

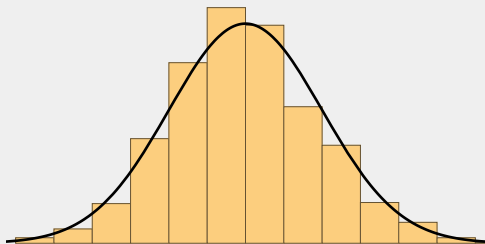
# PROBABILISTYKA

WYKŁAD SZÓSTY: O ESTYMIE ESTYMATORA.

GRZEGORZ SIUDEM

WYDZIAŁ FIZYKI

WYKŁAD ZDALNY 2020



**W POPRZEDNIM ODCINKU...**

- testach diagnostycznych raz jeszcze.
- twierdzeniach granicznym.
- Prawach Wielkich Liczb.

# **MPWL – ZASTOSOWANIA**

## MPWL Kołmogorowa

Jeżeli  $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$  jest ciągiem niezależnych zmiennych losowych o jednakowym rozkładzie  $\mathbb{E}|X_1| < \infty$  to

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n} = \mathbb{E}X_1.$$

## MPWL Kołmogorowa

Jeżeli  $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$  jest ciągiem niezależnych zmiennych losowych o jednakowym rozkładzie  $\mathbb{E}|X_1| < \infty$  to

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n} = \mathbb{E}X_1.$$

Przykład – Mathematica

- Definicja częstościowa p-stwa.

- Definicja częstościowa p-stwa.
- Wybór modelu – paradoks kawalera de Méré.



- Definicja częstościowa p-stwa.
- Wybór modelu – paradoks kawalera de Méré.
- Monte Carlo.

- Definicja częstościowa p-stwa.
- Wybór modelu – paradoks kawalera de Méré.
- Monte Carlo.
- Dystrybuanta empiryczna.

# ESTYMATORY

# CO TO JEST ESTYMACJA?

## Definicje

**Statystyką** nazwiemy funkcję próby.

**Estymatorem** natomiast każdą statystykę, której rozkład zależy od pewnego parametru  $\theta$  populacji.

# CO TO JEST ESTYMACJA?

## Definicje

**Statystyką** nazwiemy funkcję próby.

**Estymatorem** natomiast każdą statystykę, której rozkład zależy od pewnego parametru  $\theta$  populacji.

## Przykłady

- Co jest estymatorem wartości oczekiwanej?

# CO TO JEST ESTYMACJA?

## Definicje

**Statystyką** nazwiemy funkcję próby.

**Estymatorem** natomiast każdą statystykę, której rozkład zależy od pewnego parametru  $\theta$  populacji.

## Przykłady

- Co jest estymatorem wartości oczekiwanej?
- Co jest estymatorem p-stwa wypadnięcia orła?

# CO TO JEST ESTYMACJA?

## Definicje

**Statystyką** nazwiemy funkcję próby.

**Estymatorem** natomiast każdą statystykę, której rozkład zależy od pewnego parametru  $\theta$  populacji.

## Przykłady

- Co jest estymatorem wartości oczekiwanej?
- Co jest estymatorem p-stwa wypadnięcia orła?
- Momenty empiryczne

$$m_{r,n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^r.$$

## Estymator zgodny

Estymator nazwiemy **zgodnym** gdy dla każdego  $\varepsilon > 0$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbb{P}(\{\omega : |U_n(\omega; \theta) - \theta| > \varepsilon\}) = 0$$



## Estymator zgodny

Estymator nazwiemy **zgodnym** gdy dla każdego  $\varepsilon > 0$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbb{P}(\{\omega : |U_n(\omega; \theta) - \theta| > \varepsilon\}) = 0$$

## Estymator nieobciążony

Estymator nazwiemy **nieobciążonym** gdy dla każdego  $n \in \mathbb{N}$

$$\mathbb{E}(U_n) = \theta,$$

**Estymator obciążony** to taki, który nie jest nieobciążony.

## Estymator asymptotycznie nieobciążony

Estymator jest **asymptotycznie nieobciążony** gdy

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbb{E}(U_n) = \theta.$$

## Estymator asymptotycznie nieobciążony

Estymator jest **asymptotycznie nieobciążony** gdy  
 $\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbb{E}(U_n) = \theta$ .

## Estymator efektywny

**Estymatorem efektywnym parametru  $\theta$**  nazwiemy estymator nieobciążony o najmniejszej wariancji.

## Estymator asymptotycznie nieobciążony

Estymator jest **asymptotycznie nieobciążony** gdy  $\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbb{E}(U_n) = \theta$ .

## Estymator efektywny

**Estymatorem efektywnym parametru  $\theta$**  nazwiemy estymator nieobciążony o najmniejszej wariancji.

## Jaki powinien być dobry estymator?

- (co najmniej asymptotycznie) nieobciążony.
- zgodny.
- efektywny.

# PODSUMOWANIE

- zastosowaniach praw wielkich liczb.
- estymatorach i ich najważniejszych cechach.

# PRACA DOMOWA

## Zadanie 6. [10p]

Wykonaj fizyczną realizację metody Monte Carlo i przy jej pomocy oszacuj pole powierzchni własnoręcznie narysowanej krzywej zamkniętej. W raporcie należy wyczerpująco opisać procedurę pomiaru oraz podać wyniki przynajmniej 5 (najlepiej co najmniej 10) jej realizacji, dla których obliczone zostaną estmatory wartości oczekiwanej i wariancji.



**W NASTĘPNYM ODCINKU...**

## NA NASTĘPNYM WYKŁADZIE OPOWIEM O

- Rodzajach zbieżności.
- Przestrzeniach probabilistycznej i statystycznej.
- Funkcjach zmiennych losowych.
- Metodach estymacji.