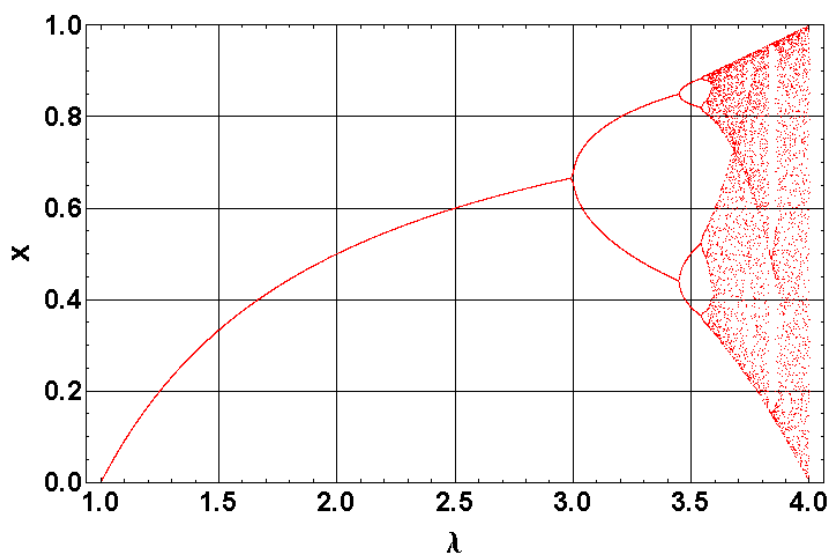


## Projekt 1.

### Diagram bifurkacyjny dla rodziny kwadratowej

Celem projektu jest numeryczne zbadanie odwzorowania kwadratowego  $f(x) = \lambda x(1 - x)$  na odcinku  $[0, 1]$ ,  $\lambda \in [1, 4]$ . Poprzez analizę szeregów czasowych (skończonych podzbiorów orbity ustalonego punktu) i diagramu bifurkacyjnego należy zaobserwować kaskadę bifurkacji podwajania okresu.

Diagram bifurkacyjny, jaki należy wygenerować, zamieszczony został na rysunku 1, a przykłady szeregów czasowych na rysunku 2.



Rysunek 1: Diagram bifurkacyjny dla odwzorowania  $f(x) = \lambda x(1 - x)$ .

**Termin oddania - godzina 23:59 7 kwietnia 2014**

### Wymagania merytoryczne

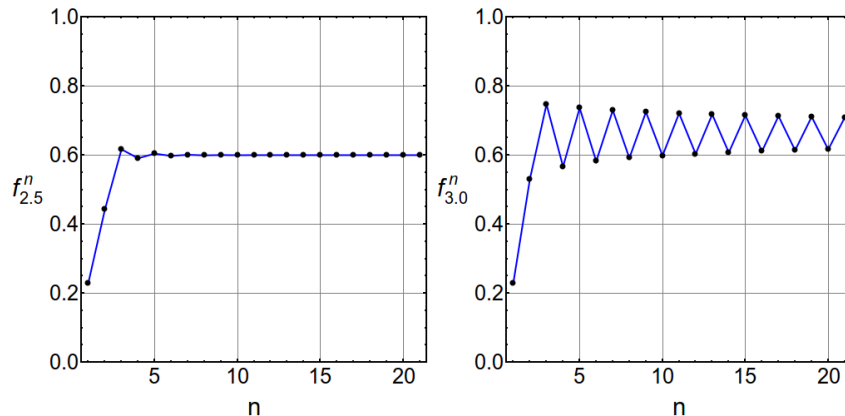
Należy napisać symulację numeryczną, która będzie realizowała iteracje funkcji  $f(x) = \lambda x(1 - x)$ . Dobierając punkt startowy  $x_0$  powinno się następnie wygenerować pierwsze  $n$  elementów orbity  $\mathcal{O}(x_0)$  - czyli szereg czasowy. Dysponując szeregami czasowymi dla różnych wartości  $\lambda$  można, nanosząc „zachowania asymptotyczne”<sup>1</sup> dla kolejnych wartości  $\lambda$  na wykres otrzymać

<sup>1</sup>Na diagramie bifurkacyjnym należy umieścić tylko punkty powyżej pewnej liczby iteracji  $n_0$ .

poszukiwany diagram bifurkacyjny. Po napisaniu wymaganej symulacji należy przedyskutować jej zależność od doboru parametrów  $x_0$ ,  $n$ ,  $n_0$ .

W sprawozdaniu należy zamieścić wykresy szeregów czasowych i wykres diagramu bifurkacyjnego.

Ponadto, należy wyznaczyć numerycznie wartość stałej Feigenbauma (porównaj Math World). Sprawdź zgodność tego wyniku z danymi z literatury.



Rysunek 2: Przykłady szeregów czasowych dla  $x_0 = 0.23$ .

## Wymagania formalne

Środowisko, w którym symulacja zostanie wykonana jest dowolne, przy czym do sprawozdania należy dołączyć pliki źródłowe (skrypty) - jako opisane i skomentowane w sprawozdaniu bloki kodu. Sprawozdanie wraz z kodami źródłowymi (dołączonymi jako oddzielne pliki) należy przesłać na mój adres email. W tytule maila proszę wpisać "UD - projekt 1".

## Sprawozdanie

Sprawozdanie (nie więcej niż 3 strony) złożone w  $\text{\LaTeX}$ -u powinno zawierać temat projektu, główne cele, kody źródłowe wraz z komentarzami (przydatny może okazać się pakiet listings). Ponadto w sprawozdaniu powinny pojawić się wykresy szeregów czasowych i diagram bifurkacyjny, oszacowanie stałej Feigenbauma oraz odpowiedzi na poniższe pytania

- Co bifurkacja oznacza dla szeregu czasowego?
- Jaka funkcja opisuje diagram bifurkacyjny dla  $\lambda \in [1, 3]$ ?
- Czy i jak diagram bifurkacyjny zależy od doboru  $x_0$ ,  $n$ ,  $n_0$ ?

## Zadanie dla chętnych

Wygeneruj wykres wykładników Lapunowa (por. str 35-39 w H. G. Schuster, Chaos deterministyczny. Wprowadzenie. wydanie drugie, Wydawnictwo PWN, Warszawa, (1995)) w funkcji parametru  $\lambda$  i porównaj go z diagramem fazowym. Skomentuj podobieństwa między wykresami.