

SERIA 1 - powtórka z analizy zespolonej

Zadanie 1.1.

Zaznacz na płaszczyźnie zespolonej zbiory

- a) $\{z \in \mathbb{C} : 1 < |z| < 4\}$, b) $\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z) + 1 \leq \operatorname{Im}(z)\}$,
c) $\{z \in \mathbb{C} : |z - 1 - 2i| = \sqrt{5}\}$, d) $\{z \in \mathbb{C} : |z - 2i| \geq 1\}$,
e) $\{z \in \mathbb{C} : |z - 2| < 9 \wedge |z + 2| < 9\}$, f) $\{z \in \mathbb{C} : |z - 1| < |z + 2|\}$.

Zadanie 1.2.

Sprawdź w jakich punktach $z \in \mathbb{C}$ poniższe funkcje spełniają równania Cauchy'ego-Riemanna

- a) $f(z) = z^2$, b) $f(z) = z \operatorname{Im}(z)$,
c) $f(z) = |z|^2 + 2z$, d) $f(z) = |z|$,

Zadanie 1.3.

Zbadaj holomorficzność funkcji

- a) $f(z) = |z|^2 + 2z$, b) $f(z) = \bar{z}^2$,
c) $F(z) = (z^2 + 1)|z|$, d) $f(z) = |z| + 2z$,

Zadanie 1.4.

Znajdź obraz obszaru $D = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$ przy homografii $f(z) = \frac{z-i}{z+i}$.

Zadanie 1.5.

Znajdź obraz obszaru $D = \{z \in \mathbb{C} : |z - i| < \sqrt{2} \wedge |z + i| < \sqrt{2}\}$ przy homografii $f(z) = \frac{z-1}{z+1}$.