

Mathematica jako narzędzie badawcze

Część trzecia.

Probablistyka

Normalność nie jest kwestią statystyki
„Rok 1984“, George Orwell

Celem zajęć będzie poznanie podstawowej funkcjonalności środowiska Mathematica związanej ze statystyką i rachunkiem prawdopodobieństwa.

Sugerowane jest, aby przed zajęciami przypomnieć/przyswoić sobie następujące zagadnienia:

- Podstawowe informacje z rachunku prawdopodobieństwa (czym jest zmienna losowa, jej gęstość i dystrybuanta, podstawowe rozkłady zmiennych losowych) [1].
- Metoda odwrotnej dystrybuanty generowania liczb pseudolosowych z wybranego rozkładu. [1]
- Podstawowe informacje o metodach Monte Carlo obliczania całek [1].

Zadanie 1.

Wygenerować liczby pseudolosowe (wykorzystując wbudowane funkcje) o zadanych rozkładach

- normalnym,
- wykładniczym,
- Poissona,
- dwumianowy,
- o gęstości $f(x) = C \sin(ax)$, gdzie C to stała, a $x \in [0, \pi]$.

W każdym przypadku stworzyć histogram uzyskanych wyników i porównać go na jednym wykresie z gęstością lub funkcją masy prawdopodobieństwa.

Zadanie 2.

Wykorzystując funkcję `Timing[]` zbadaj czas jaki jest potrzebny do wygenerowania liczb pseudolosowych o zadanym rozkładzie z wykorzystaniem wbudowanej funkcji i metodą odwrotnej dystrybucyjności. Zbierz odpowiednią statystykę tych czasów, oblicz dla nich średnią, medianę i odchylenie standardowe.

Zadanie 3. Dlaczego w metodach Monte Carlo wymiarowość jest problemem.

Jest to zadanie ilustrujące poważny problem związany z wykorzystaniem metod Monte Carlo. Celem jest wygenerowanie punktów z rozkładu jednostajnego na n -wymiarowej kuli. Najpierw rozważmy przypadek dwuwymiarowy. Należy wygenerować liczby pseudolosowe z rozkładu jednostajnego na kwadracie jednostkowym, a następnie odrzucać te, które leżą poza kołem jednostkowym. Te nieodrzucone dadzą poszukiwaną próbkę. W przypadku trójwymiarowym - analogicznie. Należy losować liczby z jednostkowego sześcianu, odrzucać te spoza kuli.

Wraz ze wzrostem wymiarowości szybko okaże się jak niewydajna jest to metoda (stosunek odrzucanych do akceptowanych punktów drastycznie maleje). Celem zadania jest oszacowanie do jakiego n można ją stosować.

Zadanie 4.

Sprawozdanie należy wykonać w formie prezentacji wykonanej w `LATEX`, z użyciem biblioteki Beamer.

Literatura

- [1] J. Jakubowski, R. Sztencel, *Wstęp do teorii prawdopodobieństwa*, SCRIPT, Warszawa, (2004).