

I

**Zad. 1.** Rowerzysta porusza się ruchem jednostajnie przyspieszonym. W ciągu czasu  $t_1=10s$  przejechał on drogę o długości  $S_1=30m$ , przy czym wartość jego prędkości wzrosła  $n$ -krotnie ( $n=5$ ). Określić przyspieszenie rowerzysty. **Odp.**  $a = \frac{2S_1(n-1)}{t_1^2(n+1)} = 0,4m/s^2$

**Zad. 2.** Aby móc oderwać się od Ziemi samolot musi osiągnąć szybkość  $V_1 = 100 \frac{m}{s}$ . Znaleźć czas rozbiegu i przyspieszenie samolotu, jeżeli długość rozbiegu wynosi  $d=600m$ . Założyć iż ruch samolotu w trakcie rozbiegu jest jednostajnie przyspieszony.

**Zad. 3.** Samochód jadący z szybkością  $V_0=36km/h$  w pewnej chwili zaczął hamować tak, że zatrzymał się po upływie  $t_h=2s$ . Zakładając iż ruch samochodu był jednostajnie opóźniony, wyznaczyć opóźnienie  $a_{op}$  (lub ujemne przyspieszenie samochodu  $a=-a_{op}$ ) oraz drogę, jaką przebył on od rozpoczęcia hamowania. **Odp.**  $a_{op} = -a = \frac{V_0}{t_h} = 5 \frac{m}{s^2}$ ,  $S_h = \frac{V_0 t_h}{2} = 10m$

**Zad. 4.** Samochód jadący z szybkością (prędkością o wartości)  $V_0=20m/s$  zaczyna hamować i porusza się ruchem jednostajnie opóźnionym ze stałym opóźnieniem  $a_{op} = 5m/s^2$  (ujemnym przyspieszeniem  $a = -a_{op} = -5m/s^2$ ). Jaka będzie droga hamowania? Po jakim czasie samochód zatrzyma się?

**Zad. 5.** Droga hamowania pojazdu poruszającego się po linii prostej była równa  $S_h=30m$ . Wiadomo iż w trakcie hamowania, które trwało  $t_h=4s$  pojazd jechał ruchem jednostajnie opóźnionym. Określić wartość początkowej prędkości (początkową szybkość) z jaką jechał pojazd.

**Zad. 6.** Samochód porusza się z szybkością  $V_0 = 25 \frac{m}{s}$ . Na drodze  $S_1=40m$  zmniejsza swoją szybkość do  $V_1 = 15 \frac{m}{s}$ . Zakładając, że ruch samochodu jest jednostajnie opóźniony, znaleźć przyspieszenie samochodu i czas przebycia przez samochód drogi  $S_1$ .

**Odp.**  $t_1 = \frac{2S_1}{V_0 + V_1} = 2s$ ,  $a = \frac{V_1^2 - V_0^2}{2S_1} = -5 \frac{m}{s^2}$

**Zad. 7.** Wiadomo iż czas swobodnego (bez prędkości początkowej) spadku ciała z wieży na ziemię wyniósł  $t_s=2s$ . Określić szybkość ciała po przebyciu połowy drogi. Znana jest wartość przyspieszenia ziemskiego  $g=9,81 m/s^2$ .

**Zad. 8.** Chłopiec podrzuca piłkę do góry z prędkością początkową o wartości  $V_0$ . Po jakim czasie szybkość piłki zmniejszy się dwukrotnie? Na jakiej wysokości znajdować się będzie wówczas piłka? Znana jest wartość przyspieszenia ziemskiego  $g$ . **Odp.**  $t_p = \frac{V_0}{2g}$ ,  $h = \frac{3V_0^2}{8g}$

**Zad. 9.** Maszynista pociągu osobowego jadącego z szybkością (prędkością o wartości)  $V_1$  spostrzega w odległości  $d$  od początku swojego pociągu pociąg towarowy jadący po tym samym torze w tym samym kierunku z mniejszą prędkością o wartości  $V_2$ . Uruchamiając hamulce nadaje on swojemu pociągowi stałe ujemne przyspieszenie  $a=-a_{op}<0$  ( $a_{op}>0$ —opóźnienie). Pokazać, że jeżeli  $d > \frac{(V_1 - V_2)^2}{2a_{op}}$  to nie dojdzie do zderzenia, a jeżeli  $d \leq \frac{(V_1 - V_2)^2}{2a_{op}}$  to nastąpi zderzenie. Po jakim czasie ono nastąpi?

**Zad. 10.** Znaleźć wartość prędkości początkowej z jaką wyrzucono ciało pionowo do góry, jeżeli na wysokości  $h$  znajdowało się ono dwukrotnie w odstępie czasu  $\Delta t$ . Nie uwzględniać oporu powietrza. Znana jest wartość przyspieszenia ziemskiego  $g$ . **Odp.**  $V_0 = \sqrt{2gh + \left(\frac{g\Delta t}{2}\right)^2}$

**Zad. 11.** Ciało rzucono pionowo do góry z prędkością początkową o wartości  $V_0=20 m/s$ . Znaleźć odstęp czasu między chwilami, gdy ciało znajdowało się na wysokości równej połowie maksymalnej wysokości nad Ziemią. Znana jest wartość przyspieszenia ziemskiego  $g=9,81m/s^2$ .

**Zad. 12.** Ciało rzucone pionowo do góry powróciło na ziemię po upływie czasu  $t_c=3,0s$ . Jaka była wartość prędkości początkowej ciała? Na jaką wysokość wzniosło się ciało? Znana jest wartość przyspieszenia ziemskiego  $g=9,81m/s^2$ .

**Zad. 13.** Kula wystrzelona poziomo ze strzelby znajdującej się na wysokości  $h$  nad ziemią z początkową szybkością (prędkością o wartości równej)  $V_0$  przebiła dwie pionowo ustawione kartki papieru umieszczone w odległościach  $l_1$  i  $l_2$  od strzelby.

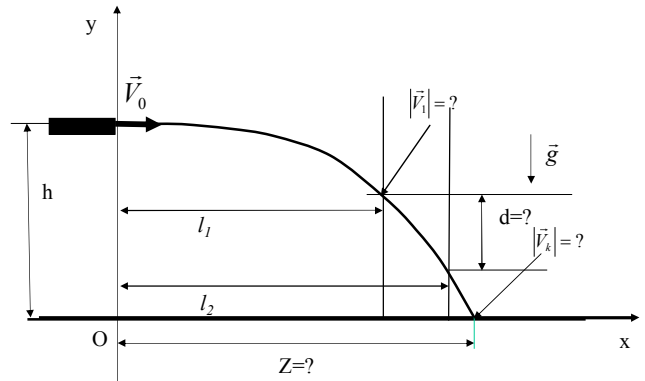
1) Określić wartość prędkości kuli w chwili przebijania kartki położonej w odległości  $l_1$  od strzelby.

2) Określić różnicę wysokości, na jakiej znajdują się otwory w kartkach.

3) Znaleźć równanie toru kuli w pokazanym na rysunku układzie współrzędnych.

4) Znaleźć odległość od początku układu współrzędnych do punktu, w którym kula uderzyła o ziemię oraz wartość prędkości kuli tuż przez jej spadkiem na ziemię.

Znana jest wartość przyspieszenia ziemskiego  $g$ . Założyć, iż w trakcie przechodzenia przez kartki prędkość kuli nie ulegała zmianie.

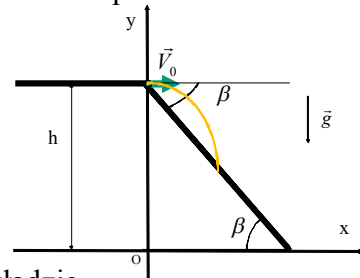


**Odp.** 1)  $|\vec{v}_1| = \sqrt{V_0^2 + \frac{g^2 l_1^2}{V_0^2}}$ , 2)  $d = \frac{g}{2V_0^2}(l_2^2 - l_1^2)$  3)  $y = h - \frac{gx^2}{2V_0^2}$  4)  $Z = \sqrt{\frac{2V_0^2 h}{g}}$   $V_k = \sqrt{V_0^2 + 2hg}$

**Zad. 14.** U szczytu zbocza o wysokości  $h$  wznoszącego się pod kątem  $\beta$  do poziomu wystrzelono kulę z armaty. Kula wyleciała z lufy z prędkością o wartości  $V_0$  poziomo (w kierunku równoległym do osi Ox) jak pokazano na rysunku. Na kulę działa wyłącznie siła ciężkości zwrócona pionowo w dół. Znana jest wartość przyspieszenia ziemskiego  $g$ .

Wyznaczyć w przyjętym na rysunku układzie współrzędnych

- równanie toru kuli,
- współrzędne punktu, w którym kula trafi w zbocze,
- czas po którym kula uderzy w zbocze,
- wartość prędkości kuli w chwili uderzenia w zbocze.



*Wsk.* Równanie płaszczyzny zbocza w przyjętym na rysunku układzie współrzędnych ma postać  $y = h - tg(\beta)x$

**Odp.** (częściowa) c)  $t = \frac{2V_0 tg(\beta)}{g}$  d)  $V = V_0 \sqrt{1 + 4tg^2(\beta)}$

**Zad. 15.** Ciało o masie  $m$  w chwili  $t=0$  wyrzucono z powierzchni ziemi z prędkością początkową o wartości  $V_0$  pod kątem  $\alpha$  do poziomu.

a) Znaleźć czas po którym ciało spadnie na ziemię  $t_c$ , zasięg rzutu ciała  $Z$  (odległość pomiędzy miejscem wyrzutu ciała i miejscem jego spadku na ziemię), maksymalną wysokość  $h$  na jaką wzniesie się ciało nad powierzchnię ziemi.

b) Pod jakim kątem do poziomu należy wyrzucić ciało z powierzchni ziemi, aby zasięg rzutu ciała był maksymalny?

c) Znaleźć równanie toru ciała.

Znana jest stała wartość przyspieszenia ziemskiego  $g$ .

**Odp. (częściowa)**  $t_c = \frac{2V_0 \sin(\alpha)}{g}$ ,  $Z = \frac{V_0^2 \sin(2\alpha)}{g}$ ,  $h = \frac{V_0^2 \sin^2(\alpha)}{2g}$ ,

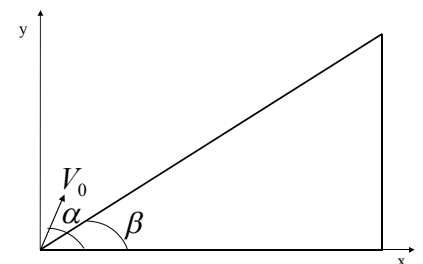
**równanie toru:**  $y = tg(\alpha)x - \frac{g}{2V_0^2 \cos^2(\alpha)}x^2$

**Zad. 16.** U podnóża zbocza wznoszącego się pod kątem  $\beta$  do poziomu wystrzelono kulę z armaty. Kula wyleciała z lufy z prędkością o wartości  $V_0$  pod kątem  $\alpha$  do poziomu. Wyznaczyć współrzędne punktu, w którym kula trafi w zbocze oraz czas po którym to nastąpi.

Znana jest wartość przyspieszenia ziemskiego  $g$ .

**Odp.**  $x_p = \frac{2V_0^2 \cos^2(\alpha)(tg(\alpha) - tg(\beta))}{g}$   
 $y_p = x_p tg(\beta) = \frac{2V_0^2 \cos^2(\alpha)(tg(\alpha) - tg(\beta))}{g} tg(\beta)$

$t_z = \frac{2V_0 \cos(\alpha)(tg(\alpha) - tg(\beta))}{g}$



**Zad. 17.** Ciało rzucono poziomo z wieży o pewnej wysokości nadając mu prędkość początkową o wartości  $V_0 = 4,0 \text{ m/s}$  skierowaną równoległe do powierzchni ziemi. Wartość prędkości ciała (szybkość) w momencie upadku na ziemię jest 4 razy większa od wartości prędkości początkowej. Obliczyć wysokość wieży, z której wyrzucono ciało oraz czas spadku ciała z wieży. Znana jest wartość przyspieszenia ziemskiego  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ . **Odp.**  $h = \frac{15V_0^2}{2g} = 12,2 \text{ m}$ ,  $t_s = \frac{\sqrt{15}V_0}{g} = 1,58 \text{ s}$

**Zad. 18.** Ciało wystrzelono poziomo z szybkością  $V_0 = 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  z punktu położonego na pewnej wysokości nad ziemią. Ciało to spadło na ziemię w odległości od punktu leżącego na ziemi pod miejscem wystrzału równej początkowej wysokości ciała nad ziemią. Określić czas trwania ruchu oraz szybkość końcową ciała. Znana jest wartość przyspieszenia ziemskiego  $g$ . W obliczeniach przyjmij jej przybliżoną wartość  $g = 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . **Odp.**  $t_k = \frac{2V_0}{g} = 2 \text{ s}$ ,  $V_k = \sqrt{5}V_0 = 21,9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

**Zad. 19.** Znaleźć promień obracającego się koła jeśli wiadomo, że szybkość (wartość prędkości) punktu znajdującego się na obwodzie koła jest  $n=3$  razy większa od wartości prędkości punktu położonego o  $d=4 \text{ cm}$  bliżej osi koła. **Odp.**  $R = \frac{n}{n-1}d = 6 \text{ cm}$

**Zad. 20.** Punkt materialny porusza się ruchem jednostajnym po okręgu o promieniu  $R$ . Wiadomo iż czas jednego pełnego obiegu okręgu jest równy  $T$ . Znaleźć długość wektora przyspieszenia z jakim porusza się ten punkt. **Odp.**  $|\vec{a}| = a_d = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$

**Zad. 21.** Dwie tarcze wirują ze stałą prędkością kątową wykonując  $f=3000$  obrotów w ciągu minuty. Tarcze są umieszczone na wspólnej osi w odległości  $d=5 \text{ cm}$ . Równoległe do osi został wystrzelony pocisk, który przebił obie tarcze. Otwór w drugiej tarczy jest przesunięty kątowno względem otworu w pierwszej tarczy o kąt  $\Delta\varphi = \pi/10$  rad. Jak była szybkość pocisku poruszającego się ze stałą prędkością?

**Odp.**  $V = \frac{2\pi f d}{\Delta\varphi} = 50 \text{ m/s}$

**Zad. 22.** Karuzela wykonuje  $f=30$  obrotów w ciągu minuty. Określić jaką prędkość kątową, szybkość oraz przyspieszenie dośrodkowe ma człowiek, który siedzi na karuzeli. Promień koła po którym porusza się człowiek wynosi  $R=4 \text{ m}$ . **Odp.**  $\omega = 2\pi f = \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ ,  $V = 2\pi f R = 4\pi \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ,  $a_n = a_d = 4\pi^2 f^2 R = 4\pi^2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

**Zad. 23.** Określić wartość przyspieszenia dośrodkowego ciała znajdującego się na równiku Ziemi. Porównać z wartością przyspieszenia ziemskiego na biegunie i równiku Ziemi. Przyjąć iż promień Ziemi  $R=6380 \text{ km}$ , zaś okres jej obrotu jest równy  $T=24 \text{ h}$ . **Odp.**  $a_d = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = 0,034 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

**Zad. 24.** Punkt materialny poruszający się ruchem jednostajnie przyspieszonym po okręgu o promieniu  $R=1 \text{ m}$  ze stałym przyspieszeniem kątowym wykonał  $n=100$  pełnych obiegów okręgu w ciągu  $t_k = 20 \text{ s}$ . Jaką prędkość kątową osiągnął ten punkt po upływie tego czasu? Jaką drogę pokonał on w ciągu czasu ruchu? Zakładamy iż w chwili początkowej punkt spoczywał.

**Odp.**  $\omega_k = \frac{4n\pi}{t_k} = 20\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$        $S = 2\pi R n = 200\pi \text{ m}$

**Zad. 25.** Punkt materialny porusza się po okręgu o promieniu  $R$  ruchem jednostajnie opóźnionym ze stałym ujemnym przyspieszeniem kątowym. Wiadomo iż w chwili początkowej  $t=0$  wartość prędkości kątowej punktu materialnego była równa  $\omega(t=0) = \omega_0$ . W trakcie ruchu punktu materialnego przebył on do chwili zatrzymania drogę  $S$ . Określić:

a) opóźnienie kątowe punktu materialnego  $\varepsilon_{op} = -\varepsilon > 0$  ( $\varepsilon$  - przyspieszenie kątowe)

b) czas trwania ruchu

**Odp.**  $\varepsilon_{op} = \frac{\omega_0^2 R}{2S}$        $t_h = \frac{2S}{\omega_0 R}$

\***Zad. 26.** Położenie samochodu poruszającego się po linii prostej wzdłuż osi  $Ox$  zmienia się z czasem zgodnie ze wzorem

$x(t) = At^3$  gdzie  $A = 1 \text{ m/s}^3$

Określić zależność prędkości i przyspieszenia samochodu od czasu.

Określić średnią szybkość samochodu w ruchu zachodzącym w przedziale czasu od  $t_p=1s$  do  $t_k=4s$ .