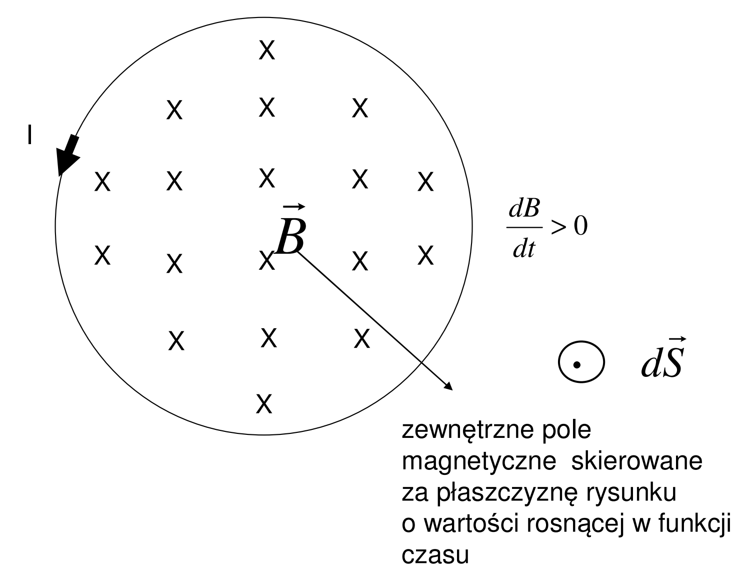
Wirowe zmienne w czasie pola elektryczne i magnetyczne
Równania Maxwella

Prawo indukcji elektromagnetycznej Faradaya

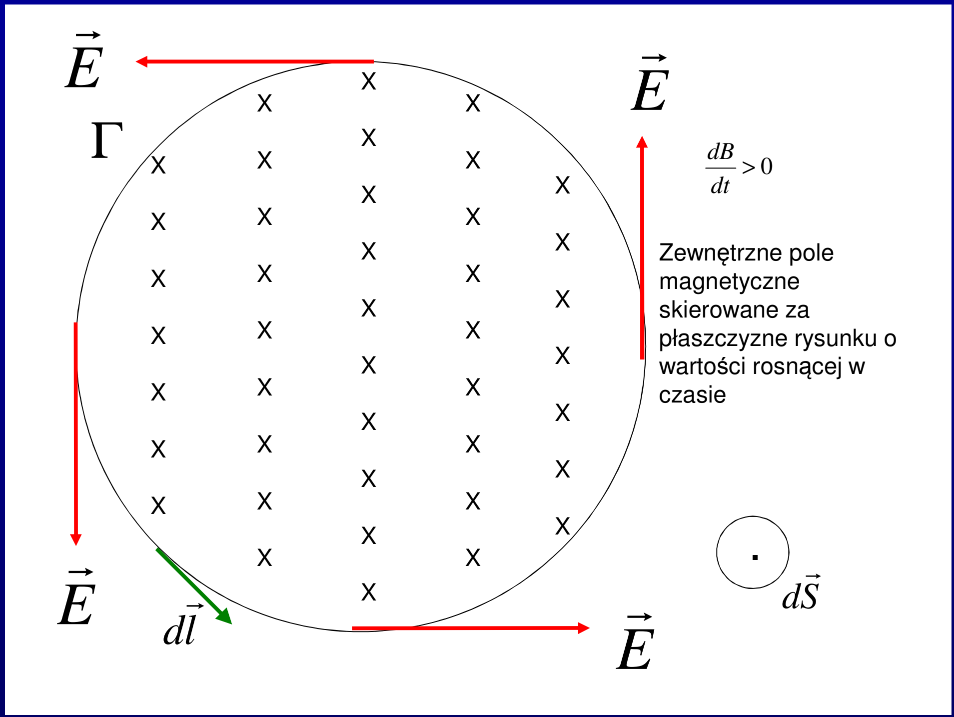


$$\varepsilon_i = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

$$\phi_B = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

W zamkniętym obwodzie elektrycznym utworzonym z przewodnika prądu umieszczonym w obszarze zmiennego w czasie pola magnetycznego, którego linie indukcji przenikają przez powierzchnię rozpiętą na tym obwodzie, indukuje się siła elektromotoryczna indukcji ε_i o wartości proporcjonalnej do szybkości zmian strumienia pola magnetycznego ϕ_B przenikającego przez analizowaną powierzchnię. Prowadzi ona do pojawienia się prądu elektrycznego płynącego w tym obwodzie związanego z ruchem nośników prądu wzdłuż obwodu elektrycznego. Ruch ten odbywa się pod wpływem siły $\vec{F} = q\vec{E}$, działającej na każdy z nośników prądu o ładunku q w obwodzie ze strony powstającego w przestrzeni wirowego pola elektrycznego o natężeniu $\vec{E}$. Gdy obwód ma kształt okręgu prostopadłego do linii indukcji jednorodnego pola magnetycznego $\vec{B}$ to wektor natężenia pola elektrycznego $\vec{E}$ jest w każdym punkcie styczny do tego obwodu.

Zmienne w czasie pole magnetyczne wytwarza pole elektryczne



$$\varepsilon_i = \oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

$$\phi_B = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Cyrkulacja wirowego pola elektrycznego

Praca wykonana przez to pole wirowe przy obiegu przez ładunek q całego zamkniętego konturu

Jeżeli wzdłuż rozpatrywanego zamkniętego kołowego obwodu nie umieścimy przewodnika to wzdłuż tego obwodu nie popłynie prąd elektryczny natomiast nadal obwód ten będzie styczny do linii sił (natężenia) powstającego wirowego pola elektrycznego.

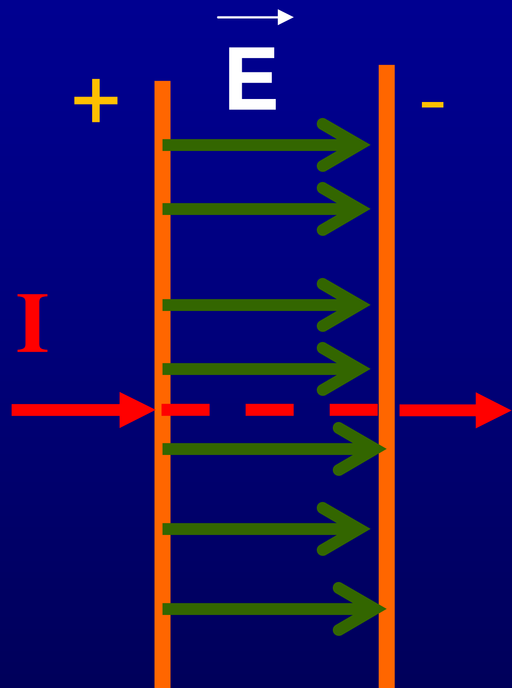
Ogólnie w obszarze zmiennego w czasie pola magnetycznego zawsze pojawia się wirowe pole elektryczne. Cyrkulacja natężenia tego pola elektrycznego po dowolnym konturze Γ jest równa szybkości zmian strumienia pola magnetycznego przez powierzchnie rozpiętą na tym konturze.

Dla pola wirowego nie można wprowadzić pojęcia potencjału, jak to robiliśmy dla pola wytworzonego przez nieruchome ładunki, gdyż siła działająca ze strony tego pola jest siła niezachowawczą

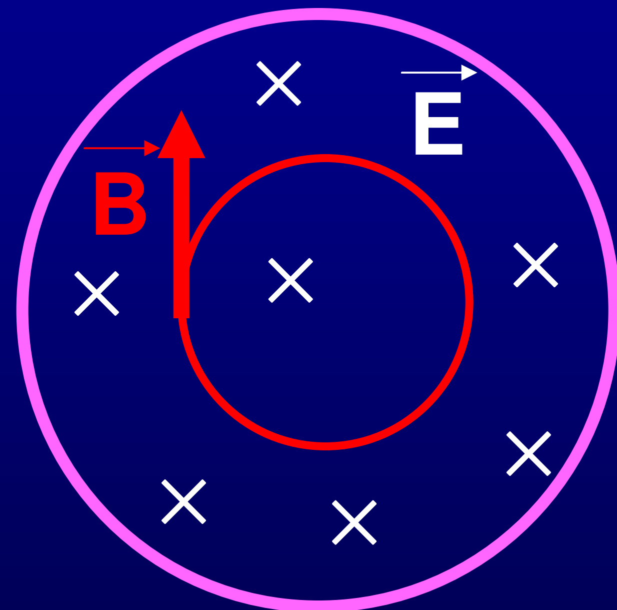
$$W = \oint_{\Gamma} \vec{F} \cdot d\vec{l} = q\oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \varepsilon_i q \neq 0$$

Zmienne w czasie pole elektryczne wytwarza pole magnetyczne

Z wytwarzaniem pola magnetycznego przez zmienne w czasie pole elektryczne mamy do czynienia np. w trakcie ładowania kondensatora płaskiego



$$\frac{dE}{dt} > 0$$



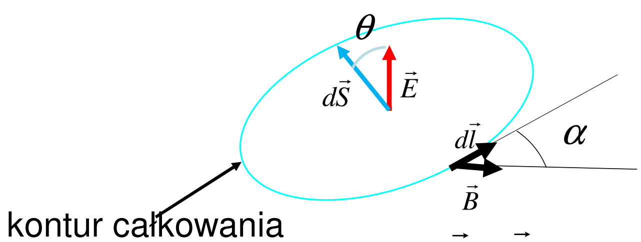
Prąd o natężeniu I

dopływa do okładek

Zmienne pole elektryczne $\vec{E}$ i indukowane pole magnetyczne $\vec{B}$ w trakcie ładowania kondensatora płaskiego.

Uogólnione prawo Ampera.

$$\oint_{\Gamma} \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0\varepsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt} + \mu_0 I$$



$$\vec{B}\cdot d\vec{l} = Bdl\cos(\alpha)$$

$$\phi_E = \int_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \int_S EdS\cos(\theta)$$

Pole magnetyczne jest wytwarzane przez

zmienny strumień pola elektrycznego

natężenie prądu

$$\varepsilon_o \frac{d\phi_E}{dt}$$

Opisuje szybkość zmian w czasie strumienia pola elektrycznego przez powierzchnie objętą konturem Γ . Ma wymiar prądu i określa się go niekiedy mianem prądu przesunięcia.

W ośrodku o względnej przenikalności elektrycznej ε_r i magnetycznej μ_r uogólnione Prawo Ampera przyjmuje postać

$$\oint_{\Gamma} \vec{B}\cdot d\vec{l} = \varepsilon_0\varepsilon_r\mu_0\mu_r \frac{d\phi_E}{dt} + \mu_0\mu_r\sum_k I_k$$

Koncepcja fikcyjnego prądu przesunięcia pozwala na utrzymanie zasady ciągłości prądu w trakcie ładowania kondensatora.

Natężenie pola elektrycznego między okładkami kondensatora próżniowego

$$E = \frac{q}{\varepsilon_0 S}$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{\varepsilon_0 S}\frac{dq}{dt} = \frac{1}{\varepsilon_0 S} I$$

Natężenie prądu ładowania kondensatora

Prąd przesunięcia

$$I_p = \varepsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt} = \varepsilon_o \frac{d(ES)}{dt} = \varepsilon_0 S \frac{dE}{dt} = \varepsilon_0 S \frac{1}{\varepsilon_0 S} I = I$$

Prąd przesunięcia jest równy prądowi przewodzenia w obwodzie zewnętrznym.

Równania Maxwella

(postać całkowa)

w ośrodku o względnej przenikalności elektrycznej ε_r i magnetycznej μ_r

- Prawo Gaussa dla elektryczności
- Prawo Gaussa dla magnetyzmu
- Prawo indukcji Faradaya
- Prawo Ampere'a

$$\varepsilon_0 \oint_S \varepsilon_r \vec{E} \cdot d\vec{S} = q$$

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

Wyraża fakt iż linie indukcji pola są krzywymi zamkniętymi

$$\oint_\Gamma \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

$$\oint_\Gamma \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_r \mu_0 (\varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt} + I \ )$$

$$\phi_B = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \qquad \phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

W próżni $\varepsilon_r = \mu_r = 1, q = 0, I = 0$

Fale elektromagnetyczne

Równania Maxwella przewidują istnienie fal elektromagnetycznych o prędkości rozchodzenia się w próżni:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$$

Wartość prędkości fali w próżni wynosi c=299 792 km/s i nie zależy od częstości ω. W przypadku ośrodka materialnego prędkość rozchodzenia się fal elektromagnetycznych zależy od ich częstości i jest mniejsza niż w próżni V=c/n (*n* - bezwzględny współczynnik załamania światła). Efekt ten nazywamy mianem dyspersji i znajduje zastosowanie np. przy rozszczepianiu światła przez pryzmat.

Mechanizm rozchodzenia się fal elektromagnetycznych:

Zmienne w czasie pole magnetyczne indukuje wirowe pole elektryczne i na odwrót, zmienne w czasie pole elektryczne indukuje wirowe pole magnetyczne. Ciąg wzajemnie sprzężonych pól elektrycznych i magnetycznych stanowi falę elekromagnetyczną.

Równanie falowe dla fal elektromagnetycznych

W oparciu o równania Maxwella zapisane dla ośrodka dla którego *I*=0 oraz *q*=0 można pokazać iż natężenia pola elektrycznego $\vec{E}$ i indukcja pola magnetycznego $\vec{B}$ spełniają równania falowe, które w przypadku próżni można zapisać w postaci

$$\Delta\vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

$$\Delta\vec{B} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2} = 0$$

gdzie $\Delta A = \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2}$ -laplasjan

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$$

Dla fali płaskiej rozchodzącej się wzdłuż osi Ox

$$\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = 0 \qquad \frac{\partial^2\vec{B}}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2} = 0$$

W fali elekromagnetycznej wektory $\vec{E}$ i $\vec{B}$ są prostopadłe do siebie i do kierunku rozchodzenia się fali. Dla fali płaskiej o ustalonych kierunkach drgań wektorów $\vec{E}$ i $\vec{B}$ rozchodzącej się wzdłuż osi x zależność wartości natężenia pola $\vec{B}$ i $\vec{E}$ od czasu i położenia można np. przyjąć w postaci :

$B = B_m \cos(kx - \omega t)$ **$E = E_m \cos(kx - \omega t)$**

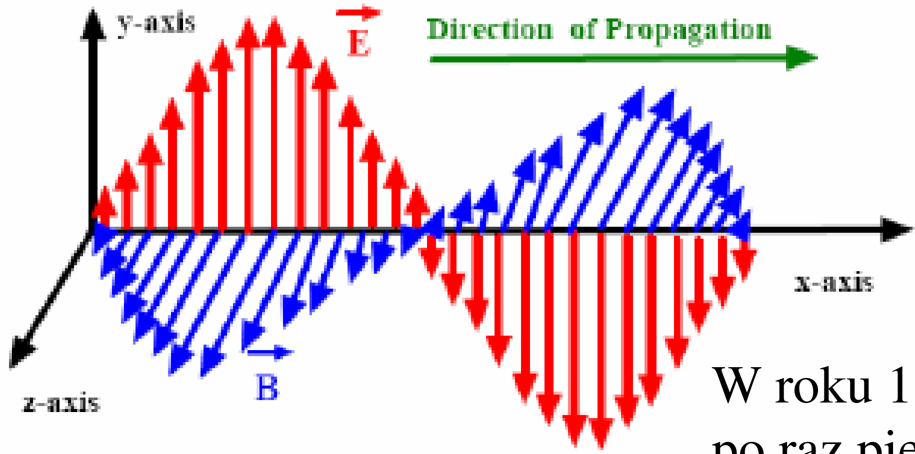
ω - częstość kołowa drgań $\omega = 2\pi\nu = 2\pi / T$

***k* - liczba falowa** $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{V}$ **, *V*- prędkość fali (w próżni *V*=*c*)**

λ - długość fali, *T* - okres drgań, ν- częstotliwość (częstość)

Pola elektryczne i magnetyczne drgają w tej samej fazie. W próżni zachodzi przy tym relacja $\frac{E}{B} = c$

Fala elektromagnetyczna



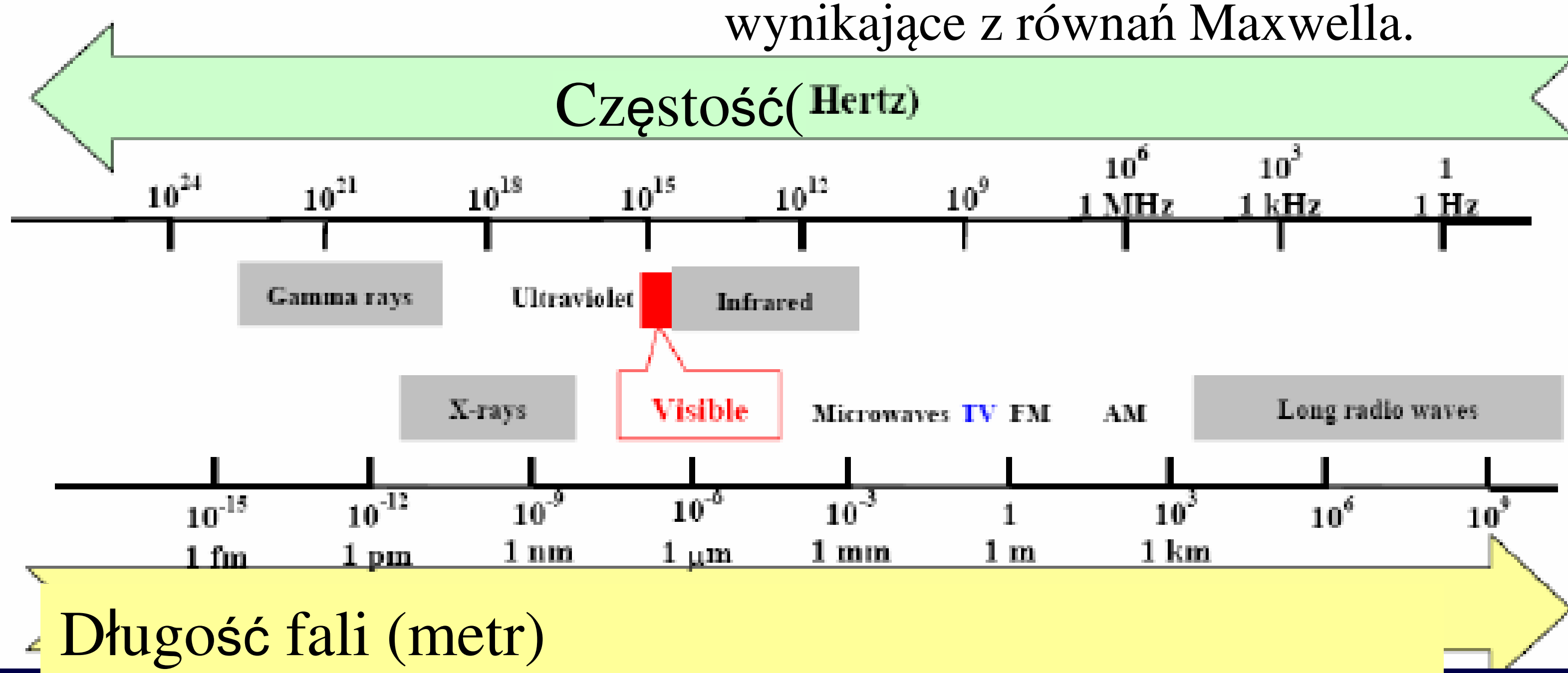
$$c = 1/\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$$

$$\vec{E} \cdot \vec{B} = 0$$

$\vec{E} \times \vec{B}$ Kierunek propagacji fali

W roku 1888 Heinrich Hertz przeprowadził po raz pierwszy eksperyment, w którym były wytwarzane i odbierane radiowe fale elektromagnetyczne, potwierdzając wnioski wynikające z równań Maxwella.

Widmo fal elektromagnetycznych



Gęstość energii fali elektromagnetycznej (w próżni)

$$w = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0}B^2 = \varepsilon_0 E^2 = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}EB$$

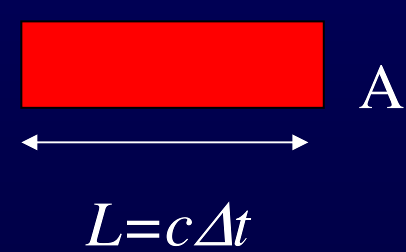
$$B = \frac{E}{c} = \sqrt{\varepsilon_0\mu_0}E$$

Natężenie fali -ilość energii przenikająca przez jednostkową powierzchnie ustawioną w kierunku prostopadłym do kierunku rozchodzenia się fali w jednostce czasu .

W celu określenia natężenia liczymy gęstość energii zawartej w objętości AL=AcΔt- równej objętości obszaru z którego energia przenika przez powierzchnię A w czasie Δt i otrzymany wynik dzielimy przez AΔt

$$S = \frac{wAL}{A\Delta t} = \frac{wAc\Delta t}{A\Delta t} = wc = \varepsilon_0 cE^2 = \frac{E^2}{\mu_0 c}$$

$$= \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}EBc = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}EB\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = \frac{EB}{\mu_0}$$



Wektor Poyntinga- $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E}\times\vec{B}$

-wskazuje kierunek przepływu energii, jego długość jest równa natężeniu fali

Wielkość S dotychczas określona jest wyrażona przez wartości chwilowe, więc jest funkcją czasu i odnosi się do mocy chwilowej przenoszonej przez falę elektromagnetyczną.

Bardzo często określamy średnie natężenie fali.

$$\bar{S} = \langle S \rangle = \left(\frac{1}{\mu_0}\langle EB \rangle\right) = \frac{1}{\mu_o c}\langle E^2 \rangle = \frac{1}{2\mu_o c}E_m^2$$

Obliczano średnią wartość kwadratu sinusoidy

$$\langle E^2 \rangle = \frac{1}{2}E_m{}^2$$