

Praca domowa -termin oddania 10 czerwca 2014 12:00

Uwaga!

Zadania można oddawać spisane na kartce jak i złożone w L^AT_EXu. Inne formy są niedozwolone.

Zadanie 1. (2p)

Wyznacz portret fazowy oraz diagram bifurkacyjny dla $S_\lambda(x) = \lambda \sin x$ dla $x \in [-\pi, \pi]$, $\lambda \in (0, \frac{\pi}{2}]$.

Zadanie 2. (3p)

Dla funkcji $R: \overline{\mathbb{C}} \rightarrow \overline{\mathbb{C}}$ zadanej wzorem

$$R(z) = \frac{(1+i)z + 1 - i}{(1-i)z + 1 + i},$$

znajdź wszystkie orbity o okresie 4.

Zadanie 3. (2p)

Wykaż, że nieskończoność jest superściekiem dla wielomianów zespolonych stopnia $d \geq 2$.

Zadanie 4. (3p)

Pokazać że zera wielomianu są superściekami funkcji wymiernej we wzorze Newtona szukania pierwiastków. Wywnioskować stąd że metoda Newtona jest zbieżna w małym otoczeniu zera wielomianu.

Zadanie 5. (3p)

Pokaż, że $z = i$ należy do zbioru Mandelbrota.

Zadanie 6. (1p.)

Pokaż, że odwzorowanie odwrotne do odwzorowania Möbiusa również jest odwzorowaniem Möbiusa (choć z innymi stałymi).

Zadanie 7. (6p.)

Pokaż, że jeśli P jest wielomianem stopnia większego niż 1, wówczas istnieje takie $R > 0$, że dla $|z| > R$ zachodzi $|P(z)| > |z|$. Wywnioskuj stąd, że $P^n(z) \rightarrow \infty$.