

SERIA 2 - iteracje wielomianów

Zadanie 3.1.

Niech $Q_c(z) = z^2 + c$. Znajdź zbiór, $Q_c(A)$ jeśli $A = \{z \in \mathbb{C} : |z| = r\}$.

Zadanie 3.2.

Niech $|c| \geq 2$ i $|z| \geq |c|$, pokaż, że wówczas $\lim_{n \rightarrow \infty} Q_c^n(z) = \infty$.

Zadanie 3.3.

Udowodnij, że dla $|c| > 2$ zero należy do zbioru Fatou funkcji Q_c .

Zadanie 3.4.

Przedyskutuj dynamikę zadaną odwzorowaniem $Q_0(z) = z^2$ dla $z \in \overline{\mathbb{C}}$. Znajdź punkty stałe, określ ich stabilność, opisz przestrzeń fazową. Znajdź zbiory Julii i Fatou.

Zadanie 3.5.

Dobierając odpowiednią zamianę zmiennych (homografię, przekształcenie Möbiusa) pokaż, że dowolny wielomian zespolony $W(z) = az^2 + 2bz + d$ można zapisać w postaci $Q_c(z) = z^2 + c$.