

Przykładowe pytania z fizyki I- studia dzienne inżynierskie na Wydziale MEiL

Pytania mające częściowo charakter pytań testowych

1) Które z poniższych stwierdzeń dotyczących promieniowania ciała doskonale czarnego są poprawne? **Zaznaczyć wszystkie poprawne odpowiedzi.**

- a) Minimalna wartość energii wymienianej między ciałem a promieniowaniem o długości fali λ rośnie ze wzrostem λ .
- b) Do określenia średniej energii modu promieniowania o częstotliwości ν można stosować klasyczną zasadę ekwipartycji energii.
- c) Klasyczny wzór Rayleigha-Jeansa daje wyniki zgodne ze wzorem Plancka służącym do poprawnego określenia spektralnej zdolności emisyjnej promieniowania emitowanego przez ciało doskonale czarne wówczas gdy częstota emitowanego promieniowania dąży do 0.
- d) Klasyczny wzór Rayleigha-Jeansa daje wyniki zgodne ze wzorem Plancka służącym do poprawnego określenia spektralnej zdolności emisyjnej promieniowania emitowanego przez ciało doskonale czarne wówczas gdy częstota emitowanego promieniowania dąży do ∞ .
- e) Długość fali dla której spektralna zdolność emisyjna (zdolność emisyjna zależna od częstotliwości emitowanego promieniowania) osiąga maksimum maleje ze wzrostem temperatury ciała
- f) Całkowita zdolność emisyjna ciała doskonale czarnego (powstała po scałkowaniu zdolności spektralnej po wszystkich możliwych częstotliwościach emitowanego promieniowania) jest proporcjonalna do temperatury ciała

2) Czy katastrofa w nadfiolecie wynikająca z wyprowadzonego w ramach klasycznej termodynamiki wzoru Rayleigha-Jeansa na rozkład widmowy promieniowania emitowanego przez ciało doskonale czarne jest związana z tym iż:

- a) zgodnie z tym wzorem zdolność emisyjna promieniowania emitowanego przez to ciało posiada maksimum dla częstotliwości odpowiadającej nadfioletowej części widma
- b) zgodnie z tym wzorem zdolność emisyjna dla niskich częstotliwości promieniowania dąży do ∞
- c) zgodnie z tym wzorem zdolność emisyjna dla wysokich częstotliwości promieniowania dąży do ∞
- d) w oparciu o ten wzór można pokazać, iż całkowita zdolność emisyjna analizowanego ciała jest nieskończona
- e) w oparciu o ten wzór można pokazać, iż całkowita zdolność emisyjna analizowanego ciała nie zależy od temperatury ciała
- f) ze wzoru tego wynika iż średnia energia modu promieniowania zawartego we wnętrzu wypełnionej promieniowaniem nie zależy od temperatury ciała z którego zbudowane są ścianki wnętrza

Zaznaczyć 2 poprawne odpowiedzi.

3) Jakie założenie niemające uzasadnienia w fizyce klasycznej zostało przyjęte w celu wyprowadzenia rozkładu Plancka widmowej zdolności emisyjnej ciała doskonale czarnego z eksperymentem

- a) energia wymieniana pomiędzy materią i promieniowaniem może być tylko równa całkowitej wielokrotności wielkości $h\nu$ gdzie h -stała Plancka, ν -częstość (częstotliwość) promieniowania
- b) energia wymieniana pomiędzy materią i promieniowaniem może być tylko równa całkowitej wielokrotności wielkości $h\nu^2$ (h -stała Plancka, ν -częstość promieniowania)
- c) średnia energia modu promieniowania zawartego we wnęce wypełnionej promieniowaniem zależy wyłącznie od temperatury ciała, a nie zależy od częstości promieniowania
- d) do określenia średniej energii modu promieniowania zawartego we wnęce wypełnionej promieniowaniem można wykorzystać zasadę ekwipartycji energii

Zaznaczyć poprawną odpowiedź.

4) Które z poniższych stwierdzeń poprawnie opisują wybrane cechy zjawiska fotoelektrycznego zewnętrznego?

- a) Ilość emitowanych z ciała (metal) elektronów nie zależy od natężenia padającego na ciało promieniowania elektromagnetycznego (fali elektromagnetycznej).
- b) Obserwuje się mierzalny odstęp czasu między czasem emisji pierwszych elektronów a czasem dotarcia do ciała promieniowania.
- c) Maksymalna energia emitowanych elektronów rośnie ze wzrostem natężenia padającego na ciało promieniowania.
- d) Maksymalna energia emitowanych elektronów rośnie ze wzrostem częstotliwości padającego na ciało promieniowania.
- e) Częstotliwość promieniowania padającego nie może być mniejsza od pewnej minimalnej wartości aby nastąpiła emisja elektronów
- f) Energia fotonu padającego promieniowania jest proporcjonalna do długości fali tego promieniowania.

Zaznaczyć wszystkie poprawne stwierdzenia

5) Czy efekt (zjawisko) Comptona polega na

- a) emisji elektronów z ciała stałego po pochłonięciu przez nie fotonów padającego na ciało promieniowania elektromagnetycznego
- b) emisji fotonów z powierzchni ciała stałego po skierowaniu na niego strumienia elektronów
- c) rozproszeniu promieniowania elektromagnetycznego na elektronach, których energia wiązania w atomach jest mała w stosunku do energii padających fotonów, którym fotony przekazują część swojej energii w trakcie zderzenia
- d) sprężystym rozpraszaniu promieniowania elektromagnetycznego na atomach, któremu nie towarzyszy zmiana energii fotonów w trakcie rozpraszania

Wybrać poprawną odpowiedź spośród podanych powyżej.

6) Które z poniższych stwierdzeń poprawnie opisują wybrane właściwości efektu Comptona?

- a) Promieniowanie rozproszone na elektronach walencyjnych atomu ma dłuższą długość fali niż promieniowanie padające.
- b) Zmiana długości fali promieniowania rozproszonego w stosunku do padającego zależy od rodzaju atomów tworzących materiał na którym następuje rozpraszanie.
- c) Zmiana długości fali promieniowania rozproszonego w stosunku do długości fali promieniowania padającego zależy wyłącznie od kąta pod jakim propaguje fala rozproszona względem kierunku propagacji fali padającej.
- d) Efekt Comptona obserwuje się eksperymentalnie dla światła widzialnego.

Zaznaczyć wszystkie poprawne stwierdzenia.

7a) Czy długość fali de Broglie'a związanej z odważnikiem o masie 1 kg poruszającym się z prędkością $V=1\text{m/s}$ jest

- a) większa niż odległość między atomami w kryształach

b) mniejsza od odległości między atomami w kryształe

7b) Czy w zjawisku dyfrakcji elektronów na kryształach ujawnia się

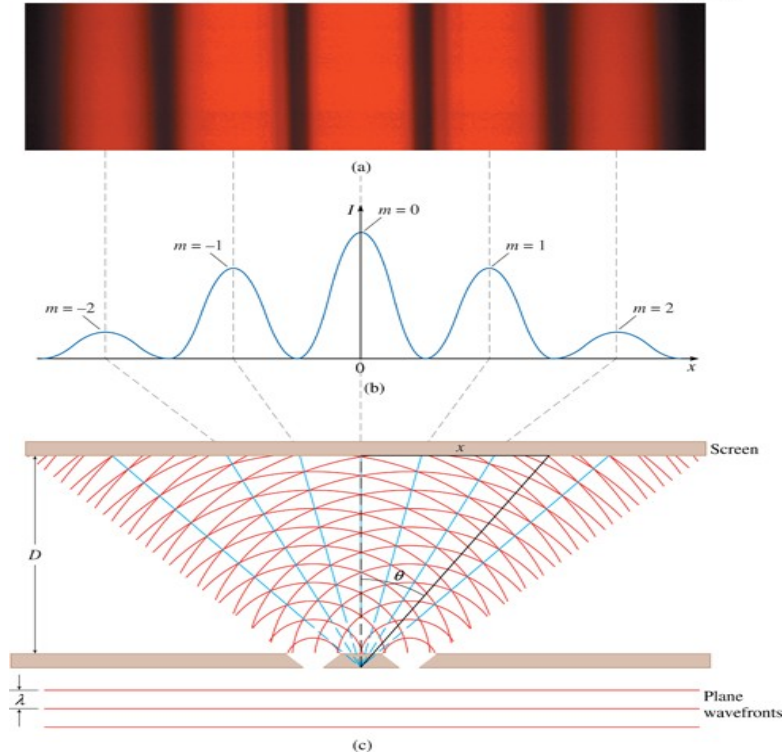
a) falowa natura elektronów

b) korpuskularna natura elektronów

7c). Czym jest foton?

7d). Czy można jednocześnie określić przez którą szczelinę przechodzi foton i otrzymać jednocześnie obraz interferencyjny na ekranie umieszczonym za przegrodą z tymi szczelinami oświetlonymi wiązką światła spójnego

Copyright © The McGraw-Hill Companies, Inc. Permission required for reproduction or display.



8) Czy poniższe stwierdzenia dotyczące atomu wodoru są prawdziwe?

- Długość wektora momentu pędu elektronu w atomie wodoru może przyjmować dowolne wartości dodatnie ze zbioru ciągłego.
- Energia elektronu w atomie wodoru może przyjmować tylko wartości pochodzące z dyskretnego zbioru wartości (jest skwantowana).
- Elektron może poruszać po orbitach o ściśle określonych promieniach.
- W myśl teorii przedstawionej przez Bohra elektron poruszając się wokół jądra po orbicie o ustalonym promieniu zawsze emituje promieniowanie elektromagnetyczne o częstotliwości równej częstotliwości obiegu jądra przez ten elektron.
- Gaz złożony z atomów wodoru emituje promieniowanie o widmie ciągłym.
- Powstawanie widma absorpcyjnego promieniowania jest związane z przechodzeniem atomów ze stanów o niższych energiach do stanów o wyższych energiach.
- Powstawanie widma emisyjnego promieniowania jest związane z przechodzeniem atomów ze stanów o niższych energiach do stanów o wyższych energiach.
- Zasadę korespondencji można stosować przy analizie zjawisk zachodzących w stanach w których elektron znajduje się na orbitach najbliższych jądra
- Przewidywania Bohra dotyczące energii elektronów w atomie wodoru są zgodne z przewidywaniami opartymi na znalezieniu akceptowalnego fizycznie rozwiązania

równania Schrödingera niezależnego od czasu (równania własnego dla operatora Hamiltona $\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$).

- j) Założenie Bohra dotyczące poruszania się elektronów w atomie wodoru po orbitach kołowych o ściśle określonych promieniach znalazło potwierdzenie w mechanice kwantowej w teorii opartej o rozwiązanie równania Schrödingera.
- k) Zapostulowane w modelu Bohra wartości kwadratu momentu pędu elektronu w atomie wodoru są takie same jak te wynikające z rozwiązania równania własnego dla operatora kwadratu momentu pędu.

Zaznaczyć wszystkie poprawne stwierdzenia. Zaniedbujemy wpływ efektów relatywistycznych na wyznaczenie energii atomu.

Określić długość fali promieniowania emitowanego na skutek przejścia elektronu w atomie ze stanu o energii E_2 do stanu o energii $E_1 < E_2$.

9) Które z poniższych stwierdzeń dotyczących działania lasera są prawdziwe?

- a) W trakcie pracy lasera musi zaistnieć inwersja obsadzeń.
- b) Proces emisji światła przez laser jest oparty na zjawisku emisji spontanicznej.
- c) Foton emitowany w procesie emisji wymuszonej ma tą samą fazę co foton wywołujący tą emisję.
- d) W przypadku wystąpienia inwersji obsadzeń liczba atomów znajdujących się w stanie o wyższej energii jest wyższa niż w stanie o niższej energii.
- e) W stanie inwersji obsadzeń liczba atomów w danym stanie maleje ze wzrostem energii stanu.
- f) Inwersja obsadzeń zachodzi w stanie równowagi termodynamicznej.
- g) W przypadku zaistnienia inwersji obsadzeń liczba aktów emisji fotonów promieniowania emitowanego przez atomy ośrodka czynnego lasera jest mniejsza od ilości fotonów o tej samej energii absorbowanych przez te atomy.
- h) Liczba procesów emisji wymuszonej zachodzących w danym ośrodku zależy od gęstości energii promieniowania o częstotliwości równej częstotliwości emitowanego promieniowania w tym ośrodku.
- i) Światło emitowane przez klasyczne źródła światła (np. żarówkę) odznacza się większą spójnością niż światło emitowane przez laser.

Zaznaczyć wszystkie prawdziwe twierdzenia.

10) Rozważyć układ złożony z atomów posiadających dwa dozwolone poziomy energetyczne o energiach E_1 oraz $E_2 > E_1$. Rozważyć prawdopodobieństwo

- 1) absorpcji promieniowania o częstotliwości $\nu = \frac{E_2 - E_1}{h}$ przez ten układ
- 2) emisji spontanicznej promieniowania o tej częstotliwości
- 3) emisji wymuszonej promieniowania o tej częstotliwości

Od których z poniższych czynników zależy według teorii zaproponowanej przez Einsteina prawdopodobieństwo zajścia powyższych procesów?

- a) ilości atomów w stanie o energii E_2
- b) ilości atomów w stanie o energii E_1
- c) ilości w układzie fotonów promieniowania elektromagnetycznego o częstotliwości ν

Zaznaczyć wszystkie poprawne odpowiedzi oddzielnie dla każdego z analizowanych procesów. Jaki warunek musi być koniecznie spełniony aby w układzie tym prawdopodobieństwo zajścia procesu emisji wymuszonej było większe od procesu absorpcji promieniowania o częstotliwości ν ?

Na czym polegał by efekt inwersji obsadzeń w rozważanym układzie?

11) Które z poniższych równań jest równaniem Schrödingera zależnym od czasu

a) $i\hbar \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V \right] \Psi$

b) $i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V \right] \Psi$

c) $i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = [\nabla + V] \Psi$

d) $i\hbar \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla + V \right] \Psi$

($\Delta = \nabla^2$). Sformułować w ogólnej postaci równanie Schrödingera niezależne od czasu. Wyjaśnić znaczenie wszystkich symboli pojawiających się w tym równaniu.

12) Wiemy, iż cząstka poruszająca się w przestrzeni jednowymiarowej opisana jest zespoloną funkcją falową $\Psi(x, t)$. Jak można określić dla chwili czasu t gęstość prawdopodobieństwa znalezienia tej cząstki w punkcie o współrzędnej x ?

a) $\rho = \Psi^2$

b) $\rho = \Psi^* \Psi$

c) $\rho = |\Psi|^2$

d) $\rho = |\Psi|$

e) $\rho = |\Psi|^2 x$

f) $\rho = |\Psi| x$

(Ψ^* oznacza funkcję sprzężoną w sposób zespolony do funkcji Ψ , $|\Psi|$ oznacza moduł funkcji Ψ)

Zaznaczyć wszystkie poprawne odpowiedzi.

13) Wiemy, iż cząstka poruszająca się w przestrzeni jednowymiarowej opisana jest zespoloną funkcją falową $\Psi(x, t)$. Jaki warunek musi spełniać funkcja falowa aby opisywana wzorem $\rho = |\Psi|^2 = \Psi^* \Psi$ wielkość naprawdę reprezentowała gęstość prawdopodobieństwa?

a) $\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi| dx = 1$

b) $\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi|^2 dx = 1$

c) $|\Psi| < 1$

d) funkcja falowa musi przyjmować wartości rzeczywiste

Zaznaczyć właściwą odpowiedź. Jak można określić prawdopodobieństwo znalezienia tej cząstki w przedziale $x_1 < x < x_2$?

14) Rozważamy funkcję falową opisującą cząstkę kwantową poruszającą się w obszarze potencjału przyjmującego we wszystkich punktach przestrzeni skończone wartości. Które z podanych niżej twierdzeń dotyczących własności tej funkcji są twierdzeniami **nieprawdziwymi**?

a) Wartości tej funkcji muszą być liczbami rzeczywistymi.

b) Funkcja ta nie może osiągać wartości nieskończonych.

c) Funkcja ta musi być funkcją ciągłą swoich argumentów przestrzennych.

d) Funkcja ta musi być funkcją jednoznaczną.

e) Funkcja ta w żadnym punkcie przestrzeni nie może przyjmować wartości równej zero.

f) Pierwsza pochodna tej funkcji po każdej ze zmiennych przestrzennych musi być funkcją ciągłą.

Zaznaczyć wszystkie błędne stwierdzenia.

15) Zasada nieoznaczoności Heisenberga wprowadza ograniczenie na możliwość jednoczesnego dokładnego pomiaru

- a) tych samych składowych wektorów wodzącego i pędu cząstki
- b) różnych składowych wektorów wodzącego i pędu cząstki
- c) różnych składowych wektora wodzącego cząstki
- d) różnych składowych wektora pędu cząstki
- e) energii cząstki podczas pomiaru trwającego skończony czas
- f) energii cząstki istniejącej przez skończony okres czasu

Zaznaczyć wszystkie poprawne stwierdzenia.

Czy można wyznaczyć dokładnie tor cząstki kwantowej?

16) Które z poniższych twierdzeń dotyczących paczki falowej są prawdziwe?

- a) Cząstka opisana paczką falową ma ściśle określone położenie.
- b) Cząstka opisana paczką falową ma ściśle określony pęd.
- c) Nie można jednocześnie określić dokładnie pędu i położenia cząstki opisanego paczką falową.
- d) W czasie ewolucji paczki falowej opisującej cząstkę swobodną maleje dokładność z jaką możemy przewidzieć wynik pomiaru położenia tej cząstki.
- e) Paczka falowa porusza się z prędkością grupowa równą prędkości klasycznej cząstki, z którą można związać ta paczkę.
- f) Paczka falowa porusza się z prędkością fazową równą prędkości klasycznej cząstki, z którą można związać ta paczkę.
- g) Cząstka opisana paczką falową znajduje się w stanie stacjonarnym

Zaznaczyć wszystkie poprawne stwierdzenia.

17) Znamy rozwiązania równania Schrödingera niezależnego od czasu

$$-\frac{\hbar}{2m} \Delta \psi_n(\vec{r}) + V(\vec{r}) \psi_n(\vec{r}) = E_n \psi_n(\vec{r})$$

Które z poniższych stwierdzeń dotyczących właściwości stanu stacjonarnego w jakim znajduje się cząstka kwantowa są stwierdzeniami prawdziwymi?

Zaznaczyć wszystkie poprawne stwierdzenia.

- a) W stanie stacjonarnym funkcja falowa opisująca cząstkę kwantową nie zależy od czasu.
- b) W stanie stacjonarnym gęstość prawdopodobieństwa znalezienia cząstki w przestrzeni nie zależy od czasu.
- c) W stanie stacjonarnym znana jest energia cząstki.
- d) W stanie stacjonarnym znane jest położenie cząstki.
- e) W stanie stacjonarnym funkcja falowa opisująca cząstkę stanowi superpozycję co najmniej dwóch funkcji będących rozwiązaniem równania Schrödingera niezależnego od czasu o różnych energiach
- f) W stanie stacjonarnym funkcje falową opisującą cząstkę kwantową można wyrazić wzorem $\psi(\vec{r}, t) = \psi_n(\vec{r}) \exp\left(-\frac{iE_n t}{\hbar}\right)$.
- g) W stanie stacjonarnym funkcje falową opisującą cząstkę kwantową można wyrazić wzorem $\psi(\vec{r}, t) = \psi_n(\vec{r}) \exp\left(-\frac{E_n t}{\hbar}\right)$.
- h) W stanie stacjonarnym funkcje falową opisującą cząstkę kwantową można wyrazić wzorem $\psi(\vec{r}, t) = \sum_n c_n(t) \psi_n(\vec{r}) \exp\left(-\frac{iE_n t}{\hbar}\right)$ w którym co najmniej dwa współczynniki c_n są różne od zera.

- 18) Rozważyć cząstkę swobodną o masie m i energii E poruszającą się w przestrzeni jednowymiarowej opisaną poniższą funkcją falową

$$\Psi(x,t) = A \exp(ikx - i\omega t) \text{ gdzie } \omega = \frac{E}{\hbar}, k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$$

Które z poniższych stwierdzeń są stwierdzeniami prawdziwymi?

- a) W stanie określonym tą funkcją falową dokładnie określony jest pęd cząstki równy $p = \hbar k$.
- b) W stanie określonym tą funkcją falową dokładnie określone jest położenie cząstki równe $x=0$.
- c) W stanie określonym tą funkcją falową nieoznaczoność pędu cząstki jest równa $\Delta p = 0$.
- d) W stanie określonym tą funkcją falową nieoznaczoność pędu cząstki jest równa $\Delta p = \hbar k$.
- e) W stanie określonym tą funkcją falową nieoznaczoność pędu cząstki jest równa $\Delta p = \infty$.
- f) W stanie określonym tą funkcją falową nieoznaczoność położenia cząstki jest równa $\Delta x = 0$.

Zaznaczyć wszystkie prawdziwe stwierdzenia

- 19) Rozważyć cząstkę poruszającą się w obszarze nieskończonej głębokiej studni potencjału danej wzorem

$$V(x) = \begin{cases} \infty & \text{dla } x < 0 \\ 0 & \text{dla } 0 < x < L \\ \infty & \text{dla } x > L \end{cases}$$

Które z poniższych stwierdzeń są prawdziwe?

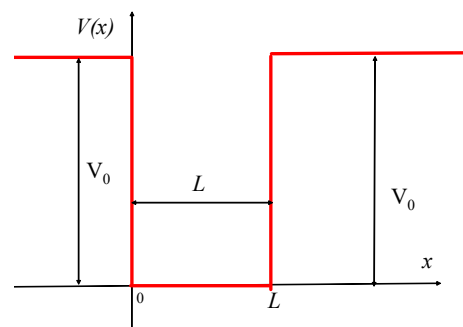
- a) Funkcja falowa wnika w obszar barier potencjału.
- b) Nie jest możliwe znalezienie cząstki w obszarach barier potencjału.
- c) Długość fali materii λ związanej z cząstką spełnia relację $L=n\lambda/2$ (n -liczba całkowita dodatnia).
- d) Odstępy między dozwolonymi wartościami energii cząstki są jednakowe.
- e) Odstępy pomiędzy dozwolonymi energiami cząstki maleją ze wzrostem szerokości studni kwantowej L .
- f) Najmniejsza energia cząstki maleje ze wzrostem szerokości studni kwantowej L .
- g) Najmniejsza energia cząstki jest równa zeru.

Jaką postać ma gęstość prawdopodobieństwa znalezienia tej cząstki w przestrzeni $\rho(x)$ gdy znajduje się ona w stanie podstawowym o najniższej energii? Jak zmienia się postać funkcji opisującej gęstość prawdopodobieństwa $\rho(x)$ przy wzroście energii cząstki? Wykreślić funkcje opisującą gęstość prawdopodobieństwa dla dwóch stanów o najniższych energiach.

- 20) Rozważamy cząstkę kwantową o energii $E < V_0$ poruszającą się w potencjale danym wzorem:

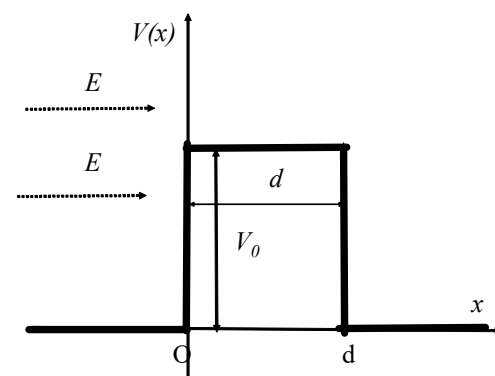
$$V(x) = \begin{cases} V_0 & \text{dla } x < 0 \\ 0 & \text{dla } 0 < x < L \\ V_0 & \text{dla } x > L \end{cases}$$

opisującym studnię kwantową o skończonej głębokości. Które z poniższych stwierdzeń są stwierdzeniami prawdziwymi?



- a) W wyniku pomiaru energii cząstki można otrzymać **dowolną** liczbę rzeczywistą nieujemną pochodzącą z ciągłego zbioru liczb rzeczywistych nieujemnych.
 - b) Energia cząstki nie może być równa zero.
 - c) Prawdopodobieństwo znalezienia cząstki w obszarach barier o $x > L$ oraz $x < 0$ jest równe zero.
 - d) Istnieją stany stacjonarne o określonej energii w przypadku których gęstość prawdopodobieństwa znalezienia cząstki w punkcie o $x = 2L$ jest większa niż w punkcie $x = L$.
 - e) Gęstość prawdopodobieństwa znalezienia cząstki w dowolnym punkcie w studni (czyli w obszarze o x z zakresu $0 < x < L$) jest jednakowa.
 - f) Istnieją stany stacjonarne o określonej energii w przypadku których w obszarze studni można wyróżnić punkty, w których gęstość prawdopodobieństwa znalezienia tam cząstki osiąga wartość zero.
 - g) Najmniejsza energia cząstki maleje ze wzrostem głębokości studni kwantowej V_0
- Zaznaczyć wszystkie prawdziwe stwierdzenia.**
- 21) Cząstka o energii E pada z lewej strony na barierę potencjału o szerokości d i wysokości V_0 pokazaną na rysunku opisaną potencjałem:

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x < 0 \\ V_0 & \text{dla } 0 < x < d \\ 0 & \text{dla } x > d \end{cases}$$



- I) Który z poniższych zestawów wzorów można wykorzystać do wyznaczenia współczynnika transmisji cząstki T przez barierę potencjału oraz odbicia cząstki R od tej bariery w przypadku gdy $E < V_0$,

a) $T = \frac{4k^2\kappa^2}{4\kappa^2k^2 + (\kappa^2 + k^2)^2 \sinh^2(\kappa d)}$

$R = \frac{(\kappa^2 + k^2)^2 \sinh^2(\kappa d)}{4\kappa^2k^2 + (\kappa^2 + k^2)^2 \sinh^2(\kappa d)}$

b) $T = \frac{4k^2\kappa^2}{4\kappa^2k^2 + (\kappa^2 + k^2)^2 \sinh^2(\kappa d)}$

$R = \frac{(\kappa^2 - k^2)^2 \sinh^2(\kappa d)}{4\kappa^2k^2 + (\kappa^2 + k^2)^2 \sinh^2(\kappa d)}$

c) $T = \frac{4k^2\kappa^2}{4\kappa^2k^2 + (k^2 - \kappa^2)^2 \sin^2(\kappa d)}$

$R = \frac{(\kappa^2 - k^2)^2 \sin^2(\kappa d)}{4\kappa^2k^2 + (\kappa^2 - k^2)^2 \sin^2(\kappa d)}$

d) $T = \frac{4k^2\kappa^2}{4\kappa^2k^2 + (k^2 - \kappa^2)^2 \sin^2(\kappa d)}$

$R = \frac{(\kappa^2 + k^2)^2 \sin^2(\kappa d)}{4\kappa^2k^2 + (\kappa^2 - k^2)^2 \sin^2(\kappa d)}$

gdzie $\kappa = \frac{\sqrt{2m(V_0 - E)}}{\hbar}$, $k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$, $\sinh(x) = \frac{\exp(x) - \exp(-x)}{2}$,
 $\sin(x) = \frac{\exp(ix) - \exp(-ix)}{2i}$.

Zaznaczyć poprawną odpowiedź.

II) Który z poniższych zestawów wzorów można wykorzystać do wyznaczenia współczynnika transmisji cząstki T nad barierą potencjału oraz odbicia cząstki R od tej bariery w przypadku gdy $E > V_0$,

a)	$T = \frac{4k^2 k_2^2}{4\kappa^2 k_2^2 + (k^2 - k_2^2)^2 \sin^2(k_2 d)}$	$R = \frac{(k^2 - k_2^2)^2 \sin^2(k_2 d)}{4\kappa^2 k_2^2 + (k^2 - k_2^2)^2 \sin^2(k_2 d)}$
b)	$T = \frac{4k^2 k_2^2}{4\kappa^2 k_2^2 + (k^2 - k_2^2)^2 \sin^2(k_2 d)}$	$R = \frac{(k^2 + k_2^2)^2 \sin^2(k_2 d)}{4\kappa^2 k_2^2 + (k^2 - k_2^2)^2 \sin^2(k_2 d)}$
c)	$T = \frac{4k^2 k_2^2}{4\kappa^2 k_2^2 + (k^2 - k_2^2)^2 \sinh^2(k_2 d)}$	$R = \frac{(k^2 - k_2^2)^2 \sinh^2(k_2 d)}{4\kappa^2 k_2^2 + (k^2 - k_2^2)^2 \sinh^2(k_2 d)}$
d)	$T = \frac{4k^2 k_2^2}{4\kappa^2 k_2^2 + (k^2 - k_2^2)^2 \sinh^2(k_2 d)}$	$R = \frac{(k^2 + k_2^2)^2 \sinh^2(k_2 d)}{4\kappa^2 k_2^2 + (k^2 - k_2^2)^2 \sinh^2(k_2 d)}$

gdzie $k_2 = \frac{\sqrt{2m(E - V_0)}}{\hbar}$, $k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$, $\sinh(x) = \frac{\exp(x) - \exp(-x)}{2}$, $\sin(x) = \frac{\exp(ix) - \exp(-ix)}{2i}$.

Zaznaczyć poprawną odpowiedź.

22) Które z poniższych stwierdzeń są stwierdzeniami prawdziwymi?

- Prawdopodobieństwo tunelowania cząstki o energii mniejszej od wysokości bariery potencjału przez pojedynczą barierę potencjału może być równe 1.
- Prawdopodobieństwo transmisji cząstki o energii mniejszej od wysokości bariery potencjału przez pojedynczą niezbyt cienką barierę potencjału maleje w przybliżeniu wykładniczo ze wzrostem grubości bariery.
- Suma współczynników transmisji cząstki przez barierę potencjału T i odbicia cząstki od tej bariery potencjału R jest zawsze równa 1.
- Współczynnik transmisji cząstki przez podwójną barierę potencjału może być równy 1.
- Współczynnik transmisji cząstki przez podwójną barierę potencjału maleje monotonicznie ze wzrostem odległości między barierami potencjału tworzącymi podwójną barierę potencjału.

Zaznaczyć wszystkie poprawne odpowiedzi.

23) Z czym wiąże się wysoka rozdzielczość obrazów które można uzyskać przy pomocy skaningowego mikroskopu tunelowego?

- z silną zależnością współczynnika transmisji przez barierę potencjału od grubości bariery przez którą zachodzi tunelowanie
- rezonansowym tunelowaniem elektronów przez podwójną barierę potencjału
- występowaniem ujemnego oporu różnicowego
- zjawiskiem Ramsauera

Zaznaczyć poprawną odpowiedź spośród podanych powyżej.

24) W których z poniższych układów można obserwować wyraźnie ujemny opór różniczkowy?

- W tunelowaniu elektronów pomiędzy dwoma metalami rozdzielonymi izolatorem pełniącym rolę pojedynczej bariery potencjału

- b) W tunelowaniu elektronów i dziur pomiędzy pasmem walencyjnym i przewodnictwa w silnie domieszkowanym półprzewodnikowym złączu n-p
- c) W przepływie prądu w złączu n-p wynikającym z przepływu elektronów pomiędzy pasmami przewodnictwa obu półprzewodników
- d) W tunelowaniu elektronów poprzez podwójną barierę potencjału pomiędzy dwoma metalami

Zaznaczyć 2 poprawne odpowiedzi spośród podanych powyżej.

- 25) Energia kwantowego jednowymiarowego oscylatora harmonicznego tzn. cząstki o masie m poruszającej się w obszarze potencjału danego wzorem $V = \frac{1}{2}kx^2$ wyraża się wzorem:

$$E = \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right) \text{ (gdzie } \hbar = \frac{h}{2\pi}, h\text{-stała Plancka, } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}).$$

Czy liczba n w powyższym wzorze może być

- a) wielokrotnością liczby $\frac{1}{2}$ spełniającą warunek $n \geq -\frac{1}{2}$ tzn.

$$n = -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, \dots$$

- b) dowolną liczbą naturalną łącznie z zerem tzn. $n = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$

- c) dowolną liczbą całkowitą tzn. $n = \dots - 4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots$

- d) dowolną liczbą rzeczywistą?

Zaznaczyć poprawną odpowiedź.

- 26) Zakładając, iż A oznacza klasyczna amplitudę drgań oscylatora harmonicznego czyli cząstki poruszającej się potencjałe $V = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m\omega^2x^2$ zależną od energii oscylatora

E i daną wzorem $A = \sqrt{\frac{2E}{m\omega^2}}$ określić, które z poniższych twierdzeń są słuszne w przypadku kwantowego oscylatora?

- a) Istnieje różne od zera prawdopodobieństwo znalezienia cząstki w obszarze w którym $x > A$.
- b) Gęstość prawdopodobieństwa znalezienia cząstki w obszarze w którym $-A < x < A$ nie zależy od x .
- c) W stanie podstawowym o najniższej energii gęstość prawdopodobieństwa znalezienia oscylatora jest maksymalna dla $x \approx \pm A$.
- d) Istnieją stany stacjonarne w przypadku których gęstość prawdopodobieństwa znalezienia oscylatora jest równa zero w punktach dla których $-A < x < A$.
- e) W obszarze $x > A$ gęstość prawdopodobieństwa znalezienia oscylatora rośnie wraz ze wzrostem x .
- f) W obszarze $x > A$ gęstość prawdopodobieństwa znalezienia oscylatora traktowana jako funkcja x jest dana funkcją niemonotoniczną (gęstość ta oscyluje wraz ze zmianami x).
- g) Odstępy między dozwolonymi energiami oscylatora są jednakowe.
- h) Energia kwantowego oscylatora jest zawsze dodatnia.

Zaznaczyć wszystkie poprawne stwierdzenia.

- 27) Czy wartości własne operatora Hamiltona $\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + V$ dla cząstki kwantowej są

- a) dozwolonymi wartościami energii jakie może posiadać cząstka kwantowa

- b) dozwolonymi wartościami pędu jakie może posiadać cząstka kwantowa
- c) dozwolonymi wartościami momentu pędu jakie może posiadać cząstka kwantowa
- d) możliwymi wynikami pomiaru położenia cząstki?

28) Które z poniższych równań może być równoważne równaniu Schrödingera niezależnemu od czasu dla cząstki kwantowej? **Zaznaczyć właściwe równanie spośród podanych poniżej.**

- a) $\hat{L}^2\psi = L^2\psi$
- b) $\hat{H}\psi = 0$
- c) $\frac{1}{2m}\hat{p}^2\psi = 0$
- d) $\hat{H}\psi = E\psi$

gdzie $\hat{H}$ –operator Hamiltona, $\hat{p}^2$ - operator kwadratu pędu, $\hat{L}^2$ -operator kwadratu momentu pędu, m -masa cząstki, E - energia cząstki

29) Które z poniższych równań jest równoważne równaniu Schrödingera zależnemu od czasu? **Zaznaczyć właściwe równanie spośród podanych poniżej.**

- a) $\hat{H}\Psi = \hbar \frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2}$
- b) $\hat{H}\Psi = i\hbar \frac{\partial\Psi}{\partial t}$
- c) $\hat{p}^2\psi = i\hbar \frac{\partial\Psi}{\partial t}$
- d) $\hat{L}^2\Psi = \hbar^2 \frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2}$

gdzie $\hat{H}$ –operator Hamiltona, $\hat{p}^2$ - operator kwadratu pędu, $\hat{L}^2$ -operator kwadratu momentu pędu

30) Znamy układ ortonormalnych funkcji własnych operatora $\hat{A}$ spełniających równanie własne:

$$\hat{A}\psi_n(\vec{r}) = a_n\psi_n(\vec{r}) \quad (n=1,2,3,\dots)$$

Co można powiedzieć o wartości oczekiwanej operatora $\hat{A}$ w przypadku gdy układ znajduje się w stanie własnym operatora $\hat{A}$ odpowiadającym wartości własnej a_1 ?

- a) Wartość oczekiwana $\langle\hat{A}\rangle$ nie jest równa żadnej z wartości własnych tego operatora.
- b) Wartość oczekiwana jest równa wartości własnej a_1 czyli $\langle\hat{A}\rangle = a_1$.
- c) Wartość oczekiwana jest równa kwadratowi wartości własnej a_1 czyli $\langle\hat{A}\rangle = a_1^2$.
- d) Wartość oczekiwana $\langle\hat{A}\rangle$ jest równa średniej arytmetycznej wszystkich wartości własnych tego operatora.
- e) Wartość oczekiwaną można wyznaczyć ze wzoru $\langle\hat{A}\rangle = \int_R |\psi_1|^2 d^3r$.

Zaznaczyć poprawną odpowiedź.

31) Założyć, iż znamy układ ortonormalnych funkcji własnych operatora $\hat{A}$ spełniających równanie własne

$$\hat{A}\psi_n(\vec{r}) = a_n\psi_n(\vec{r}) \quad (n=1,2,3,\dots)$$

Przyjąć, iż widmo wartości własnych tego operatora jest dyskretne i nie jest zdegenerowane. Zakładamy, iż cząstka kwantowa znajduje się w stanie opisanym funkcją falową $\Psi(\vec{r}, t)$, przy czym funkcja ta jest unormowana tzn. $\int \Psi^* \Psi d^3 r = 1$.

Który z poniższych wzorów można wykorzystać do określenia wartości oczekiwanej operatora $\hat{A}$ dla cząstki znajdującej się w stanie opisanym funkcją falową $\Psi(\vec{r}, t)$

a) $\langle \hat{A} \rangle = \int \Psi^* \hat{A} \Psi d^3 r$

b) $\langle \hat{A} \rangle = \int \hat{A} \Psi^* \Psi d^3 r$

c) $\langle \hat{A} \rangle = \sum_n P(A = a_n) a_n$

d) $\langle \hat{A} \rangle = \sum_n P(A = a_n) a_n^2$

e) $\langle \hat{A} \rangle = \frac{1}{N} \sum_n a_n$

gdzie N – liczba różnych wartości własnych tego operatora.

$P(A = a_n) = |c_n|^2 = \left| \int_{R^3} \psi_n^* \Psi d^3 r \right|^2$ - prawdopodobieństwo uzyskania w pomiarze wielkości

fizycznej której odpowiada operator $\hat{A}$ wartości a_n

Sumowanie w powyższych wzorach obejmuje wszystkie wartości własne operatora $\hat{A}$

Zaznaczyć wszystkie poprawne odpowiedzi.

32) Założyć, iż znamy układ ortonormalnych funkcji własnych operatora $\hat{A}$ spełniających równanie własne:

$\hat{A} \psi_n(\vec{r}) = a_n \psi_n(\vec{r}) \quad (n=1,2,3,\dots)$

Przyjąć, iż widmo wartości własnych tego operatora nie jest zdegenerowane.

Jakie wartości i z jakim prawdopodobieństwem można otrzymać w wyniku pomiaru wielkości fizycznej odpowiadającej operatorowi $\hat{A}$ dla cząstki opisywanej unormowaną funkcją falową $\Psi(\vec{r})$?

a) wartość równą jednej z wartości własnych a_n z prawdopodobieństwem równym

$P(A = a_n) = \left| \int_{R^3} \psi_n^* \Psi d^3 r \right|^2$

b) wartość równą jednej z wartości własnych a_n z prawdopodobieństwem równym

$P(A = a_n) = \int_{R^3} \psi_n^* \Psi d^3 r$

c) wartość równą jednej z wartości własnych a_n z prawdopodobieństwem równym

$P(A = a_n) = |c_n|^2$

gdzie c_n współczynnik stojący przy funkcji ψ_n we wzorze $\Psi = \sum_i c_i \psi_i$

d) wartość równą jednej z wartości własnych a_n z prawdopodobieństwem równym

$P(A = a_n) = c_n$

gdzie c_n współczynnik stojący przy funkcji ψ_n we wzorze $\Psi = \sum_i c_i \psi_i$

e) wartość równą jednej z wartości własnych a_n z prawdopodobieństwem równym

$P(A = a_n) = \int_R d^3 r |\psi_n|^2$

f) wartości dane wzorem $\int_R |\psi_n|^2 d^3r$ z prawdopodobieństwem równym $|c_n|^2$

Zaznaczyć wszystkie poprawne odpowiedzi spośród podanych powyżej.

- 33) Założyć, iż znamy układ ortonormalnych funkcji własnych operatora $\hat{A}$ spełniających równanie własne:

$$\hat{A}\psi_n(\vec{r}) = a_n\psi_n(\vec{r}) \quad (n=1,2,3,\dots)$$

Przyjąć, iż widmo wartości własnych tego operatora nie jest zdegenerowane.

Ponadto wiadomo iż stan cząstki przed pomiarem był opisany funkcją falową $\Psi(\vec{r})$, zaś w wyniku pomiaru wielkości fizycznej, której odpowiada operator $\hat{A}$ uzyskano wartość a_n . W jakim stanie znajdzie się opisywana cząstka zaraz po takim pomiarze?

- a) w stanie opisanym funkcją $\Psi(\vec{r})$ opisująca stan cząstki tuż przed pomiarem
- b) w stanie opisanym funkcją własną $\psi_n(\vec{r})$
- c) w stanie opisanym jedną z funkcji własnych operatora $\hat{A}$ różną od funkcji $\psi_n(\vec{r})$
- d) w stanie, którego nie można określić w oparciu o przedstawione w pytaniu informacje

Zaznaczyć poprawną odpowiedź spośród odpowiedzi podanych powyżej.

- 34) Które z poniższych stwierdzeń są stwierdzeniami prawdziwymi? **Zaznaczyć wszystkie prawdziwe stwierdzenia.**

- a) Wartości własne operatora hermitowskiego są rzeczywiste
- b) Wartości własne operatora hermitowskiego są zawsze dodatnie
- c) Możliwymi wynikami pomiarów wielkości fizycznych są tylko wartości własne operatorów związanych z tymi wielkościami fizycznymi
- d) Wartość oczekiwana dowolnego operatora jest zawsze równa jednej z wartości własnych tego operatora
- e) Funkcje własne operatora hermitowskiego o niezdegenerowanym widmie wartości własnych są zawsze ortogonalne do siebie
- f) Funkcje własne operatora hermitowskiego o niezdegenerowanym widmie wartości własnych przyjmują zawsze wartości rzeczywiste

- 35) **Zaznaczyć wszystkie poprawne stwierdzenia spośród podanych poniżej.**

- a) Istnieje możliwość jednoczesnego dokładnego wyznaczenia wartości wielkości fizycznych, którym odpowiadają operatory $\hat{A}$ i $\hat{B}$, gdy komutator tych operatorów jest różny od zera.
- b) Istnieje możliwość jednoczesnego dokładnego wyznaczenia wartości wielkości fizycznych, którym odpowiadają operatory $\hat{A}$ i $\hat{B}$, gdy operatory te mają wspólny układ funkcji własnych.
- c) Operatory $\hat{A}$ i $\hat{B}$ mają wspólny układ funkcji własnych gdy komutator tych operatorów jest równy zeru.
- d) Istnieje możliwość dokładnego jednoczesnego określenia pędu i położenia cząstki kwantowej.

- 36) Podać które z poniższych komutatorów są równe zeru

- | | |
|-----------------------------|-----------------------------|
| a) $[\hat{x}, \hat{p}_x]$ | b) $[\hat{p}_x, \hat{p}_y]$ |
| c) $[\hat{x}, \hat{p}_y]$ | d) $[\hat{x}, \hat{y}]$ |
| e) $[\hat{L}_z, \hat{L}_y]$ | f) $[\hat{L}_y, \hat{L}^2]$ |

g) $[\hat{L}_y, \hat{L}_z]$

h) $[\hat{L}_z, \hat{L}^2]$

gdzie:

 $\hat{x}$ - operator x -owej składowej wektora wodzącego cząstki, $\hat{y}$ - operator y -owej składowej wektora wodzącego cząstki, $\hat{p}_x$ - operator x -owej składowej wektora pędu cząstki, $\hat{p}_y$ - operator y -owej składowej wektora pędu cząstki, $\hat{L}_y$ - operator y -owej składowej wektora momentu pędu cząstki, $\hat{L}_z$ - operator z -owej składowej wektora momentu pędu cząstki, $\hat{L}^2$ - operator kwadratu wektora momentu pędu cząstki.

37) Określić spełnienie której z poniższych relacji zapewnia to iż funkcja ψ_m jest funkcją własną operatora $\hat{A}$.

a) $\hat{A}\psi_m = a_m \psi_m$

b) $\hat{A}^2\psi_m = a_m \psi_m$

c) $\hat{A}\psi_m = a_m \psi_m^2$

d) $\hat{A}\psi_m^2 = a_m \psi_m^2$

38) Wiadomo iż zachodzą poniższe relacje

a) $\hat{A}\psi_{n3} = a_{n3} \psi_{n3}$

b) $\hat{A}\psi_{n2} = a_{n2} \psi_{n2}$

c) $\hat{A}\psi_{n1} = a_{n1} \psi_{n1}$

przy czym $a_{n1} = a_{n2} \neq a_{n3}$ a funkcje ψ_{n1} , ψ_{n2} , ψ_{n3} są liniowo niezależne

Czy widmo wartości własnych operatora $\hat{A}$ jest zdegenerowane? Które z powyższych funkcji są na pewno ortogonalne do siebie? Zapisać warunek ortogonalności które one spełniają?

39) Zgodnie z prawami mechaniki kwantowej dla cząstki kwantowej można jednocześnie wyznaczyć

a) rzut momentu pędu na dwie różne osie kartezjańskiego układu współrzędnych

b) rzut momentu pędu na oś Ox i kwadrat momentu pęduc) rzut momentu pędu na oś Oz i kwadrat momentu pędu

d) wszystkie składowe wektora momentu pędu oraz jego długość.

Zaznaczyć wszystkie prawdziwe stwierdzenia. Czy rzut momentu pędu na wybraną oś (np. oś OZ) może być równy długości wektora momentu pędu?

40) Zgodnie z prawami mechaniki kwantowej dla elektronu w atomie wodoru można jednocześnie wyznaczyć

a) energie elektronu oraz rzut (orbitalnego) momentu pędu oraz spinu na dwie różne osie kartezjańskiego układu współrzędnych

b) rzut momentu pędu na oś Ox i kwadrat momentu pęduc) energie elektronu, kwadrat momentu pędu elektronu oraz rzut momentu pędu oraz spinu elektronu na oś Oz

d) energie elektronu oraz wszystkie składowe jego wektora wodzącego oraz pędu.

Zaznaczyć wszystkie prawdziwe stwierdzenia. Zaniedbujemy wpływ sprzężenia spinowo-orbitalnego.

- 41) Które z poniższych stwierdzeń dotyczących atomu wodoru są prawdziwe?
- a) Przewidywane w modelu Bohra dozwolone energie elektronu w atomie wodoru są takie same jak te wynikające z rozwiązania równania własnego dla operatora Hamiltona $\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$ dla elektronu w atomie wodoru.
 - b) Ograniczenie ruchu elektronów do orbit kołowych o ściśle ustalonych promieniach wynika z rozwiązania równania Schrödingera dla elektronu w atomie wodoru.
 - c) Atom wodoru emituje promieniowanie o widmie ciągłym czyli może emitować światło o dowolnej długości fali.
 - d) Widmo wartości własnych operatora Hamiltona jest widmem zdegenerowanym (niektóre własności własne tego operatora są zdegenerowane) .

Zaznaczyć wszystkie poprawne stwierdzenia. Zaniedbujemy wpływ efektów relatywistycznych na wyznaczenie energii atomu .

- 42) Z czym związana jest niezależność energii elektronu w atomie jednolektronowym od orbitalnej liczby kwantowej l stanu w jakim znajduje się elektron?
- a) Tym, że elektron w atomie znajduje się w potencjale odwrotnie proporcjonalnym do odległości elektronu od jadra.
 - b) Tym, że elektron w atomie znajduje się w potencjale sferycznie symetrycznym zależnym wyłącznie od odległości elektronu od jadra.
 - c) Tym że w atomie występuje oddziaływanie spinowo-orbitalne.
 - d) Tym że elektron ma spin różny od zera.

Zaznaczyć poprawną odpowiedź spośród podanych powyżej

- 43) Z czym związana jest niezależność energii elektronu w atomie jednolektronowym od magnetycznej liczby kwantowej m stanu w jakim znajduje się elektron?
- a) Tym że elektron w atomie znajduje się w potencjale odwrotnie proporcjonalnym do odległości elektronu od jadra.
 - b) Tym że elektron w atomie znajduje się w potencjale sferycznie symetrycznym zależnym wyłącznie od odległości elektronu od jadra.
 - c) Tym że w atomie występuje oddziaływanie spinowo-orbitalne
 - d) Tym że elektron ma spin różny od zera.

Zaznaczyć poprawną odpowiedź spośród podanych powyżej

- 44) Gdy zaniedbujemy istnienie oddziaływania spinowo-orbitalnego i innych efektów relatywistycznych to do opisu stanu kwantowego elektronu w atomie wodoru wykorzystujemy 4 liczby kwantowe: n -główną liczbę kwantową, l -orbitalną (poboczną) liczbę kwantową, m -magnetyczną liczbę kwantową, m_s -magnetyczną spinową liczbę kwantową. Które z poniższych stwierdzeń są stwierdzeniami prawdziwymi?
- a) Energia elektronu w atomie wodoru **nie zależy** od
 - 1) liczby n
 - 2) liczby l
 - 3) liczby m
 - 4) liczby m_s

Zaznaczyć wszystkie prawdziwe stwierdzenia.

- b) Gdy wartość głównej liczby kwantowej jest równa $n=2$ to orbitalna liczba kwantowa l może przyjmować wartości

- 1) -1,0,1
- 2) 1,2
- 3) 0,1
- 4) -2,-1,0,1,2

Zaznaczyć prawdziwe stwierdzenie.

- c) Gdy wartość orbitalnej kwantowej jest równa $l=2$ to magnetyczna liczba kwantowa m może przyjmować wartości

- 1) -1,0,1
- 2) -2,-1,0,1,2
- 3) 0,1,2
- 4) 1,2,

Zaznaczyć prawdziwe stwierdzenie.

- d) Wartość rzutu (orbitalnego) momentu pędu na oś Oz jest jednoznacznie wyznaczona przez wartość

- 1) liczby kwantowej n
- 2) liczby kwantowej l
- 3) liczby kwantowej m
- 4) liczby kwantowej m_s

Zaznaczyć prawdziwe stwierdzenie.

- e) Wartość kwadratu (orbitalnego) momentu pędu jest jednoznacznie wyznaczona przez wartość

- 1) liczby kwantowej n
- 2) liczby kwantowej l
- 3) liczby kwantowej m
- 4) liczby kwantowej m_s

Zaznaczyć prawdziwe stwierdzenie.

- 45) Elektron w atomie wodoru znajduje się na podpowłoce (w stanie, na orbitalu) 2p. Które z poniższych stwierdzeń są stwierdzeniami prawdziwymi?

- a) Elektron znajduje się w stanie podstawowym o najniższej energii.
- b) Wartość głównej liczby kwantowej n jest równa 2.
- c) Wartość orbitalnej liczby kwantowej l jest równa 0.
- d) Magnetyczna liczba kwantowa m może przyjmować jedną z poniższych wartości: -1, 0, 1.

Zaznaczyć wszystkie prawdziwe stwierdzenia.

- 46) Elektron w atomie wodoru znajduje się na podpowłoce (w stanie, na orbitalu) 1s. Które z poniższych stwierdzeń są stwierdzeniami prawdziwymi?

- a) Elektron znajduje się w stanie podstawowym o najniższej energii.
- b) Wartość orbitalnej liczby kwantowej l jest równa 0.
- c) Rzut orbitalnego momentu pędu elektronu na oś Oz jest równy $\hbar$.
- d) Magnetyczna liczba kwantowa może przyjmować jedną z poniższych wartości: -2, -1, 0, 1, 2.

Zaznaczyć wszystkie prawdziwe stwierdzenia.

- 47) Ile różnych wartości można otrzymać w wyniku pomiaru rzutu orbitalnego momentu pędu elektronu w atomie wodoru na oś Oz przy założeniu iż elektron znajduje się w stanie własnym operatora kwadratu momentu pędu określonym przez wartość orbitalnej liczby kwantowej $l=2$? **Wybrać poprawną odpowiedź spośród podanych poniżej.**

- a) 2 wartości
- b) 3 wartości

- c) 5 wartości
 d) Wynik może być określony przez dowolną liczbę rzeczywistą
- 48) Które z poniższych stwierdzeń dotyczących radialnej gęstości prawdopodobieństwa $P(r)$ dla elektronu w atomie są stwierdzeniami prawdziwymi?
- Radialna gęstość prawdopodobieństwa dla elektronu w atomie wodoru w stanie o $l=n-1$ osiąga maksimum dla odległości od jądra r równej promieniowi orbity atomu w modelu Bohra.
 - Radialna gęstość prawdopodobieństwa w atomie jednoelektronowym może osiągnąć wartość równą 0 dla wybranych odległości od jądra r z zakresu $0 < r < \infty$.
 - Radialna gęstość prawdopodobieństwa w atomie jednoelektronowym osiąga wartości różne od 0 tylko dla dyskretnych wartości odległości elektronu od jądra r .
 - Radialna gęstość prawdopodobieństwa w odległości od jądra bliskiej 0 jest większa w stanie o orbitalnej liczbie kwantowej $l=0$ niż w stanach o $l \neq 0$.
 - Średnia odległość elektronu od jądra w atomie jednoelektronowym rośnie ze wzrostem głównej liczby kwantowej n stanu w jakim znajduje się elektron.
 - Średnia odległość elektronu od jądra w atomie jednoelektronowym w ustalonym stanie kwantowym maleje ze wzrostem liczby atomowej Z pierwiastka.

Zaznaczyć wszystkie poprawne stwierdzenia.

49) W jakich stanach kwantowych gęstość prawdopodobieństwa znalezienia elektronu w atomie wodoru określana jako kwadrat modułu funkcji falowej (nie radialna) zależy wyłącznie od odległości od jądra r (ma symetrię sferyczną) a nie zależy od zmiennych kątowych?

- w stanach w których główna liczba kwantowa jest równa $n=1$
- w stanach w których orbitalna liczba kwantowa jest równa $l=0$
- w stanach w których orbitalna liczba kwantowa jest równa $l=1$
- w stanach w których magnetyczna liczba kwantowa jest równa $m=0$

Zaznaczyć wszystkie poprawne odpowiedzi.

50) W wyniku pomiaru rzutu **spinu elektronu** na oś Oz można otrzymać jedną z poniższych wartości

- | | |
|---|--|
| a) $-\frac{\hbar}{2}, 0, \frac{\hbar}{2}$ | b) $-\frac{\hbar}{2}, \frac{\hbar}{2}$ |
| c) $0, \frac{\hbar}{2}, \hbar, \frac{3}{2}\hbar, \dots$ | d) $\frac{\hbar}{2}, \hbar, \frac{3}{2}\hbar, 2\hbar, \frac{5}{2}\hbar, \dots$ |

gdzie $\hbar = \frac{h}{2\pi}$, h - stała Plancka

Zaznaczyć prawdziwe stwierdzenie.

51) Ile różnych wartości można otrzymać w wyniku pomiaru rzutu spinu elektronu na oś Oz ?

Wybrać poprawną odpowiedź spośród podanych poniżej.

- 1 wartość
- 2 wartości
- 3 wartości
- Wynik może być określony przez dowolną liczbę rzeczywistą

52) Wiadomo, iż związek pomiędzy operatorami orbitalnego momentu pędu $\hat{L}$ oraz momentu magnetycznego $\hat{\mu}_L$ związanego z orbitalnym momentem pędu w przypadku elektronu

ma postać: $\hat{\mu}_L = -\frac{|e|\hbar}{2m_e} \vec{L}$ (m_e -masa elektronu). Który z poniższych związków określa

związek pomiędzy operatorem spinu elektronu $\hat{S}$ a operatorem momentu magnetycznego elektronu $\hat{\mu}_S$ wynikającego z istnienia spinu?

a) $\hat{\mu}_S = -\frac{|e|\hbar}{2m_e} \hat{S}$

b) $\hat{\mu}_S = -\frac{|e|\hbar}{m_e} \hat{S}$

c) $\hat{\mu}_S = -|e|\hbar \hat{S}$

d) $\hat{\mu}_S = -\frac{1}{2m_e} \hat{S}$

Zaznaczyć poprawną odpowiedź. Jakie wartości można otrzymać w wyniku pomiaru rzutu momentu magnetycznego związanego ze spinem elektronu na dowolną oś?

53) Które z poniższych stwierdzeń są stwierdzeniami prawdziwymi?

- a) Efekt Zeemana jest związany z rozszczepieniem linii widmowych promieniowania emitowanego przez atom po umieszczeniu atomu w polu magnetycznym.
- b) Efekt Zeemana jest związany rozszczepieniem linii widmowych promieniowania emitowanego przez atom po umieszczeniu atomu w polu elektrycznym.
- c) W doświadczeniu Sterna Gerlacha obserwowane jest rozszczepienie wiązki atomów srebra przy ich przechodzeniu przez obszar niejednorodnego pola magnetycznego.
- d) W doświadczeniu Sterna Gerlacha obserwowane jest poszerzenie wiązki atomów srebra przy ich przechodzeniu przez obszar jednorodnego pola magnetycznego.

Zaznaczyć wszystkie poprawne stwierdzenia.

54) Wynik doświadczenia Sterna-Gerlacha przeprowadzonego z wykorzystaniem atomów srebra przechodzących przez obszar niejednorodnego pola magnetycznego wskazuje na to, iż

- a) rzut momentu magnetycznego atomu na kierunek wyznaczony przez wektor indukcji pola magnetycznego przyjmować może tylko dyskretne wartości
- b) moment magnetyczny atomu srebra pochodzi od orbitalnego momentu pędu tego atomu
- c) rzut spinu układu złożonego z elektronów atomu srebra na oś wyróżnioną przez pole magnetyczne może przyjmować 2 różne wartości
- d) rzut całkowitego spinu układu elektronów atomu srebra na oś wyróżnioną przez pole magnetyczne może przyjmować 3 różne wartości.
- e) rzut orbitalnego momentu pędu układu elektronów atomu srebra na oś wyróżnioną przez pole magnetyczne może przyjmować 4 różne wartości.
- f) rzut orbitalnego momentu pędu układu elektronów atomu srebra na oś wyróżnioną przez pole magnetyczne może przyjmować 6 różnych wartości.

55) Które z powyższych wielkości związane ze spinem można jednocześnie wyznaczyć

- a) Rzut spinu na dwie różne osie układu współrzędnych
- b) Rzut spinu na oś OZ oraz kwadrat spinu
- c) Rzut spinowego momentu magnetycznego na dwie różne osie układu współrzędnych
- d) Rzut spinowego momentu magnetycznego na oś OZ oraz kwadrat spinowego momentu magnetycznego

56) Ile różnych wartości można otrzymać w wyniku pomiaru rzutu orbitalnego momentu magnetycznego elektronu w atomie wodoru na oś Oz przy założeniu iż elektron znajduje się w stanie określonym przez wartość orbitalnej liczby kwantowej $l=2$? **Wybrać poprawną odpowiedź spośród podanych poniżej.**

- a) 2 wartości
- b) 3 wartości
- c) 5 wartości
- d) Wynik może być określony przez dowolną liczbę rzeczywistą

57) Które z poniższych stwierdzeń są stwierdzeniami prawdziwymi?

- a) Kwadrat spinu cząstki będącej fermionem dany jest wzorem $\hbar^2 s(s+1)$, przy czym liczba s może przyjmować tylko wartość zależną od rodzaju cząstki będącą liczbą całkowitą nieujemną $s=0,1,2,3,\dots$
- b) Kwadrat spinu cząstki będącej fermionem dany jest wzorem $\hbar^2 s(s+1)$, przy czym liczba s może przyjmować tylko wartość zależną od rodzaju cząstki będącą liczbą połówkową dodatnią $s = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}$
- c) Rzut spinu cząstki będącej fermionem na oś Oz jest zawsze równy $\frac{\hbar}{2}$.
- d) Elektron jest cząstką będącą fermionem.

Zaznaczyć wszystkie prawdziwe stwierdzenia.

58) Które z poniższych stwierdzeń są stwierdzeniami prawdziwymi?

- a) Kwadrat spinu cząstki będącej bozonem dany jest wzorem $\hbar^2 s(s+1)$, przy czym liczba s może przyjmować tylko wartość zależną od rodzaju cząstki będącą liczbą całkowitą $s=0,1,2,3,\dots$
- b) Kwadrat spinu cząstki będącej bozonem dany jest wzorem $\hbar^2 s(s+1)$, przy czym liczba s może przyjmować tylko wartość zależną od rodzaju cząstki będącą liczbą połówkową $s = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}$
- c) W wyniku pomiaru rzutu spinu bozonu na oś Oz można otrzymać wartość równą 0.
- d) Elektron jest cząstką będącą bozonem.

Zaznaczyć wszystkie prawdziwe stwierdzenia.

59) Które z poniższych stwierdzeń są stwierdzeniami prawdziwymi?

- a) Funkcja stanu opisująca układ złożony z dwóch jednakowych fermionów zależna od zmiennych przestrzennych i spinowych obu cząstek zmienia znak przy zamianie tych cząstek ze sobą.
- b) Funkcja stanu opisująca układ złożony z dwóch jednakowych fermionów zależna od zmiennych przestrzennych i spinowych obu cząstek nie zmienia się przy zamianie tych cząstek ze sobą.
- c) Funkcje stanu opisujące układ złożony z dwóch jednakowych nieoddziałujących ze sobą fermionów można zawsze przedstawić jako iloczyn funkcji opisujących oddzielnie każdy z fermionów.
- d) Dwa fermiony nie mogą znajdować się w tym samym stanie kwantowym (opisanym jednakową funkcją stanu zależną od zmiennych przestrzennych i spinowych).

Zaznaczyć wszystkie prawdziwe stwierdzenia.

60) Które z poniższych stwierdzeń są stwierdzeniami prawdziwymi?

- a) Funkcja stanu opisująca układ złożony z dwóch jednakowych bozonów zależna od zmiennych przestrzennych i spinowych obu cząstek zmienia znak przy zamianie tych cząstek ze sobą.
- b) Funkcja stanu opisująca układ złożony z dwóch jednakowych bozonów zależna od zmiennych przestrzennych i spinowych obu cząstek nie zmienia się przy zamianie tych cząstek ze sobą.
- c) Funkcje stanu opisujące układ złożony z dwóch jednakowych nieoddziałujących ze sobą bozonów znajdujących się w różnych stanach kwantowych można zawsze przedstawić jako iloczyn funkcji opisujących oddzielnie każdy z bozonów.
- d) Dwa bozony mogą znajdować się w tym samym stanie kwantowym (opisanym jednakową funkcją stanu zależną od zmiennych przestrzennych i spinowych)

Zaznaczyć wszystkie prawdziwe stwierdzenia

61) Rozważamy układ złożony z dwóch **jednakowych fermionów, które traktujemy jako cząstki nierozróżnialne**. Operator Hamiltona opisujący układ równy jest sumie operatorów Hamiltona wprowadzonych dla każdego z fermionów $\hat{H} = \hat{H}_1(x_1) + \hat{H}_2(x_2)$, a układ znajduje się w stanie własnym pełnego operatora Hamiltona $\hat{H}$. Znałe są funkcje własne $\Psi_\alpha(x_1)$ oraz $\Psi_\beta(x_2)$ operatorów $\hat{H}_1(x_1)$ oraz $\hat{H}_2(x_2)$ zależne od współrzędnych przestrzennych i spinowych odpowiednich fermionów spełniające odpowiednie równania własne:

$$\hat{H}_i(x_i)\Psi_\alpha(x_i) = E_\alpha\Psi_\alpha(x_i) \quad \hat{H}_i(x_i)\Psi_\beta(x_i) = E_\beta\Psi_\beta(x_i) \quad (i=1,2; \alpha \neq \beta)$$

Które z poniższych stwierdzeń są stwierdzeniami prawdziwymi. Zaznaczyć wszystkie poprawne stwierdzenia

- a) Cząstki te podlegają zakazowi Pauliego.
- b) Funkcje stanu (falową) opisujące układ można zapisać w postaci

$$\Psi(x_1, x_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\Psi_\alpha(x_1)\Psi_\beta(x_2) - \Psi_\beta(x_1)\Psi_\alpha(x_2)].$$

- c) Funkcje stanu (falową) opisujące układ można zapisać w postaci

$$\Psi(x_1, x_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\Psi_\alpha(x_1)\Psi_\beta(x_2) + \Psi_\beta(x_1)\Psi_\alpha(x_2)].$$

- d) Funkcje stanu (falową) opisujące układ można zapisać w postaci $\Psi(x_1, x_2) = \Psi_\alpha(x_1)\Psi_\beta(x_2)$.

62) Które z poniższych stwierdzeń są stwierdzeniami prawdziwymi? **Zaznaczyć wszystkie poprawne odpowiedzi.**

- a) Oddziaływania wymienne występują tylko między cząstkami wchodzącymi w skład układu, dla którego operator Hamiltona zależy od operatorów związanych ze spinem.
- b) Symetria części zależnej od zmiennych przestrzennych funkcji stanu układu złożonego z dwóch elektronów zależy od symetrii części zależnej od zmiennych spinowych funkcji stanu
- c) Dla dwóch elektronów znajdujących się w stanie trypletowym obserwuje się obniżenie prawdopodobieństwa znalezienia się tych elektronów w pobliżu siebie.
- d) Dla dwóch elektronów znajdujących się w stanie singletowym obserwuje się obniżenie prawdopodobieństwa znalezienia się tych elektronów w pobliżu siebie.

- e) Oddziaływanie wymienne prowadzi do obniżenia energii układu złożonego wyłącznie z 2 elektronów oddziałujących ze sobą elektrostatycznie gdy elektrony te znajdują się w stanie trypletowym.
 - f) Oddziaływanie wymienne prowadzi do obniżenia energii układu złożonego wyłącznie z 2 elektronów oddziałujących ze sobą elektrostatycznie gdy elektrony te znajdują się w stanie singletowym.
 - g) Część funkcji stanu opisującej układ złożony z dwóch elektronów znajdujących się w stanie trypletowym zależy od zmiennych spinowych elektronów zmienia znak przy zamianie elektronów ze sobą.
 - h) W stanie trypletowym kwadrat całkowitego spinu układu złożonego z dwóch elektronów jest równy 0.
 - i) W stanie singletowym rzut całkowitego spinu układu złożonego z dwóch elektronów na oś Oz może przyjmować 3 różne wartości.
- 63) Które z poniższych stwierdzeń dotyczących własności potencjału efektywnego opisującego efektywnie oddziaływanie elektronu z jądrem i pozostałymi elektronami w atomie wieloelektronowym o liczbie atomowej $Z \gg 1$ są prawdziwe? Przy określaniu potencjału uwzględnić fakt, iż może on przyjmować wartości ujemne czyli $-30 \text{ eV} < -20 \text{ eV}$.
- a) Potencjał efektywny w bliskiej odległości od jądra jest mniejszy od potencjału w atomie wodoru.
 - b) Potencjał efektywny w odległości od jądra r takiej, iż $r \rightarrow 0$ przyjmuje wartości zbliżone do potencjału występującego w atomie wodoru.
 - c) Potencjał efektywny w odległości od jądra r takiej, iż $r \rightarrow \infty$ przyjmuje wartości zbliżone do potencjału występującego w atomie wodoru.
 - d) Potencjał efektywny jest odwrotnie proporcjonalny do odległości od jądra punktu, w którym go określamy.

Zaznaczyć wszystkie prawdziwe stwierdzenia

- 64) Które z poniższych stwierdzeń dotyczących energii elektronów w atomach wieloelektronowych są prawdziwe? Przy określaniu energii elektronów uwzględnić fakt iż energia ta jest ujemna.
- a) Energia elektronów zajmujących stany na podpowłoce 4s (o głównej liczbie kwantowej $n=4$ i orbitalnej liczbie kwantowej $l=0$) jest zawsze wyższa od energii elektronów na podpowłoce 3d (o głównej liczbie kwantowej $n=3$ i orbitalnej liczbie kwantowej $l=2$).
 - b) Energia elektronów zajmujących stany na podpowłoce 3p (o głównej liczbie kwantowej $n=3$ i orbitalnej liczbie kwantowej $l=1$) jest wyższa od energii elektronów na podpowłoce 3s (o głównej liczbie kwantowej $n=3$ i orbitalnej liczbie kwantowej $l=0$).
 - c) Energia elektronów zajmujących stany na podpowłoce 3s (o głównej liczbie kwantowej $n=3$ i orbitalnej liczbie kwantowej $l=0$) jest zawsze wyższa od energii elektronów na podpowłoce 2s (o głównej liczbie kwantowej $n=2$ i orbitalnej liczbie kwantowej $l=0$).
 - d) Zjawisko ekranowania ładunku jądra przez elektrony ma większe znaczenie przy określaniu energii elektronów zajmujących stany na powłoce o głównej liczbie kwantowej $n=1$, niż elektronów zajmujących stany na powłoce o głównej liczbie kwantowej $n=5$.

Zaznaczyć wszystkie prawdziwe stwierdzenia.

- 65) Zaznaczyć wszystkie poprawne stwierdzenia spośród podanych poniżej

- a) W atomie wieloelektronowym energia orbitali elektronowych należących do powłoki o tej samej głównej liczbie kwantowej n rośnie ze wzrostem orbitalnej liczby kwantowej l .
- b) W atomie wieloelektronowym energia wszystkich stanów elektronowych należących do powłoki o tej samej głównej liczbie kwantowej n jest jednakowa.
- c) Energia orbitalu w atomie wieloelektronowym należącego do powłoki o wyższej głównej liczbie kwantowej n jest zawsze wyższa niż orbitalu z powłoki o niższej głównej liczbie kwantowej.
- d) Na kolejność zapewniania orbitali przez elektrony w atomie wieloelektronowym ma wpływ zjawisko ekranowania ładunku jądra przez elektrony atomu.
- e) Całkowita energia układów elektronów w atomie może zależeć od orientacji wzajemnej spinów tych elektronów.

66) Zbliżone własności chemiczne zwykle mają pierwiastki

- a) leżące w tym samym okresie układu okresowego pierwiastków
- b) leżące w tej samej grupie układu okresowego pierwiastków
- c) których atomy mają tę samą liczbę powłok elektronowych częściowo lub całkowicie wypełnionych przez elektrony
- d) których atomy mają jednakową liczbę elektronów na podpowłokach s i p o najwyższej energii należących do powłoki elektronowej częściowo lub całkowicie wypełnionej przez elektrony

Wybrać wszystkie poprawne odpowiedzi spośród podanych powyżej.

67) Do gazów szlachetnych zaliczamy pierwiastki

- a) których atomy mają całkowicie wypełnione podpowłoki s i p powłok elektronowych całkowicie lub częściowo wypełnionych przez elektrony
- b) których atomy mają jeden elektron na podpowłoce s o najwyższej energii wypełnionej częściowo przez elektrony
- c) należą do 1 grupy układu okresowego pierwiastków
- d) należą do 2 okresu układu okresowego pierwiastków

Wybrać poprawną odpowiedź spośród podanych powyżej.

68) Najwyższą energię jonizacji posiadają

- a) atomy pierwiastków z pierwszej grupy układu okresowego
- b) atomy gazów szlachetnych
- c) atomy mające częściowo wypełnioną podpowłokę d powłoki o najwyższej energii wypełnionej częściowo przez elektrony
- d) należące do 2 okresu układu okresowego pierwiastków

Wybrać poprawną odpowiedź spośród podanych powyżej.

69) Według zakazu Pauliego w atomie wieloelektronowym w stanie określonym przez podanie wartości 4 liczb kwantowych: głównej liczby kwantowej n , orbitalnej liczby kwantowej l , magnetycznej liczby kwantowej m i magnetycznej spinowej liczby kwantowej m_s może znajdować się jednocześnie

- a) 1 elektron
- b) 2 elektrony
- c) 3 elektrony
- d) dowolna ilość elektronów

Wybrać poprawną odpowiedź spośród podanych powyżej.

70) Jakie wiązanie (oddziaływanie) między atomami wodoru warunkuje powstanie cząsteczki wodoru?

- a) wiązanie kowalencyjne
- b) wiązanie jonowe
- c) wiązanie metaliczne
- d) oddziaływanie van der Waalsa

Zaznaczyć poprawną odpowiedź.

- 71) Zaznaczyć wszystkie poprawne stwierdzenia spośród podanych poniżej dotyczących wiązania kowalencyjnego w cząsteczce wodoru
- a) Elektrony tworzące wiązanie znajdują się w stanie singletowym.
 - b) Elektrony tworzące wiązanie znajdują się w stanie trypletowym.
 - c) W stanie singletowym występuje większe prawdopodobieństwo znalezienia elektronów pomiędzy jądrami atomów wodoru niż w stanie trypletowym
 - d) Elektrony tworzące wiązanie mają spiny ustawione równoległe do siebie

- 72) Jakie wiązanie (oddziaływanie) warunkuje powstanie cząsteczki NaCl?

- a) wiązanie kowalencyjne
- b) wiązanie jonowe
- c) wiązanie metaliczne
- d) oddziaływanie van der Waalsa

Zaznaczyć poprawną odpowiedź.

- 73) Rozpatrzmy układ złożony z dwóch cząstek z których każda może znaleźć się w jednym z 3 stanów kwantowych oznaczonych cyframi 1,2,3. Stany makroskopowe różnią się ilością cząstek w każdym ze stanów, zaś stan mikroskopowy określamy poprzez ustalenie w jakim stanie znajduje się każda z cząstek. Kiedy liczba mikrostanów odpowiadających makrostanowi w którym jedna cząstka znajdzie się w stanie określonym cyfrą 1 a druga w stanie określonym cyfrą 2 jest największa?
- a) W przypadku gdy obie cząstki są nierozróżnialnymi bozonami
 - b) W przypadku gdy obie cząstki są nierozróżnialnymi fermionami
 - c) W przypadku gdy obie cząstki są rozróżnialnymi cząstkami klasycznymi
 - d) Liczba mikrostanów odpowiadających temu makrostanowi jest jednakowa i nie zależy od tego z jakimi cząstkami mamy do czynienia

Wybrać poprawną odpowiedź spośród podanych powyżej

- 74) Rozpatrzmy układ złożony z dwóch cząstek z których każda może znaleźć się w jednym z 3 stanów kwantowych oznaczonych cyframi 1,2,3. Stany makroskopowe różnią się ilością cząstek w każdym ze stanów, zaś stan mikroskopowy określamy poprzez ustalenie w jakim stanie znajduje się każda z cząstek. Kiedy stosunek liczby mikrostanów odpowiadających makrostanowi w którym obie cząstki znajdują się w stanie określonym cyfrą 1 do ilości wszystkich mikrostanów układu jest największy?
- a) W przypadku gdy obie cząstki są nierozróżnialnymi bozonami
 - b) W przypadku gdy obie cząstki są nierozróżnialnymi fermionami
 - c) W przypadku gdy obie cząstki są rozróżnialnymi cząstkami klasycznymi
 - d) Stosunek ten jest jednakowy i nie zależy od tego z jakimi cząstkami mamy do czynienia

Wybrać poprawną odpowiedź spośród podanych powyżej

- 75) Który z poniższych wzorów wyraża rozkład statystyczny, który można wykorzystać do opisu statystycznych własności układu złożonego z jednakowych fermionów?

$$a) f(\varepsilon) = \frac{1}{\exp\left(\frac{\varepsilon - \mu}{k_B T}\right) + 1}$$

$$b) f(\varepsilon) = \frac{1}{\exp\left(\frac{\varepsilon - \mu}{k_B T}\right) - 1}$$

$$c) f(\varepsilon) = \frac{1}{\exp\left(\frac{\varepsilon - \mu}{k_B T}\right)}$$

$$d) f(\varepsilon) = A \exp\left(-\frac{\varepsilon}{k_B T}\right)$$

Zaznaczyć poprawny wzór spośród podanych powyżej.

76) Który z poniższych wzorów wyraża rozkład statystyczny, który można wykorzystać do opisu statystycznych własności układu złożonego z jednakowych bozonów?

$$a) f(\varepsilon) = \frac{1}{\exp\left(\frac{\varepsilon - \mu}{k_B T}\right) + 1}$$

$$b) f(\varepsilon) = \frac{1}{\exp\left(\frac{\varepsilon - \mu}{k_B T}\right) - 1}$$

$$c) f(\varepsilon) = \frac{1}{\exp\left(\frac{\varepsilon - \mu}{k_B T}\right)}$$

$$d) f(\varepsilon) = A \exp\left(-\frac{\varepsilon}{k_B T}\right)$$

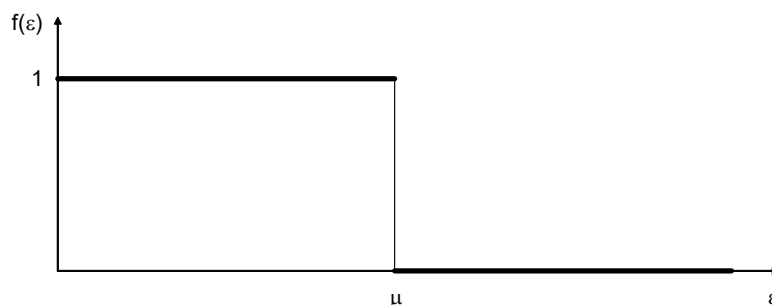
Zaznaczyć poprawny wzór spośród podanych powyżej.

77) Które z poniższych stwierdzeń są stwierdzeniami prawdziwymi?

- a) Nie można znaleźć fermionów w stanie kwantowym o energii $\varepsilon > \mu$ w temperaturze $T=0K$.
- b) Nie można znaleźć bozonów w stanie kwantowym o energii $\varepsilon > \mu$ w temperaturze $T=0K$.
- c) W danym stanie kwantowym można znaleźć najwyżej 1 fermion.
- d) Prawdopodobieństwo znalezienia fermionu w dowolnym stanie kwantowym o energii $\varepsilon < \mu$ w temperaturze wyższej od $0K$ np. $T=300K$ ($T>0K$) jest równe 1.

Zaznaczyć wszystkie poprawne stwierdzenia spośród podanych powyżej.

78) Poniższy wykres, w którym μ oznacza potencjał chemiczny, jest wykresem funkcji określającej zależność średniej liczby cząstek znajdujących się w stanie kwantowym o energii ε w temperaturze $T=0K$ od energii tego stanu.



Zaznaczyć wszystkie poprawne stwierdzenia spośród podanych poniżej.

- a) Wykres ten wyraża rozkład Fermiego-Diraca w temperaturze $T=0K$.
- b) Wykres ten wyraża rozkład Bosego-Einsteina w temperaturze $T=0K$.
- c) Wykres ten wyraża rozkład Boltzmanna w temperaturze $T=0K$.
- d) Jest to wykres funkcji opisującej rozkład służący w temperaturze $T=0K$ do opisu własności układu złożonego z jednakowych cząstek kwantowych będących fermionami.

- e) Jest to wykres funkcji opisującej rozkład służący w temperaturze $T=0K$ do opisu układu złożonego z jednakowych cząstek kwantowych będących bozonami.
- 79) Który z poniższych rozkładów statystycznych można stosować do opisu gazu elektronów swobodnych w metalu?
- a) rozkład Boltzmanna
 - b) rozkład Fermiego–Diraca
 - c) rozkład Bosego-Einsteina?
 - d) rozkład Maxwella

Zaznaczyć właściwą odpowiedź.

- 80) Który z poniższych rozkładów statystycznych można stosować do opisu układu złożonego z jednakowych cząstek będących bozonami
- a) rozkład Boltzmanna
 - b) rozkład Fermiego–Diraca
 - c) rozkład Bosego-Einsteina
 - d) rozkład Maxwella

Zaznaczyć właściwą odpowiedź.

- 85) Które poniższych stwierdzeń jest prawdziwe?
- a) Wkład do pojemności cieplnej (ciepła właściwego) metalu pochodzący od elektronów nie zależy od temperatury.
 - b) Wkład do pojemności cieplnej metalu pochodzący od elektronów w przybliżeniu rośnie liniowo ze wzrostem temperatury.
 - c) Wkład do pojemności cieplnej metalu pochodzący od elektronów można określić wykorzystując zasadę ekwipartycji energii.
 - d) W temperaturze pokojowej wkład do pojemności cieplnej metalu pochodzący od elektronów jest bardzo zbliżony do wkładu do tej pojemności pochodzącego od drgań atomów.

Zaznaczyć poprawne stwierdzenie spośród podanych powyżej.

Pytania wymagające przeprowadzenia prostych obliczeń

- 1) Dokonać obliczeń komutatora $[\hat{x}, \hat{p}_x]$ gdzie:

$\hat{x}$ - operator x -owej składowej wektora wodzącego cząstki,

$\hat{p}_x$ - operator x -owej składowej wektora pędu cząstki.

$$\text{Wsk. } \hat{p}_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$$

- 2) Znaleźć dozwolone energie cząstki kwantowej o masie m poruszającej się w przestrzeni jednowymiarowej w obszarze nieskończonej studni potencjału opisanej potencjałem:

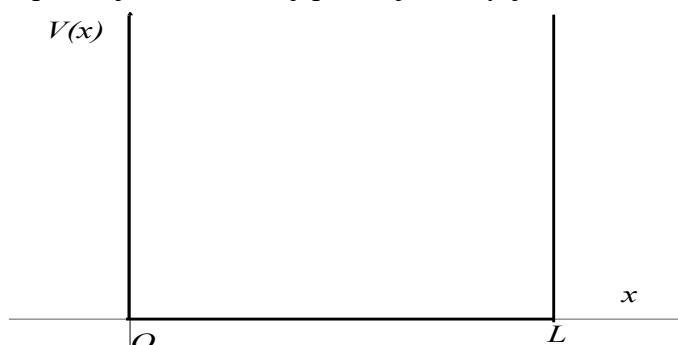
$$V(x) = \begin{cases} \infty & \text{dla } x < 0 \\ 0 & \text{dla } 0 < x < L \\ \infty & \text{dla } x > L \end{cases}$$

Wyznaczyć funkcje falowe opisujące cząstkę kwantową znajdującą się w stanach o tych energiach?

Wsk. Można wykorzystać fakt, iż ogólne rozwiązanie równania Schrödingera niezależnego od czasu w obszarze stałego potencjału $V=0$ dla cząstki o energii $E>0$

ma postać $\psi(x) = A \sin(kx + \delta)$ gdzie $k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$

- 3) Jakie wartości i z jakim prawdopodobieństwem można uzyskać w wyniku pomiaru energii cząstki poruszającej się w nieskończonej studni potencjału dla której potencjał dany jest wzorem

$$V(x) = \begin{cases} \infty & \text{dla } x < 0 \\ 0 & \text{dla } 0 < x < L \\ \infty & \text{dla } x > L \end{cases} \quad \text{gdzie}$$


jeżeli stan cząstki jest opisany funkcją falową daną poniższym wzorem:

$$\Psi(x, t=0) = \psi(x) = \begin{cases} A \left[3 \sin\left(\frac{\pi}{L}x\right) + \sin\left(\frac{5\pi}{L}x\right) \right] & \text{dla } 0 \leq x \leq L \\ 0 & \text{dla } x < 0 \text{ lub } x > L \end{cases}$$

Określić wartość oczekiwaną operatora Hamiltona dla tej cząstki.

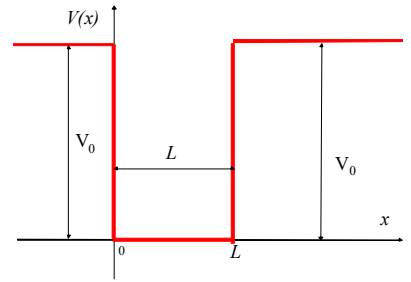
Wsk. Wartości własne operatora Hamiltona i odpowiadające im funkcje własne dane są

$$\text{wzorami } E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} n^2, \quad \psi_n(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right) & \text{dla } 0 < x < L \\ 0 & \text{dla } x < 0 \text{ lub } x > L \end{cases}$$

(n -dowolna liczba naturalna dodatnia)

- 4) Cząstka o masie m i energii E z zakresu $0 < E < V_0$ znajdująca się w stanie własnym operatora Hamiltona porusza się w obszarze skończonej jednowymiarowej studni potencjału opisanego potencjałem

$$V(x) = \begin{cases} V_0 & \text{dla } x < 0 \\ 0 & \text{dla } 0 < x < L \\ V_0 & \text{dla } x > L \end{cases}$$



Które z poniższych funkcji

1) $\psi(x) = A \exp(-\kappa x)$

2) $\psi(x) = B \exp(\kappa x)$

3) $\psi(x) = C \exp(\kappa x) + D \exp(-\kappa x)$ ($C \neq 0, D \neq 0$)

4) $\psi(x) = C \exp(i\kappa x) + D \exp(-i\kappa x)$ ($C \neq 0, D \neq 0$)

5) $\psi(x) = C \cos(kx)$

6) $\psi(x) = C \sin(kx + \delta)$

7) $\psi(x) = C \sin(kx)$

(gdzie $\kappa = \frac{\sqrt{2m(V_0 - E)}}{\hbar}$, $k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$, A, B, C, D, δ -stałe)

można wykorzystać do opisu funkcji falowej $\Psi(x, t) = \psi(x) \exp\left(-i \frac{Et}{\hbar}\right)$ tej cząstki w obszarach

a) $x < 0$ (lewa bariera)

1, 2, 3, 4, 5, 6,

b) $0 < x < L$ (studnia potencjału)

1, 2, 3, 4, 5, 6,

c) $x > L$ (prawa bariera)

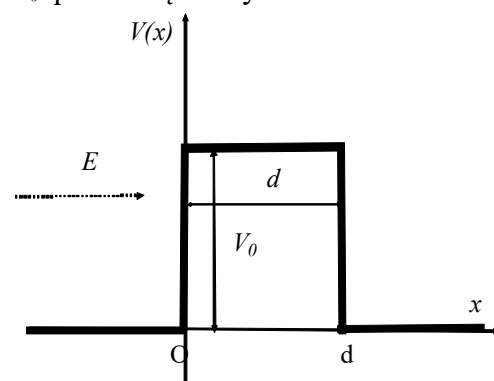
1, 2, 3, 4, 5, 6,

Zaznaczyć poprawną odpowiedź dla każdego z rozważanych obszarów (a-c).

Zapisać warunki wiążące ze sobą stałe występujące w wybranych funkcjach (które trzeba nałożyć na te funkcje) aby funkcje te mogły rzeczywiście opisywać funkcję falową rozważanej cząstki.

- 5) Cząstka o energii E mniejszej od wysokości bariery potencjału ($0 < E < V_0$) pada z lewej strony na barierę potencjału o szerokości d i wysokości V_0 pokazaną na rysunku opisaną potencjałem:

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x < 0 \\ V_0 & \text{dla } 0 < x < d \\ 0 & \text{dla } x > d \end{cases}$$



Które z poniższych funkcji

1) $\Psi_1(x, t) = A \exp(ikx) \exp\left(\frac{-iEt}{\hbar}\right)$

2) $\Psi_2(x, t) = B \exp(-ikx) \exp\left(\frac{-iEt}{\hbar}\right)$

3) $\Psi_3(x, t) = [C \exp(i\kappa x) + D \exp(-i\kappa x)] \exp\left(\frac{-iEt}{\hbar}\right)$

4) $\Psi_4(x, t) = [C \exp(\kappa x) + D \exp(-\kappa x)] \exp\left(\frac{-iEt}{\hbar}\right)$

5) $\Psi_5(x, t) = F \exp(ikx) \exp\left(\frac{-iEt}{\hbar}\right)$

6) $\Psi_6(x, t) = F \exp(\kappa x) \exp\left(\frac{-iEt}{\hbar}\right)$

gdzie $k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$ $\kappa = \sqrt{\frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}}$, A, B, C, D, F -stałe

można wykorzystać do wyznaczenia funkcji falowej cząstki:

- a) padającej z lewej strony na barierę potencjału poruszającej się w prawo w obszarze $x < 0$

$\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3, \Psi_4, \Psi_5, \Psi_6$

- b) odbitej od tej bariery potencjału poruszającej się w lewo w obszarze $x < 0$

$\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3, \Psi_4, \Psi_5, \Psi_6$

- c) przenikającej przez obszar bariery potencjału w którym $0 < x < d$

$\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3, \Psi_4, \Psi_5, \Psi_6$

- d) poruszającej się w prawo w obszarze leżącym na prawo od bariery potencjału czyli dla $x > d$ która przeniknęła przez barierę

$\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3, \Psi_4, \Psi_5, \Psi_6$

Zaznaczyć właściwą odpowiedź wybierając dla każdego z przypadków (a-d) jedną z podanych powyżej funkcji. (niektóre funkcje mogą pasować do kilku obszarów ale proszę wybrać jedną z pasujących funkcji)

Zapisać warunki wiążące ze sobą stałe A, B, C, D, F występujące w tych funkcjach, które trzeba nałożyć na te funkcje, aby określić współczynnik transmisji cząstki padającej z lewej strony na tą barierę potencjału przez tą barierę potencjału?