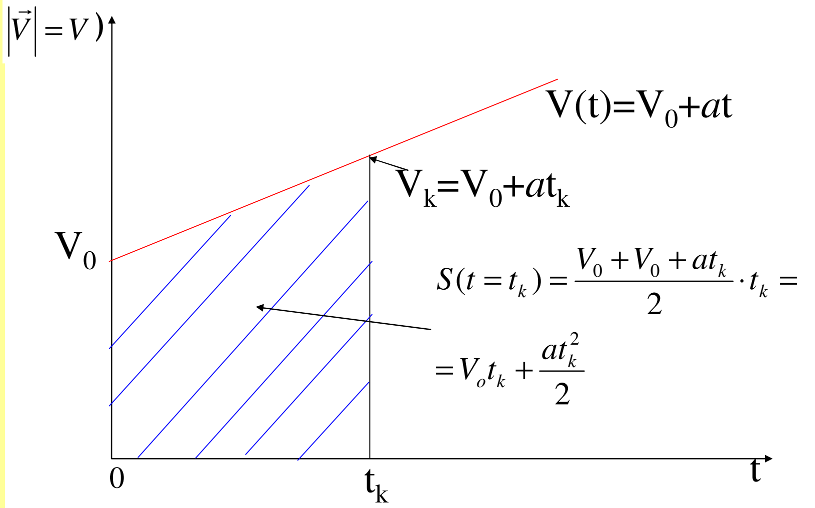
Załóżmy iż *V*>0 (ciało porusza się w kierunku dodatnim osi Ox, wektor prędkości ma ten sam zwrot co wersor $\vec{i}$). Wówczas szybkość $|\vec{V}| = V$

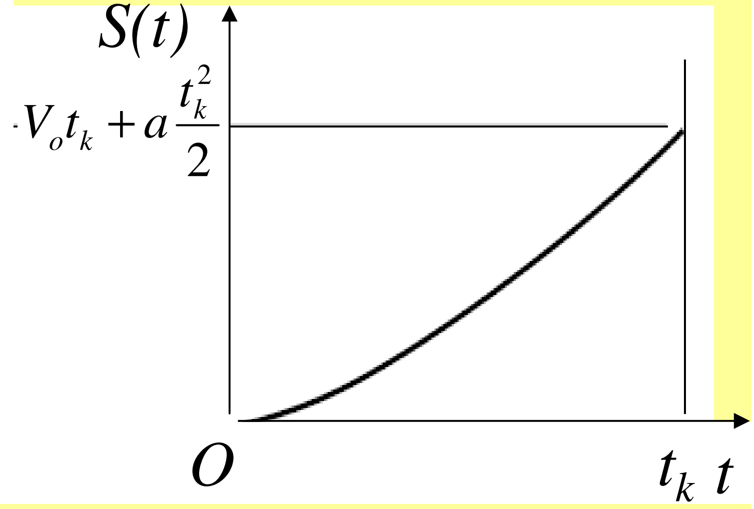
Gdy *a*=const i *a*>0 to ruch jest jednostajnie przyspieszony, zaś gdy *a*=const i *a*<0 to ruch jest jednostajnie opóźniony. W ruchu w którym szybkość maleje wielkość $a_{op} = -a = |\vec{a}|$ określamy mianem opóźnienia.

Załóżmy iż $V>0$ (ciało porusza się w kierunku dodatnim osi Ox, wektor prędkości ma ten sam zwrot co wersor $\vec{i}$, $|\vec{V}| = V$)

Droga pokonana przez ciało od chwili t=0 do $t=t_k$ jest równa zakreskowanemu polu trapezu .

Rysunki dla a>0





$$S(t=t_k) = x(t=t_k) - x(t=0) = V_0 t_k + \frac{at_k^2}{2}$$

Zakładając iż ruch analizujemy od chwili t=0 zależność drogi od czasu wyraża wzór

$$S(t) = V_0 t + \frac{at^2}{2}$$

W przypadku ruchu ze stałym przyspieszeniem wzdłuż osi Ox zależność położenia ciała od czasu określa wzór

$$S(t) = x(t) - x(t=0) = V_0 t + \frac{at^2}{2}$$

$$x(t) = x_0 + V_0 t + \frac{at^2}{2}$$

gdzie

$$V_0 = V(t=0)$$

$$x_0 = x(t=0)$$

Wzór obowiązuje zawsze w ruchu w którym $a = a_x = const$ niezależnie od znaku wielkości x_0, V_0 *i* a. W szczególności w takim ruchu prędkość $V(t) = V_x = V_0 + at$ może zmienić znak (co odpowiada zmianie zwrotu wektora prędkości $V = V\vec{i}$).

Gdy $V<0$ w pewnym zakresie czasu to $S(t) \neq x(t) - x(t=0)$

Uwaga

Gdy w trakcie całego ruchu $V>0$, a a=const<0 (czyli mamy do czynienia z ruchem jednostajnie opóźnionym) to niekiedy wprowadza się wielkość zwaną opóźnieniem $a_{op}=-a$ i można zapisać wzory na zależność szybkości i drogi pokonanej od czasu w postaci $\left|\vec{V}(t)\right| = V_0 - a_{op}t$ $S(t) = V_0 t - \frac{a_{op}t^2}{2}$ *gdzie* $V_0 = \left|\vec{V}(t=0)\right|$

Składanie ruchów

Ruch w przestrzeni trójwymiarowej można traktować jako złożenie ruchów w trzech prostopadłych kierunkach określonych przez osie układu współrzędnych Ox ,Oy,Oz wyznaczonych przez wersory .

Gdy w każdym z tych ruchów przyspieszenia nie zależą od czasu $a_x = const$ $a_y = const$ $a_z = const$ to każdy z ruchów składowych jest ruchem jednostajnie zmiennym.

Można te ruchy analizować przy pomocy wzorów będących uogólnieniem wzorów dla ruchu prostoliniowego jednostajnie zmiennego

$$x(t) = x_0 + V_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \qquad V_x(t) = V_{0x} + a_x t \qquad x_0 = x(t=0) \qquad V_{0x} = V_x(t=0)$$

$$y(t) = y_0 + V_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2 \qquad V_y(t) = V_{0y} + a_y t \qquad y_0 = y(t=0) \qquad V_{0y} = V_y(t=0)$$

$$z(t) = z_0 + V_{0z}t + \frac{1}{2}a_z t^2 \qquad V_z(t) = V_{0z} + a_z t \qquad z_0 = z(t=0) \qquad V_{0z} = V_z(t=0)$$

Pełny ruch jest opisany przez wektory przyspieszenia $\vec{a}$, prędkości $\vec{V}$ i wodzący $\vec{r}$

$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k} \qquad \vec{V} = V_x\vec{i} + V_y\vec{j} + V_z\vec{k} \qquad \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ -wersory określające zwroty osi Ox,Oy i Oz układu kartezjańskiego odpowiednio

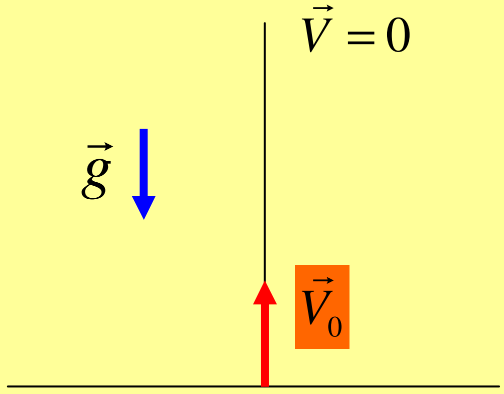
$x, y, z; V_x, V_y, V_z;$ a_x, a_y, a_z składowe wektorów wodzącego, prędkości i przyspieszenia

W przypadku ruchu płaskiego zachodzącego w płaszczyźnie z=0 i obraniu osi układu Ox i Oy w płaszczyźnie ruchu, ruch można opisać jako złożenie dwóch ruchów zachodzących wzdłuż osi Ox i Oy. Gdy a_x=0 to ruch wzdłuż osi Ox jest ruchem jednostajnym.

Ruch w polu siły ciężkości

Ciało poruszające się w pobliżu powierzchni Ziemi przy zaniedbaniu wpływu na ruch ciała innych sił niż siła ciężkości porusza się z przyspieszeniem

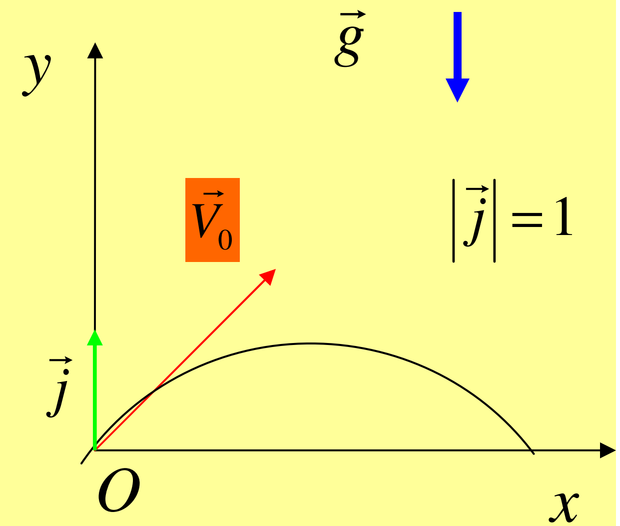
$\vec{a} = \vec{g} = const$ równym przyspieszeniu ziemskiemu skierowanym w kierunku środka Ziemi. $|\vec{g}| = g = 9{,}81 \frac{m}{s^2}$



Gdy prędkość ciała w chwili początkowej ruchu $\vec{V}_0 = \vec{V}(t=0)$ jest skierowana w kierunku równoległym do pionu to ciało porusza się ruchem jednostajnie zmiennym po linii prostej (rzut pionowy) $\vec{a} = \vec{g} = const$

Gdy prędkość ciała w chwili początkowej ruchu $\vec{V}(t=0)$ tworzy pewien kąt z kierunkiem pionowym to ciało porusza się w płaszczyźnie wyznaczonej przez wektory

$$\vec{V}_0 = \vec{V}(t=0) \quad \text{oraz} \quad \vec{a} = \vec{g} = -g\vec{j}$$



Ruch ciała jest złożeniem ruchu jednostajnego w kierunku równoległym do powierzchni Ziemi (wzdłuż osi Ox) i ruchu jednostajnie zmiennego w kierunku prostopadłym (wzdłuż osi Oy) (rzut ukośny) $a_x = 0 \quad a_y = -g$

Tor w ruchu płaskim

W przypadku ruchu odbywającego się w płaszczyźnie xOy określonego poprzez zależności składowych wektora wodzącego od czasu

$$x = f(t)$$

$$y = g(t)$$

można wyznaczyć równanie toru eliminując czas z powyższych równań i zapisując wynik końcowy w postaci np. funkcji typu

$$y = h(x) \qquad \text{lub} \qquad x = \tilde{h}(y) \qquad \text{lub} \qquad \tilde{\tilde{h}}(x, y) = 0$$

Np. gdy zależność od czasu opisują funkcje

$$x = At \qquad (*)$$

$$y = Bt \qquad (**)$$

to równanie przyjmuje np. postać $y = \frac{B}{A}x$ lub $x = \frac{A}{B}y$ lub $y - \frac{B}{A}x = 0$

Przykłady ruchu ciała w polu siły ciężkości zostaną omówione w ramach zajęć wyrównawczych i w czasie ćwiczeń rachunkowych

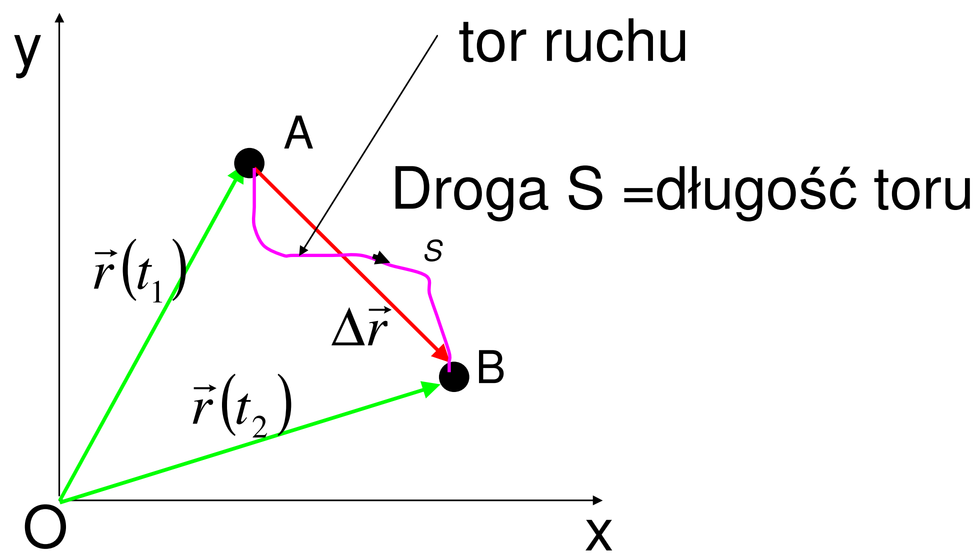
Ruch na płaszczyźnie i przestrzeni-Wektor wodzący, przemieszczenie, droga

1) $\vec{r} = \vec{r}(t)$ -wektor wodzący (promień wodzący) -

określa położenie ciała (traktowanego jako punkt materialny) względem początku układu współrzędnych (w pewnej ustalonej chwili czasu *t*). Długość tego wektora jak i jego składowe wyrażamy w układzie SI w metrach

2) $$\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}(t_2, t_1) = \vec{r}(t_2 = t_1 + \Delta t) - \vec{r}(t_1)$$

wektor określający przemieszczenie ciała w trakcie jego ruchu od punktu początkowego (w którym znajdował się w chwili czasu t_1) do końcowego (w którym znajdował się w chwili czasu $t_2 = t_1 + \Delta t$) równy zmianie (przyrostowi) wektora wodzącego.



3) *S*- droga-wielkość skalarna określająca długość toru po którym poruszało się ciało w takcie ruchu

Długość wektora $\Delta\vec{r}$ nie jest w ogólności równa drodze pokonanej przez ciało. Jednak długość tego wektora jest równa drodze w**tedy**, gdy ciało porusza się po linii prostej w tym samym kierunku (nie zawracając) lub też czas trwania ruchu jest nieskończenie krótki (można go wówczas przybliżyć przez odcinek prostej).

Prędkość

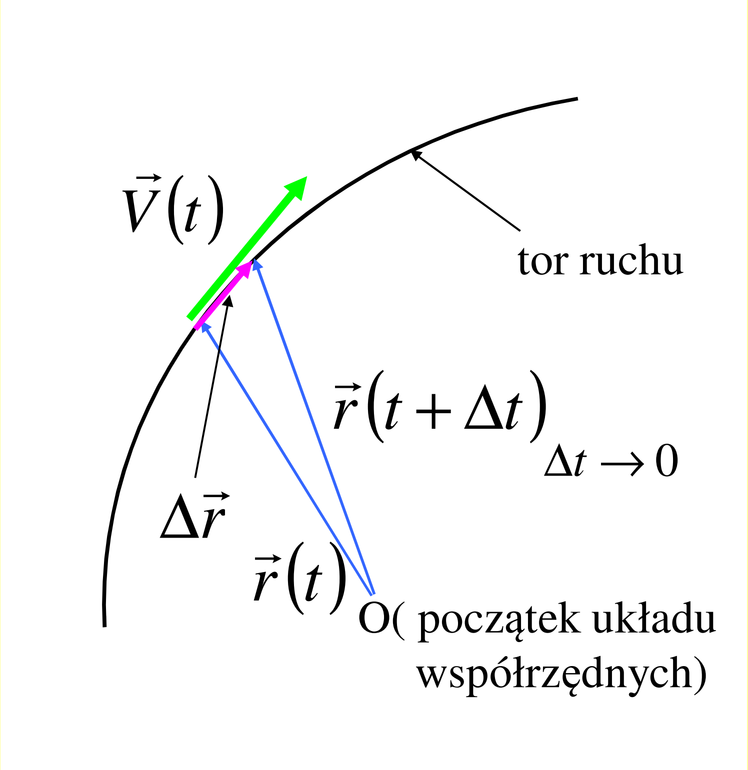
Prędkość (chwilowa) jest równa stosunkowi $\Delta\vec{r}$ -wektora przemieszczenia ciała (przyrostu jego wektora wodzącego) do Δt -czasu w którym to przemieszczenie nastąpiło, gdy długość tego czasu dąży do zera $\Delta t \to 0$

$$\vec{V}(t) = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\vec{r}(t+\Delta t)-\vec{r}(t)}{\Delta t}$$

Pierwsza pochodna $\vec{r}$ po t

Można go określić jako pierwszą pochodną wektora wodzącego po czasie

$$\vec{V}(t) = \boxed{\frac{d\vec{r}}{dt}} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\vec{r}(t+\Delta t)-\vec{r}(t)}{\Delta t}$$



Prędkość jest w ogólności funkcją czasu.

Gdy $\Delta t \to 0$ *to* kierunek wektora $\Delta\vec{r}$ jest styczny do toru ruchu, jego długość równa zaś przyrostowi drogi przebytej przez ciało $|\Delta\vec{r}| = \Delta S$

Kierunek wektora $\vec{V}$ jest taki jak $\Delta\vec{r}$ i styczny do toru ruchu .

Szybkość (wartość prędkości) chwilowa

Wartości prędkości, szybkość (chwilowa) jest równa długości wektora prędkości (chwilowej). Opisuje jak szybko ciało się przemieszcza nie precyzując kierunku w jakim się porusza.

Wyraża się ona przez stosunek przebytej drogi ΔS w czasie Δt *do tego czasu , gdy długość tego czasu dąży do zera* $\Delta t \to 0$

$$\left|\vec{V}(t)\right| = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{S(t+\Delta t) - S(t)}{\Delta t} = \boxed{\frac{dS}{dt}}$$

Pierwsza pochodna S po t

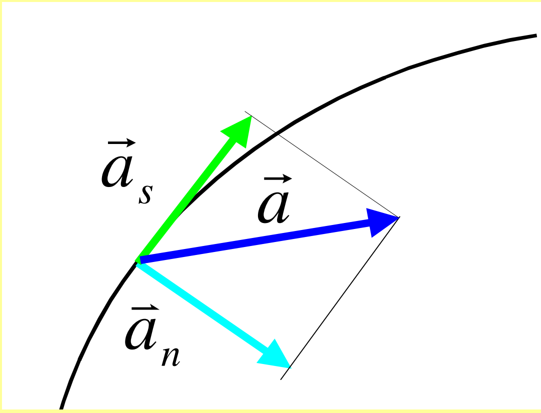
Przyspieszenie

Przyspieszenie jest równe stosunkowi zmiany wektora prędkości do czasu w którym ta zmiana nastąpiła, **gdy długość tego czasu dąży do zera .**

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{V}(t+\Delta t) - \vec{V}(t)}{\Delta t} = \boxed{\frac{d\vec{V}}{dt}}$$

pierwsza pochodna wektora prędkości po czasie

Istnienie niezerowego przyspieszenia może być związane ze zmianą wartości prędkości (szybkości) ciała oraz (lub) zmianą kierunku wektora prędkości (kierunku ruchu ciała)



Można dokonać rozkładu przyspieszenia $\vec{a}$ na przyspieszenie styczne do toru ciała $\vec{a}_s$ oraz przyspieszenie normalne prostopadłe do toru $\vec{a}_n$

$$\boxed{\vec{a} = \vec{a}_s + \vec{a}_n}$$

W ruchu w którym szybkość ciała $\left|\vec{V}\right| = const$ mamy $\vec{a}_s = \vec{0}$.

W ruchu po linii prostej mamy $\vec{a}_n = 0$.

Wektory wodzący $\vec{r}$, prędkości $\vec{V}$ i przyspieszenia $\vec{a}$ w układzie trójwymiarowym kartezjańskim . Związki miedzy składowymi tych wektorów

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = V_x\vec{i} + V_y\vec{j} + V_z\vec{k}$$

$$V_x(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

$$V_y(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{y(t+\Delta t) - y(t)}{\Delta t} = \frac{dy}{dt}$$

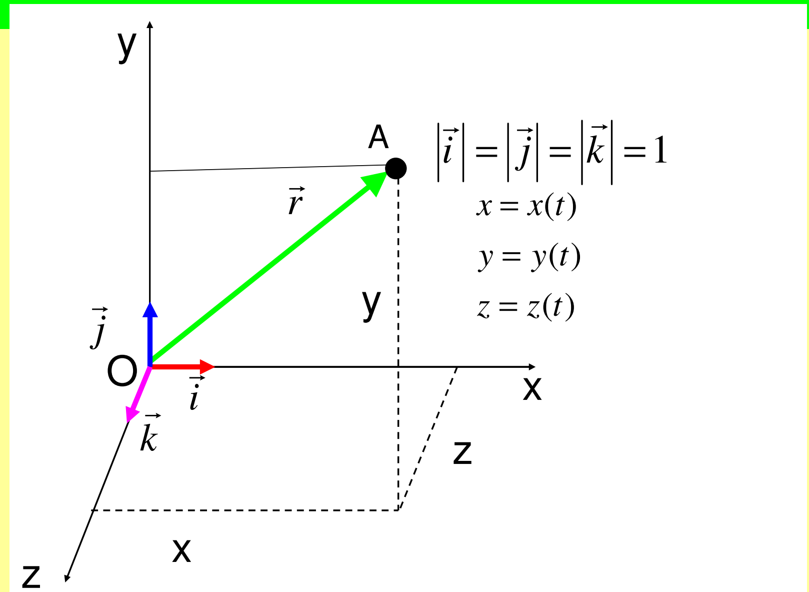
$$V_z(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{z(t+\Delta t) - z(t)}{\Delta t} = \frac{dz}{dt}$$

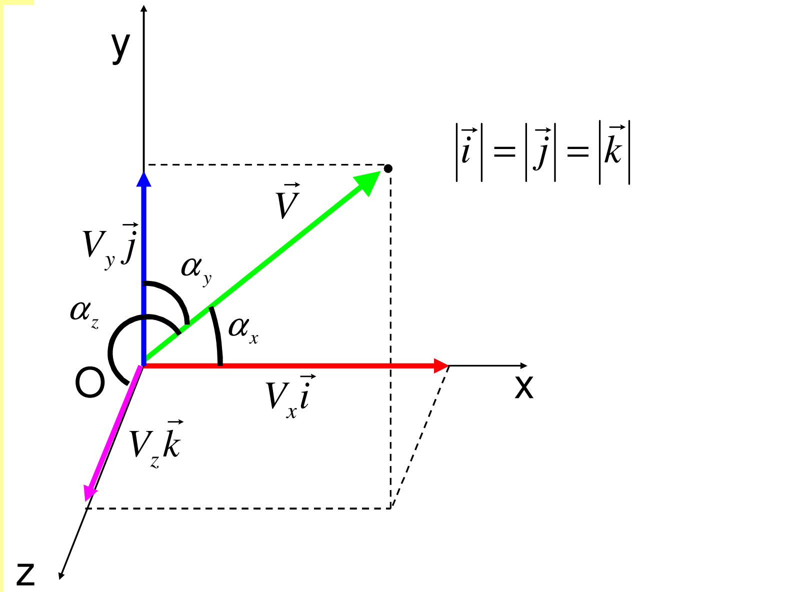
$$\left|\vec{V}\right| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$$

$$V_x = \left|\vec{V}\right| \cos\alpha_x$$

$$V_y = \left|\vec{V}\right| \cos\alpha_y$$

$$V_z = \left|\vec{V}\right| \cos\alpha_z$$





$$\vec{V} = V_x\vec{i} + V_y\vec{j} + V_z\vec{k}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$$

$$a_x(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{V_x(t+\Delta t) - V_x(t)}{\Delta t} = \frac{dV_x}{dt}$$

$$a_y(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{V_y(t+\Delta t) - V_y(t)}{\Delta t} = \frac{dV_y}{dt}$$

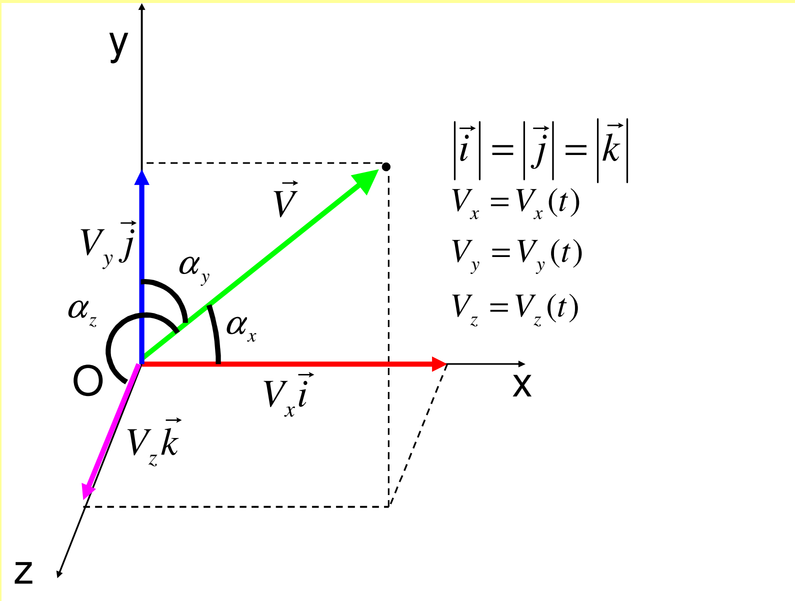
$$a_z(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{V_z(t+\Delta t) - V_z(t)}{\Delta t} = \frac{dV_z}{dt}$$

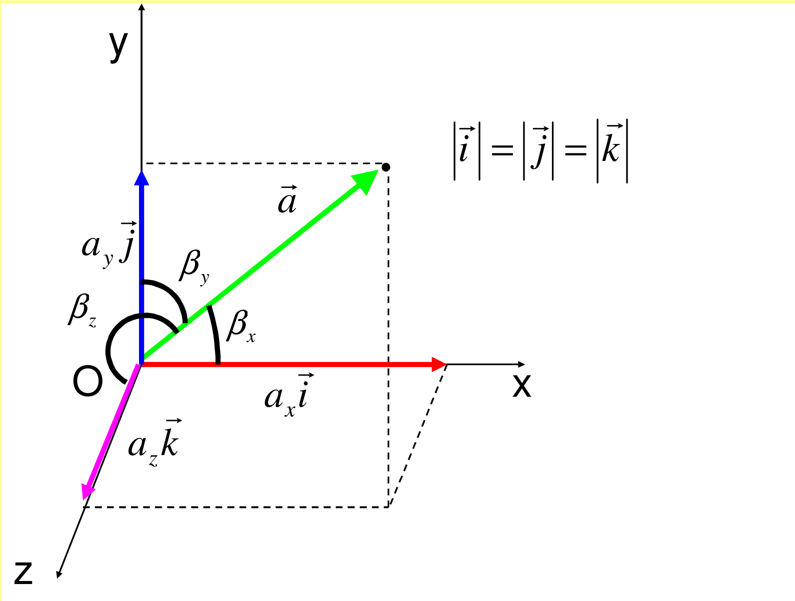
$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

$$a_x = |\vec{a}|\cos\beta_x$$

$$a_y = |\vec{a}|\cos\beta_y$$

$$a_z = |\vec{a}|\cos\beta_z$$

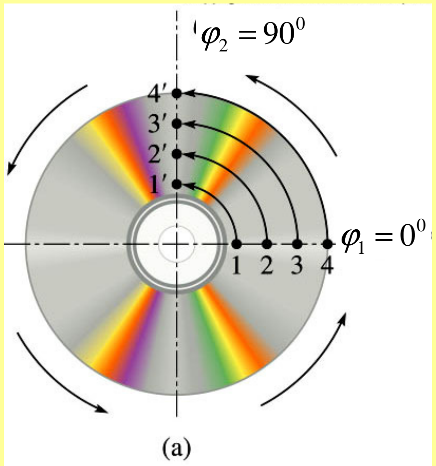




Ruch po okręgu

Ruch po okręgu-prędkość i przyspieszenie kątowe

Do opisu położenia (punktu materialnego) poruszającego się po okręgu może służyć zamiast wektora wodzącego np. kąt φ między wektorem wodzącym a osią OX układu o początku w środku okręgu pokazany na rysunku, będący w ogólności funkcją czasu $\varphi = \varphi(t)$. Zakładamy przy tym iż może się on zmieniać w zakresie $(-\infty, \infty)$ i mierzymy go w radianach. Jednemu pełnemu obiegowi okręgu odpowiada zmiana kąta φ o 2π radianów.

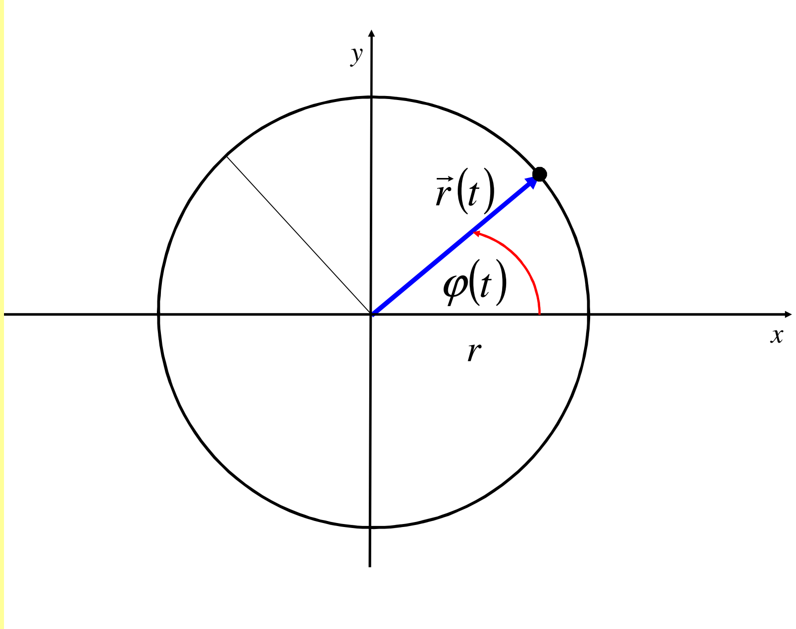


Prędkość kątowa (chwilowa) $\omega[rad/s]$

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\varphi(t+\Delta t) - \varphi(t)}{\Delta t}$$

Przyspieszenie kątowe $\varepsilon[rad/s^2]$

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\omega(t+\Delta t) - \omega(t)}{\Delta t}$$



Prędkość kątowa i przyspieszenie kątowe dowolnego punktu spoczywającego na obracającej się tarczy jest jednakowe. Wielkości te mogą służyć do opisu ruchu obrotowego bryły, w którym wszystkie punkty bryły poruszają się po okręgach o środkach leżących na osi obrotu.

Ruch po okręgu-związki ogólne

- Drogi liniowej *S(t)* (przebytej od chwili *t*=0) od czasu *t* z drogą kątową $\left|\Delta\varphi(t)\right|$ (φ mierzymy w radianach)

R-promień okręgu

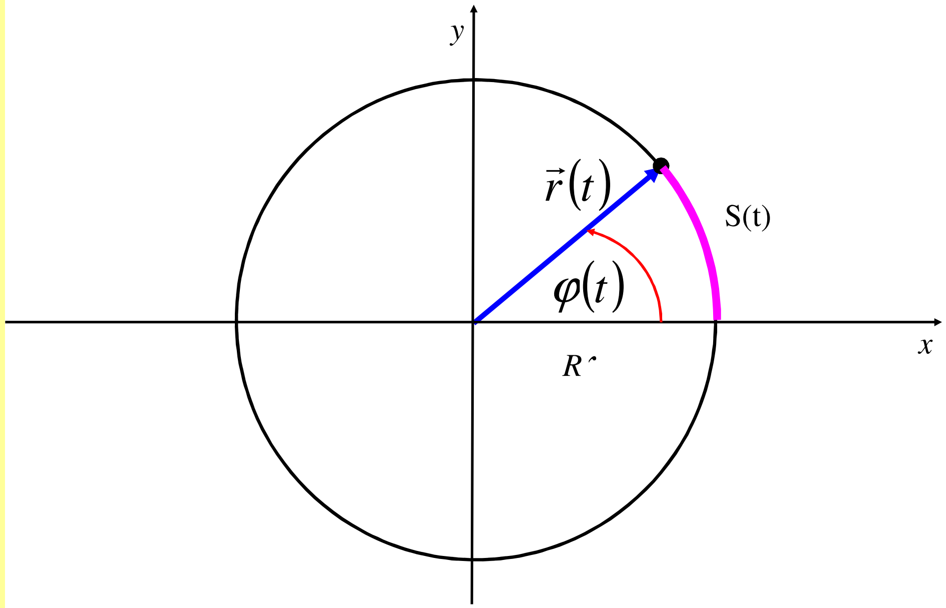
$$S(t) = R\left|\Delta\varphi(t)\right| = R\left|\varphi(t) - \varphi(t=0)\right|$$

- Szybkości z prędkością kątową ω

$$\left|\vec{V}\right| = \frac{dS}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta S}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{R\left|\Delta\varphi\right|}{\Delta t} = R\left|\lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}\right| =$$

$$= R\left|\frac{d\varphi}{dt}\right| = R\left|\omega\right|$$

$$\left|\vec{V}\right| = R\left|\omega\right|$$



Ruch jednostajny po okręgu

Prędkość kątowa i szybkość ciała jest stała $\omega = const, \left|\vec{V}\right| = R\left|\omega\right| = const$

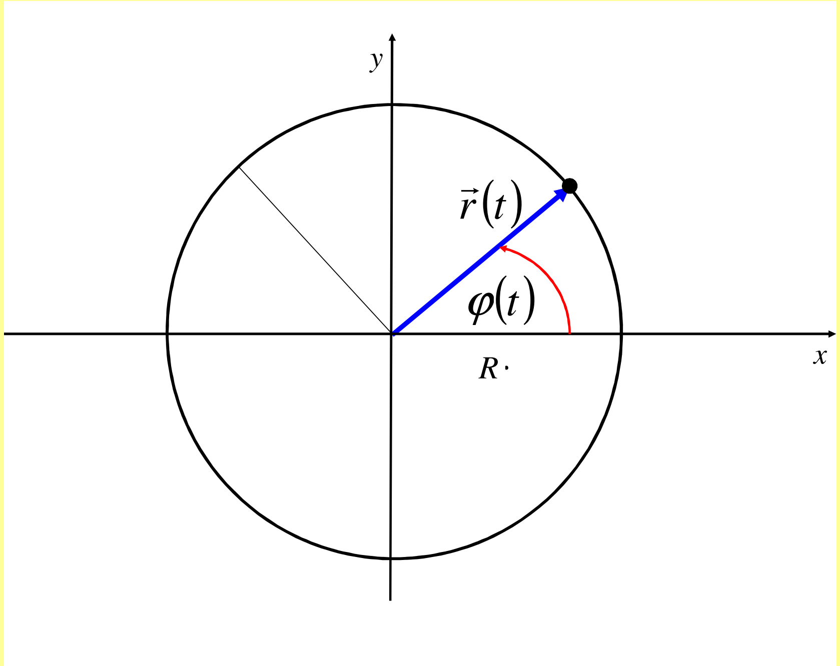
Przyspieszenie kątowe jest równe zeru $\varepsilon = 0$

$$\omega(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\varphi(t+\Delta t) - \varphi(t)}{\Delta t}$$

$$\omega(t=0) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\varphi(t=\Delta t) - \varphi(t=0)}{\Delta t}$$

$$\varphi(t=\Delta t) = \varphi(t=0) + \omega(t=0)\Delta t$$

$\omega = const \longrightarrow \Delta t$ *dowolny*



Zależność kąta od czasu

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \omega t$$

gdzie $\varphi_0 = \varphi(t=0)$

Dobierając odpowiednio osie układu współrzędnych można przyjąć iż $\varphi_0 = 0$

Ruch jednostajny po okręgu

T-okres ruchu, czas potrzebny do wykonania 1 obiegu okręgu [s]

Droga przebyta w tym czasie

$$S = R2\pi$$

$$S = R\left|\Delta\varphi\right| = R\left|\omega\right|T$$

$$T = \frac{2\pi}{\left|\omega\right|}$$

Częstotliwość (liczba obiegów okręgu w jednostce czasu) [Hz=1/s]

$$f = \frac{1}{T}$$

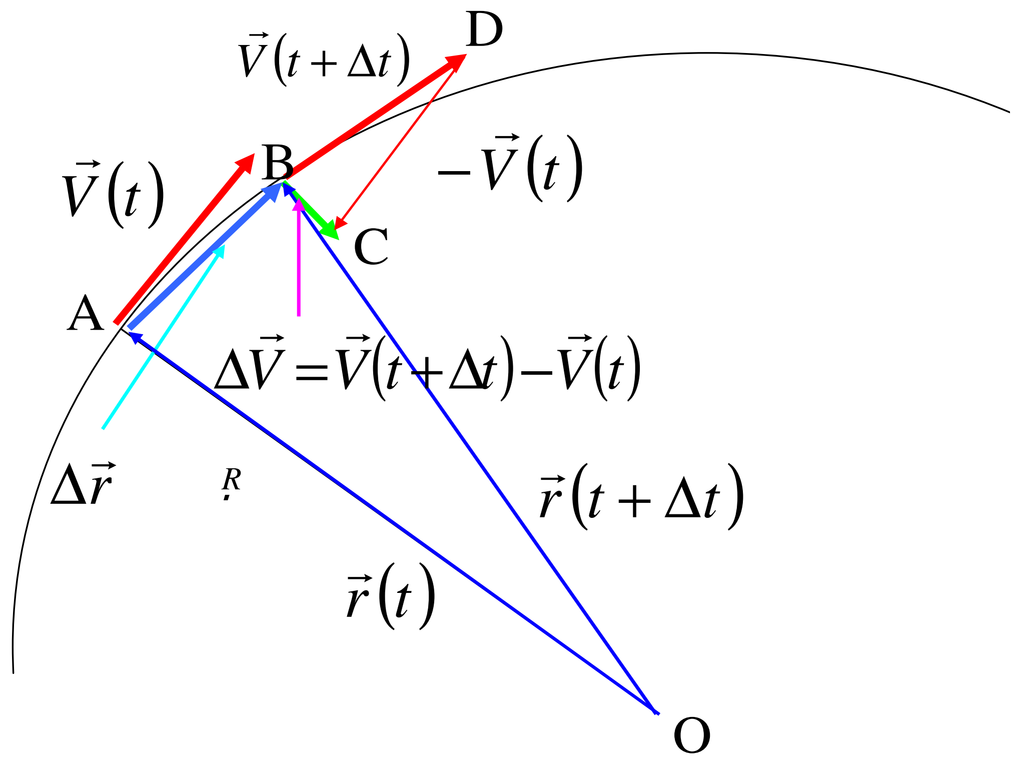
$$f = \frac{\left|\omega\right|}{2\pi}$$

Przyspieszenie dośrodkowe w ruchu jednostajnym po okręgu

Szybkość ciała jest stała $\left|\vec{V}\right| = const$

$$\left|\vec{V}(t)\right| = \left|\vec{V}(t+\Delta t)\right| \overset{ozn.}{=} \left|\vec{V}\right|$$

Ale kierunek wektora prędkości zmienia się stale. Zatem prędkość zmienia się stale, czyli mamy niezerowe przyspieszenie



Rozpatrzmy ruch w trakcie $\Delta t \to 0$

Z podobieństwa trójkątów BCD i ABO

$$\frac{BC}{BD} = \frac{AB}{OA}$$

$$\left|\Delta\vec{r}\right| = S = \left|\vec{V}\right|\Delta t$$

$$\frac{\left|\Delta\vec{V}\right|}{\left|\vec{V}\right|} = \frac{\left|\Delta\vec{r}\right|}{R} \rightarrow \frac{\left|\Delta\vec{V}\right|}{\left|\vec{V}\right|} = \frac{\left|\vec{V}\right|\Delta t}{R} \rightarrow \frac{\left|\Delta\vec{V}\right|}{\Delta t} = \frac{\left|\vec{V}\right|^2}{R} \rightarrow \left|\vec{a}\right| = \left|\vec{a}_d\right| = \left|\lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t}\right| = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\left|\Delta\vec{V}\right|}{\Delta t} = \frac{\left|\vec{V}\right|^2}{R} = \omega^2 R$$

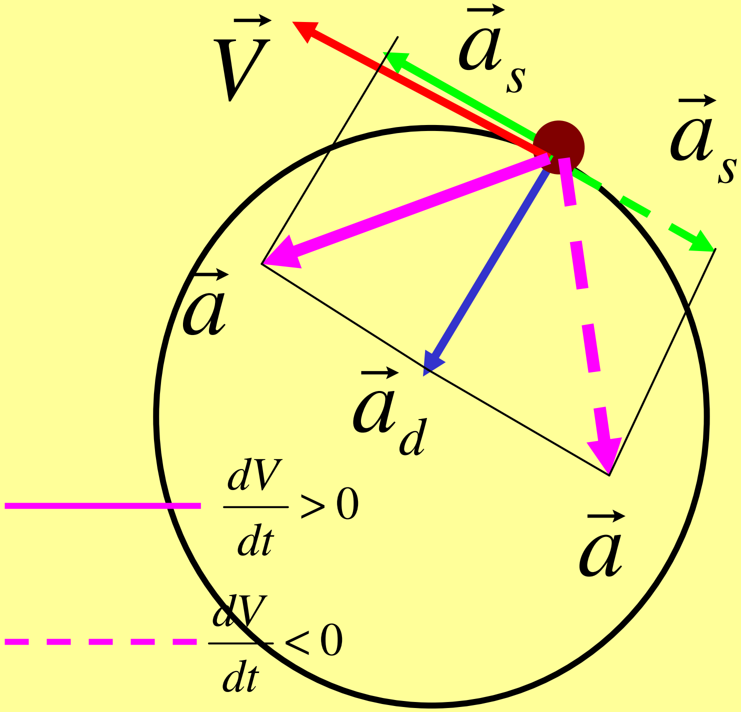
Wektor przyspieszenia dośrodkowego jest skierowany w kierunku środka okręgu po którym porusza się ciało

Ruch po okręgu ze zmienną szybkością (wartością prędkości)

$$\left|\vec{V}\right| \overset{ozn.}{=} V \neq const, \omega \neq const, \varepsilon = \frac{d\omega}{dt} \neq 0$$

Przyspieszenie jest sumą przyspieszenia normalnego (dośrodkowego) $\vec{a}_n = \vec{a}_d$ i stycznego $\vec{a}_s$

$$\vec{a} = \vec{a}_d + \vec{a}_s$$



$\vec{a}_s = a_t \vec{e}_t$ *gdzie* $a_t = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta V}{\Delta t}$ $\vec{e}_t = \frac{\vec{V}}{\left|\vec{V}\right|}$

Gdy $a_t > 0$ (szybkość rośnie)
to zwrot $\vec{a}_s$ zgodny ze zwrotem $\vec{V}$
Gdy $a_t < 0$ (szybkość maleje)
to $\vec{a}_s$ ma zwrot przeciwny niż $\vec{V}$

$$\left|\vec{a}_d\right| = \omega^2 R = \frac{V^2}{R}$$

$$\left|\vec{a}_s\right| = \left|\varepsilon\right| R$$

$$\left|\vec{a}_d\right|^2 + \left|\vec{a}_s\right|^2 = \left|\vec{a}\right|^2$$

Ruch jednostajnie zmienny po okręgu

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = const$$

$$\boxed{\omega(t) = \omega_0 + \varepsilon t}$$

$$\boxed{\varphi(t) = \varphi_0 + \omega_0 t + \varepsilon \frac{t^2}{2}}$$

gdzie $\omega_0 = \omega(t=0)$, $\varphi_0 = \varphi(t=0)$,

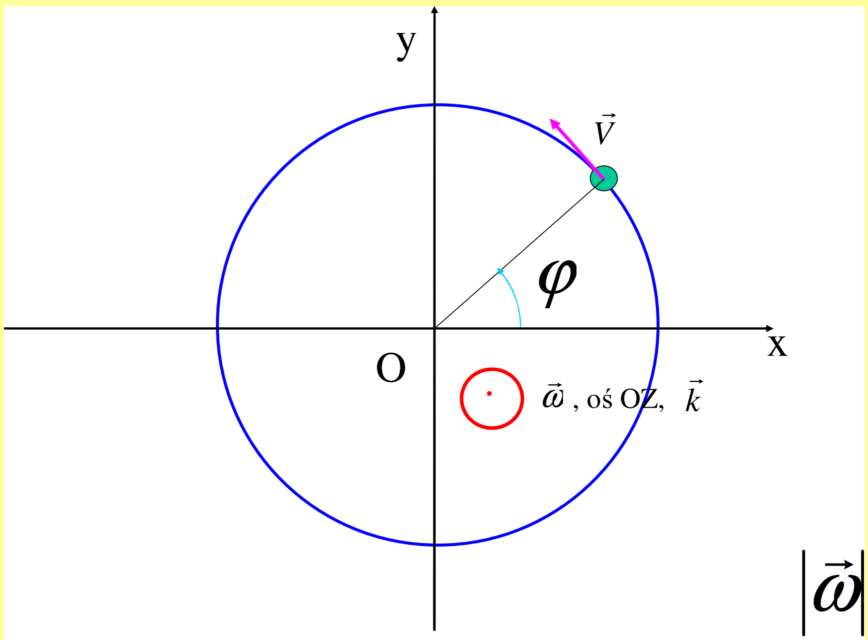
Wzory analogiczne do tych obowiązujących w ruchu jednostajnie zmiennym wzdłuż osi x po zastąpieniu $a_x \to \varepsilon, V_x \to \omega, x \to \varphi$

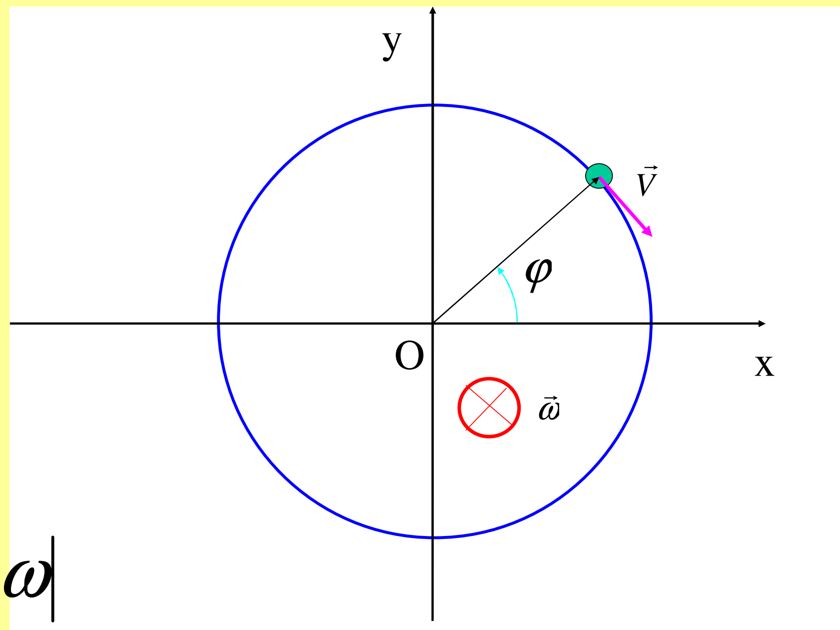
Prędkość kątowa jako wektor

Wektor prędkości kątowej ma kierunek zgodny z kierunkiem osi obrotu (prostopadłym do płaszczyzny rysunku). Zwrot wektora prędkości kątowej można ustalić przy pomocy reguły prawej ręki. Gdy palce prawej ręki wskazują kierunek obiegu ciała po okręgu, to prawy kciuk wskazuje zwrot wektora prędkości kątowej.

$$\vec{\omega} = \omega\vec{k} = [0,0,\omega]$$

$$\omega > 0 \qquad \omega = \frac{d\varphi}{dt} \qquad \omega < 0$$





$$|\vec{\omega}| = |\omega|$$

Przyspieszenie kątowe jako wektor

Zakładamy iż płaszczyzna okręgu nie ulega zmianie w czasie.
Wektor przyspieszenia kątowego ma kierunek zgodny z kierunkiem osi obrotu. Zwrot wektora przyspieszenia kątowego jest taki sam jak prędkości kątowej gdy szybkość ciała rośnie i przeciwny gdy szybkość ciała maleje.

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d\omega}{dt}\vec{k} = [0,0,\frac{d\omega}{dt}] = [0,0,\varepsilon]$$

$$\frac{d\omega}{dt} > 0 \qquad\qquad \frac{d\omega}{dt} < 0$$