

Robocze notatki z metod kombinatorycznych w fizyce*

Grzegorz Siudem

12 czerwca 2017

1 Zajęcia wprowadzające 21.02 [1h]

- ◆ Wprowadzenie w tematykę wykładu (regulamin, etc.).
- ◆ Rekurencja wież z Hanoi (por. rozdział 1.1 w [5]).

2 Sumy I 28.02 [2.3h]

- ◆ Związki równań rekurencyjnych z sumami skończonymi (por. rozdział 2.2 w [5]).
 - Metoda czynnika sumacyjnego.
 - Przykład - wieże z Hanoi.
 - Przykład - *quicksort*.
- ◆ Metodologia obliczania sum skończonych, na przykładzie $\square_n = \sum_{k=0}^n k^2$ (por. rozdział 2.5 w [5]).
 0. Znajdź gotowe rozwiązanie (OEIS!).
 1. Zgadnij i udowodnij przez indukcję.
 2. Metoda zaburzeń.
 3. Metoda repertuaru. TU SKOŃCZYLIŚMY.

3 Sumy II, podłoga i sufit 07.03 [3h]

- ◆ Metodologia obliczania sum skończonych, kontynuacja.
 4. Scałkuj.
 5. Skomplikuj i uprość.
 6. Rachunek różnicowy.
- ◆ Sumy nieskończone.
- ◆ Funkcje podłoga i sufit

*Ciągłe aktualizowane. [Σ 36.5/45h]

1. Definicje (3.1) i (3.8) w [5].
2. Oszacowania (3.5) w [5].
3. Kasyno. TU SKOŃCZYLIŚMY.

4 Podłoga i sufit II, 14.03 [1.6h]

◆ Funkcje podłoga i sufit

3. Kasyno.
4. Widma $\text{Spec}(\sqrt{2})$ i $\text{Spec}(2 + \sqrt{2})$. TU SKOŃCZYLIŚMY.

5 Elementy teorii liczb 21.03 [3h]

◆ NWD vs. NWW.

◆ algorytm Euklidesa i liczby Euklidesa (ćw 4.37 lub 4.60*).

◆ podstawowe twierdzenie arytmetyki.

◆ liczby Mersenne'a (a wieże z Hanoi).

6 Elementy teorii liczb II 28.03 [2.8h]

◆ liczby względnie pierwsze

1. Drzewo Sterna-Boccota,
2. Ciąg Fareya.
3. Dynamika symboliczna.

7 Dynamika symboliczna & symbol dwumianowy I 04.04 [2.8h]

◆ liczby względnie pierwsze

3. Dynamika symboliczna - kontynuacja.

◆ zastosowanie dynamiki symbolicznej w opisie układów dynamicznych

1. wprowadzenie przesunięcia [6],
 - * ciągi, alfabet,
 - * cylindry Tichonowa,
 - * punkty stałe, orbity okresowe (przesunięcia)
 - * podziały Markowa (przykłady 1.2.1 i 1.2.2)
2. chaotyczność przesunięcia na ciągach[2],
 - * metryka,
 - * szkic dowodu chaotyczności przesunięcia.

- * ciekawostka - nieokresowy punkt z gęstą orbitą.
- 3. Przekształcenie piekarza i wyżymanie kota Arnolda [3],
 - * przekształcenie piekarza i ciągi Bernoulliego- rozdział 7.1,
 - * przekształcenie kota Arnolda.
- ◆ podstawowe własności $\binom{n}{k}$.

8 Model Isinga I 11.04 [2h]

- ◆ model Isinga - przypomnienie [4]
- ◆ rozwinięcia nisko- i wysokotemperaturowe wraz z uzasadnieniem [9]
- ◆ analiza modelu Isinga dla siatek regularnych
 1. Suma statystyczna i energia swobodna. [1]
 2. Przejście fazowe - promień zbieżności szeregu. [1]
 3. Rozwinięcie wysokotemperaturowe i interpretacja [1]

9 Model Isinga II 25.04 [2.8h]

- ◆ przypadek z zewnętrznym polem
- ◆ analiza modelu Isinga dla siatek regularnych
 4. Rozwinięcie niskotemperaturowe i interpretacja [8, 9]
 5. Dualność Kramersa-Wanniera - wprowadzenie [8]
 6. Wzór Onsagera

10 Model Isinga III & funkcje tworzące 9.05 [2.8h]

- ◆ analiza modelu Isinga dla siatek regularnych
 5. Dualność Kramersa-Wanniera - kontynuacja [8]
- ◆ funkcje tworzące - definicje i notacja 5.4 w [5].
- ◆ podstawowe techniki i funkcje (tabele 371 i 372) w [5].

11 Funkcje tworzące II i ich zastosowania 16.05 [2.8]

- ◆ rozwiązywanie rekurencji 7.1 i 7.3 w [5]
 1. Liczby Fibonacciego
 2. Teoria domina
- ◆ Ścieżki Motzkina
- ◆ Dimery.

12 Funkcje tworzące III oraz wielomiany Bella i wzór Faá di Bruno 23.05 [2.8h]

- ◆ Ścieżki Motzkina
- ◆ Dimery
- ◆ Wykładnicze funkcje tworzące
- ◆ Wielomiany Bella i wzór Faá di Bruno

13 Liczby szczególne 30.05 [3h]

- ◆ Liczby Stirlinga II rodzaju – podziały zbioru na podzbiory.
- ◆ Liczby Stirlinga I rodzaju – podziały zbioru na cykle.
- ◆ Liczby Stirlinga - własności.
- ◆ Liczby harmoniczne.
 1. Eksperyment karciany.
 2. Zadanie z robaczkiem.

14 Liczby Fibonacciego i Laha oraz asymptotyka 06.06 [2.8h]

- ◆ Liczby Fibonacciego, ścieżki Motzkina i kontynuanty.
- ◆ liczby Laha i związki z wielomianami Bella.
- ◆ notacja O .

15 Asymptotyka & Prawdopodobieństwo dyskretne 13.06 []

- ◆ Powrót do koła fortuny,
- ◆ Zaburzenie wzoru Stirlinga,
- ◆ Wzór sumacyjny Eulera,
- ◆ Metoda residuów.
- ◆ Reprezentacja Egoryszewa.
- ◆ Funkcje tworzące w probablistyce.

16 Prawdopodobieństwo dyskretne i łańcuchy Markowa (sesja) []

- ◆ Łańcuchy Markowa - definicje [7].
- ◆ błądzenie po grafach.
- ◆ błądzenia losowe generowane przez rzut monetą.
- ◆ Haszowanie?

Literatura

- [1] B.A. Cipra, *An Introduction to the Ising Model*, The American Mathematical Monthly, **94**, 937 (1987).
- [2] R.L. Devaney, *Chaotic Dynamical Systems*, Westview Press, Boulder, Colorado (2003).
- [3] J. R. Dorfman *Wprowadzenie do teorii chaosu w nierównowagowej fizyce statystycznej*, PWN, Warszawa (2001).
- [4] A. Fronczak, *Zadania i problemy z rozwiązaniami z termodynamiki i fizyki statystycznej*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa (2006).
- [5] R.L. Graham, D.E. Knuth, O. Patashnik, *Matematyka konkretna*, PWN, Warszawa (1998).
- [6] B.P. Kitchens, *Symbolic Dynamics*, Springer, Berlin (1998).
- [7] J.K. Misiewicz, A. Iwanik, *Procesy stochastyczne ...*
- [8] R. K. Pathria, P. D. Beale, *Statistical Mechanics*, Elsevier, Amsterdam (2011).
- [9] G. Siudem, *Zastosowanie metod kombinatoryki do badania przestrzeni stanów w wybranych modelach fizyki statystycznej*, rozprawa doktorska, http://if.pw.edu.pl/~siudem/dr/rozprawa_GS.pdf (2017).