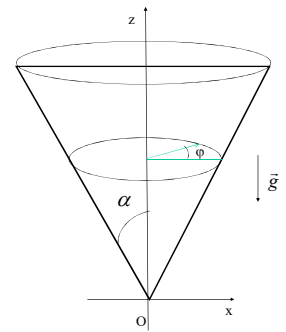


V

Zadanie 1. Punkt materialny o masie m porusza się w polu siły ciężkości po powierzchni bocznej stożka, zwróconego wierzchołkiem w dół. Wiadomo, iż kąt między osią symetrii stożka Oz a tworzącą stożka wynosi α . Stożek znajduje się w polu siły ciężkości działającej pionowo w dół. Znana jest wartość przyspieszenia ziemskiego g . Znaleźć funkcję Hamiltona i napisać równania (kanoniczne) Hamiltona. Czy funkcja Hamiltona jest stałą ruchu? Czy można znaleźć współrzędną uogólnioną dla której pęd uogólniony związany z tą współrzędną jest stałą ruchu?

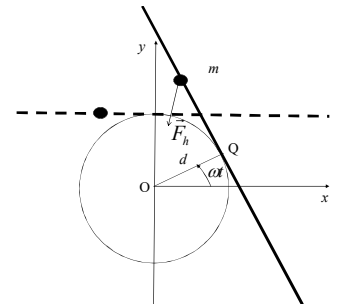


Zadanie 2. Elektron o ładunku $e < 0$ i masie m porusza się w obszarze jednorodnego pola magnetycznego opisanego potencjałem wektorowym $\vec{A} = [-By, 0, 0]$ oraz skalarnym $\varphi = 0$ gdzie B -stała, y -ykowa składowa wektora wodzącego elektronu.

- 1) Znaleźć wektor indukcji pola magnetycznego $\vec{B}$.
- 2) Znaleźć funkcje Lagrange'a, pędy uogólnione oraz funkcje Hamiltona i napisać równania Hamiltona. Czy funkcja Hamiltona jest stałą ruchu? Które z pędów uogólnionych są stałymi (całkami) ruchu?
- 3) Pokazać iż w przypadku gdy ruch elektronu jest ograniczony do płaszczyzny $z=0$ to funkcje Hamiltona można przedstawić jak dla jednowymiarowego oscylatora harmonicznego:

$$H = \frac{p_y^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega_c^2(y - y_k)^2 \text{ gdzie } \omega_c = \frac{|e|B}{m}, y_k \text{-stała.}$$

Zadanie 3. W płaszczyźnie poziomej leży gładka prosta obracająca się ze stałą prędkością kątową o wartości ω dookoła początku układu współrzędnych w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara. Odległość prostej od początku układu współrzędnych wynosi d , przy czym w chwili początkowej $t=0$ prosta była położona równoległe do osi Oy . Po prostej porusza się ciało (punkt materialny) o masie m . Na ciało działa siła skierowana w kierunku początku układu współrzędnych o wartości proporcjonalnej do odległości ciała od początku układu współrzędnych $\vec{F}_h = -k\vec{r}$ (k -znana dodatnia stała). Nie uwzględniamy wpływu siły ciężkości na ruch ciała. Znaleźć funkcje Hamiltona i napisać równania Hamiltona dla tego ciała. Czy funkcja Hamiltona jest stałą ruchu? Wsk. Jako współrzędną uogólnioną można przyjąć s -współrzędną określającą aktualne położenie ciała względem punktu Q leżącego na prostej, po której odbywa się ruch.



Zadanie 4. Częstka na ruch której nie nałożono żadnych więzów jest opisywana funkcją Hamiltona o postaci: $H(x, p_x, p_y, p_z) = \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{2m} - Fx$ gdzie: F -stała, m -masa cząstki,

p_x, p_y, p_z są pędami uogólnionymi kanonicznie sprzężonymi ze współrzędnymi uogólnionymi x, y, z odpowiednio będącymi składowymi wektora wodzącego cząstki w układzie kartezjańskim. Określić nawias Poissona (L_x, H) gdzie L_x -rzut momentu pędu cząstki na oś Ox . Czy wielkość L_x jest stałą ruchu?