

Mathematica jako narzędzie badawcze

Część druga.

Ofiara i drapieżca

Gdy kota nie ma, myszy harcują.
przysłowie ludowe

Głównym celem zajęć będzie analiza rozwiązań równań różniczkowych zwyczajnych i ich przestrzeni fazowej na przykładzie tzw. modelu Lotki-Volterry.

Sugerowane jest, aby przed zajęciami przypomnieć/przyswoić sobie następujące zagadnienia:

- Co to jest przestrzeń fazowa dla układu równań różniczkowych?
- Czym są i jaką rolę spełniają punkty krytyczne?
- Czym jest model Lotki-Volterry?

Wszystkie te informacje można znaleźć m. in. w podręczniku A. Palczewskiego *Równania różniczkowe zwyczajne*, wydawnictwo WNT albo na <http://mathworld.wolfram.com>. Proszę zwrócić uwagę na fakt, że różne źródła inne równania nazywają równaniami Lotki-Volterry.

Będziemy zajmować się modelem konkurujących ze sobą populacji. Założmy, że opisany jest on poniższym układem równań

$$\begin{cases} \dot{x} = x(K - x - ay), \\ \dot{y} = y(L - y - bx), \end{cases}$$

gdzie $K, L, a, b \in \mathbb{R}_+$, a x i y oznaczają odpowiednio licznosci każdej z dwóch populacji.

Zadanie 1.

Należy ustalić pewne wartości liczbowe parametrów równania i narysować wykres jego rozwiązań oraz wykres na płaszczyźnie fazowej. Pomocna okaże się funkcja `NDSolve[]`.

Zadanie 2.

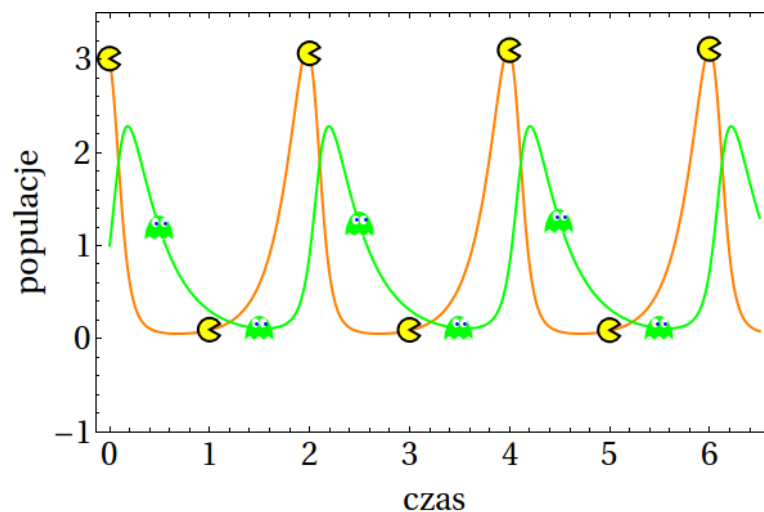
Wykorzystując funkcję `Manipulate[]` należy zmodyfikować wyniki Zadania 1., tak aby można było zmieniać wartości parametrów. Jak należy interpretować parametry?

Zadanie 3.

Znajdź, przy pomocy funkcji `Solve[]`, punkty krytyczne rozważanego układu nanieś je na wykres z Zadania 2. Skomentuj wynik.

Zadanie 4.

Jak należy zmienić rozważany równanie, aby zamiast opisywać dwa konkurujące ze sobą gatunki stało się modelem relacji drapieżnik-ofiara? Sprawdzić zmiany na wykresach w stylu zadania 2. Wygenerować wykres podobny do przedstawionego na rysunku 1.



Rysunek 1: Populacja drapieżcy i ofiary w funkcji czasu.

Sprawozdanie

Sprawozdanie należy złożyć w systemie $\text{\LaTeX}$ w formie raportu o nie więcej niż 3 stronach. W sprawozdaniu zawarte powinny być najważniejsze kody źródłowe i wykresy, sformatowane tak, żeby były czytelne i estetyczne.