

V

Zad. 1. Maksymalna wartość prędkości punktu drgającego ruchem harmonicznym jest równa V_m , a wartość jego maksymalnego przyspieszenia a_m . Znaleźć funkcję opisującą położenie tego punktu od czasu wiedząc, iż w chwili $t=0$ punkt znajdował się w położeniu, w którym na punkt nie działała żadna siła. Czy podane warunki jednoznacznie pozwalają na wyznaczenie ruchu punktu? **Odp.** $x(t) = \pm \frac{V_m^2}{a_m} \sin\left(\frac{a_m}{V_m} t\right)$

Zad. 2. Ciało o masie $m=0,01\text{kg}$ wykonuje drgania harmoniczne o amplitudzie $A=0,1\text{m}$ i częstotliwości $f=100\frac{1}{\text{s}}$ (100Hz). Obliczyć maksymalną wartość siły harmoniczej, pod wpływem której odbywa się ruch ciała, oraz maksymalne wartości energii potencjalnej i kinetycznej ciała. **Odp. (częściowa)** $F_{\max} = 4\pi^2 m f^2 A = 40\pi^2 N$, $E_{\text{pot max}} = \frac{4\pi^2 m f^2 A^2}{2} = 2\pi^2 J$

Zad. 3. Pewne ciało wykonuje ruch harmoniczny o okresie $T=2\text{s}$ i amplitudzie $A=0,05\text{m}$. Obliczyć stosunek energii kinetycznej ciała do potencjalnej ciała, w chwili, gdy wychylenie wynosi połowę amplitudy. Zakładając, iż w chwili $t=0$ ciało znajdowało się w położeniu równowagi $x=0$, przy czym $\frac{dx}{dt}(t=0) > 0$, określić, po jakim czasie wychylenie ciała będzie wynosiło $x = \frac{A}{2}$ i z prędkością, o jakiej wartości będzie się wówczas ciało poruszało.

Odp. $\frac{E_{\text{kin}}(x = \frac{A}{2})}{E_{\text{pot}}(x = \frac{A}{2})} = 3$, $t = \frac{T}{12} = \frac{1}{6}\text{s}$, $V(x = \frac{A}{2}) = \sqrt{3} \frac{\pi A}{T} \approx 0,136 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Zad. 4. Ciało o masie $m=0,01\text{kg}$ wykonuje drganie harmoniczne opisywane zależnością:

$$x(t) = 2 \cos\left(\frac{\pi t}{2} + \frac{\pi}{6}\right) \quad (x \text{ wyrażone jest w metrach, } t \text{ w sekundach}).$$

- 1) Określić okres drgań harmonicznym.
- 2) W chwili, gdy wychylenie ciała od położenia równowagi wynosi $x=-1\text{m}$, obliczyć przyspieszenie ciała oraz jego energię kinetyczną i potencjalną.
- 3) Ile wynoszą maksymalne wartości:
 - a) prędkości ciała
 - b) przyspieszenia ciała
 - c) wypadkowej siły działającej na to ciało?

Dla jakich chwil czasu t powyższe wielkości przyjmują wartości maksymalne?

Odp. 1) $T = 4\text{s}$ 2) $a = \frac{\pi^2}{4} \frac{m}{\text{s}^2}$, $E_p = \frac{0,01\pi^2}{8} J$, $E_k = \frac{0,03\pi^2}{8} J$ 3) $|V|_{\max} = \pi \frac{m}{\text{s}}$ dla

$$t = \left(\frac{2}{3} + 2n\right)\text{s}; |a|_{\max} = \frac{\pi^2}{2} \frac{m}{\text{s}^2} \text{ oraz } |F|_{\max} = 0,01 \frac{\pi^2}{2} N \text{ dla } t = \left(\frac{5}{3} + 2n\right)\text{s} \text{ gdzie } n=0,1,2,3,\dots$$

Zad. 5. Energia całkowita ciała wykonującego drgania harmoniczne o amplitudzie A wynosi E . Wyznaczyć jaka będzie energia kinetyczna i potencjalna ciała w punkcie odległym o $\frac{\sqrt{2}}{2} A$

od położenia równowagi. **Odp.** $E_{\text{kin}} = E_{\text{pot}} = \frac{1}{2} E$

Zad. 6. Amplituda drgań harmonicznym jest równa $A=5\text{cm}$, a okres drgań $T=4\text{s}$. Znaleźć maksymalną wartość prędkości i przyspieszenia drgającego punktu.

Zad. 7 Do sprężyny został podwieszony ciężarek o masie m i wprowadzony w drgania z amplitudą A .

- a) Ile wynosi okres tych drgań?
- b) Ile wynosi całkowita energia drgań?
- c) Ile wynosi maksymalna szybkość ciężarka w trakcie drgań?

Wiadomo iż sprężyna **po zawieszeniu ciężarka** wydłuża się o d . Znana jest wartość przyspieszenia ziemskiego g

Odp. a) $T = 2\pi \sqrt{\frac{d}{g}}$, b) $E = \frac{mgA^2}{2d}$, c) $V_m = A\sqrt{\frac{g}{d}}$

Zad. 8. Na poziomym doskonale gładkim stole leży, przymocowane sprężyną ciało o masie M . W ciało to trafia pocisk o masie m lecący poziomo z prędkością o

