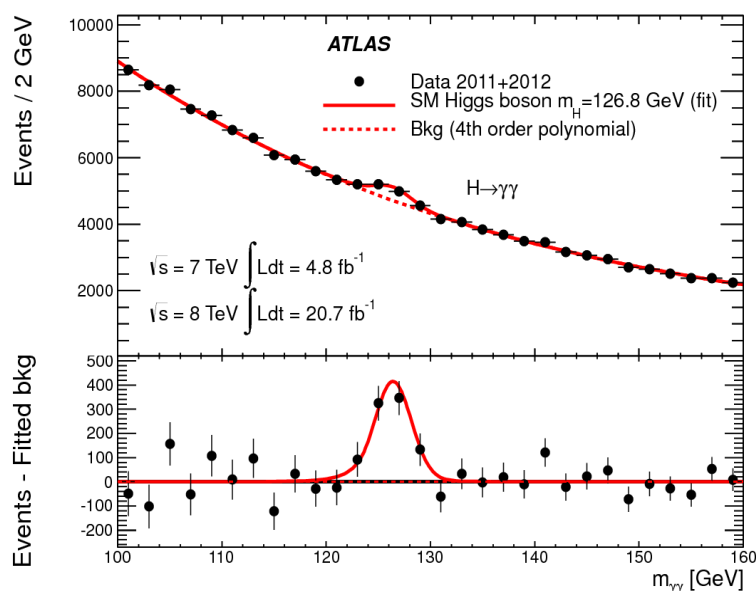


Statystyczne aspekty emisji, propagacji i detekcji promieniowania jądrowego

Rysunek 5.1 przedstawia niedawne wyniki eksperymentu ATLAS w laboratorium CERN pokazujące rozkład tzw. masy niezmienniczej ($m_{\gamma\gamma}$) dwóch fotonów. Punkty układają się dość regularnie z niewielkim lokalnym maksimum w obszarze mas około 125 GeV. Do zależności tej dopasowany został wielomian czwartego stopnia. W dolnej części rysunku pokazany jest rozkład, w którym od punktów pomiarowych zostały odjęte wartości dopasowanego wielomianu. Lokalne maksimum stało się lepiej widoczne, a pokazana linią ciągłą krzywa opisuje jego kształt. Zaznaczone przy punktach pomiarowych odcinki pionowe pokazują niepewności położenia tych punktów.



Rys. 5.1. Rozkład masy niezmienniczej ($m_{\gamma\gamma}$) par fotonów zarejestrowanych w eksperymencie ATLAS przy Wielkim Zderzaczu hadronów, LHC, w laboratorium CERN [42]

Uzyskanie tego wykresu wymagało dwóch lat pomiarów (2011 i 2012) jednego z największych w świecie eksperymentów fizycznych, ATLAS oraz zbudowania największego w świecie akceleratora-zderzacza, LHC. W rezultacie stwierdzono istnienie poszukiwanej od lat cząstki, tzw. bozonu Higgsa, a Peter Higgs, który pół wieku temu postulował jej istnienie otrzymał w 2013 roku nagrodę Nobla.

Dlaczego uzyskanie tego wykresu wymagało budowy tak ogromnej aparatury? Dlaczego pomiary musiały trwać tak długo? Czy było to konieczne?

Tak – było konieczne. Wszystkiemu „winien jest” statystyczny charakter procesów będących przedmiotem naszych badań - od rozpadów jąder atomowych, po produkcję bozonu Higgsa.

Jądro promieniotwórcze ma w każdej chwili czasu dwie możliwości, albo rozpaść się, albo nie. Sytuacja jest taka sama jak w rzucie monetą: albo wypadnie orzeł, albo reszka. Kiedy mamy wiele jąder stanowiących źródło promieniotwórcze, to tak, jakbyśmy rzucali całą garść monet i patrzyli ile z nich upadło orłem do góry.

Proces taki nazywamy binarnym i opisujemy go **rozkładem dwumianowym** $P_d(k; n, p)$, gdzie P jest prawdopodobieństwem uzyskania k sukcesów przy n wykonanych próbach, kiedy prawdopodobieństwo sukcesu w pojedynczej próbie wynosi p . W naszym przypadku, P jest prawdopodobieństwem rozpadu k jąder w źródle składającym się z n jąder, kiedy prawdopodobieństwo rozpadu pojedynczego jądra wynosi p . Dla rzucania monet jest to prawdopodobieństwo upadnięcia k monet orłem do góry, jeśli rzucamy n monet, a prawdopodobieństwo upadnięcia orłem do góry pojedynczej monety wynosi p .

Analogia nie jest jednak pełna, bo jeśli jądro w danej chwili się rozpadło, to już w następnej wypada z gry. Prowadzi to do naturalnego pytania, jaki jest stosunek liczby jąder, które się rozpadają w danej chwili do wszystkich jąder w źródle. Natychmiast nasuwa się uwaga – to zależy jak dużą chwilę rozpatrujemy i jakie jest prawdopodobieństwo p rozpadu w tej chwili pojedynczego jądra. Jeśli chwila jest tak krótka, że bardzo mała część jąder się w niej rozpada w stosunku do wszystkich jąder w źródle, to możemy uznać, że analogia jest zachowana. Jeśli chwila jest porównywalna z czasem połowicznego rozpadu, to oczywiście - nie.

Mając to na uwadze przyjmijmy, że analogia jest zachowana, czyli, że w rozpatrywanych przez nas chwilach liczba jąder rozpadających się jest tak mała, że nie zmienia to istotnie liczby jąder w źródle. (Pamiętając, że liczba jąder w realnych źródłach jest jedynie kilka rzędów wielkości mniejsza od liczby Avogadra (ok. $6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$), a liczba mierzonych rozpadów w realnych przedziałach czasu niech będzie rzędu miliona, czyli 10^6 , to i tak stanowi to mniej niż jedna milionowa, milionowej części jąder w źródle.)

5.1. Relacje pomiędzy rozkładami: dwumianowym, Poissona i Gaussa

Przypomnijmy kształt rozkładu dwumianowego:

$$P_d(k; n, p) = \frac{n!}{k!(n-k)!} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k} \quad (5.1.1)$$

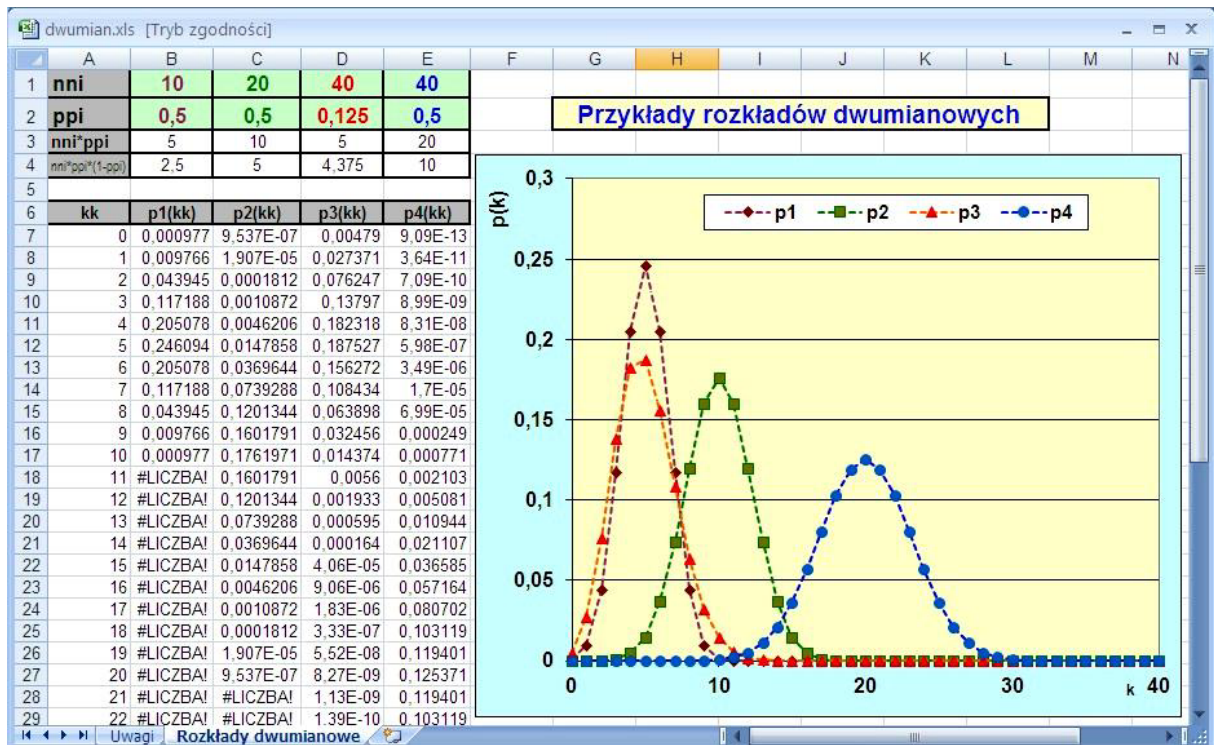
gdzie wyrażenie ułamkowe po prawej stronie jest tzw. czynnikiem Newtona wyrażającym liczbę kombinacji k -elementowych w zbiorze o n elementach. Pozostałe symbole zostały już zdefiniowane. Wielkości n oraz p są parametrami tego rozkładu; rozkład jest więc dwuparametryczny.

Pierwsze dwa momenty tego rozkładu: wartość oczekiwana i wariancja, czyli kwadrat odchylenia standardowego wynoszą:

$$\langle k \rangle = n \cdot p; \quad \sigma^2 = n \cdot p \cdot (1-p) \quad (5.1.2)$$

Zmianę kształtu rozkładu dwumianowego wraz ze zmianą wartości jego parametrów, można prześledzić z pomocą interaktywnej aplikacji, którą ilustruje rysunek poniżej. (Dla uruchomienia aplikacji należy po wciśnięciu klawisza „ctrl” kliknąć w polu ilustracji.)

Wpisując w zielone pola liczby równe wybranym wartości parametrów możemy zobaczyć kształty czterech rozkładów w postaci liczbowej i graficznej.



Rys. 1. Przykładowy wygląd ekranu aplikacji „dwumian.xls”. Rozkłady dwumianowe dla wpisanych w zielonych polach wartości parametrów pokazane są w postaci liczbowej i graficznej

Warto zwrócić uwagę na charakterystyczne cechy rozkładów dwumianowych dla różnych wartości parametrów:

1. Dla $p=0,5$ (na ekranie oznaczonej jako **ppi**) rozkłady mają postać symetryczną względem wartości oczekiwanej.
2. Wartości prawdopodobieństwa określone są tylko dla k mniejszego lub równego n (diagnostyka „liczba” dla wartości większych)
3. W przypadku, kiedy wartość p nie jest równa $0,5$, rozkład jest niesymetryczny i ma większą wariancję niż rozkład o tej samej wartości oczekiwanej, ale o $p=0,5$ (przykłady dla: $n=10, p=0,5$ i $n=40, p=0,125$).

Kiedy mamy sytuację taką, że prawdopodobieństwo p zmierza do zera, a liczba prób n do nieskończoności ale tak, że ich iloczyn ma skończoną wartość, a więc możemy napisać, że

$$n \cdot p = \lambda, \quad (5.1.3)$$

to rozkład dwumianowy zbiega do rozkładu postaci

$$P_p(k; \lambda) = \frac{\lambda^k}{k!} \cdot e^{-\lambda} \quad (5.1.4)$$

gdzie λ jest parametrem (jedynym) tego rozkładu. Rozkład ten nosi nazwę **rozkładu Poissona**. Zwróćmy uwagę, że właśnie taką sytuację mamy w przypadku typowego źródła promieniotwórczego, kiedy liczba jąder w źródle, n , jest o wiele rzędów wielkości większa od liczby jąder, k , rozpadających się w realnie mierzonym przedziale czasu.

Prawdopodobieństwo rozpadu pojedynczego jądra, p , jest w tym przedziale czasu bardzo małe, więc założenia dotyczące rozkładu Poissona są bardzo dobrze spełnione.

Wartość oczekiwana i wariancja dla rozkładu Poissona wynoszą

$$\langle k \rangle = \lambda; \quad \sigma^2 = \lambda \quad \text{czyli} \quad \sigma^2 = \langle k \rangle \quad (5.1.5)$$

Równość wartości oczekiwanej i wariancji jest niezwykle ważną cechą charakterystyczną rozkładu Poissona. Wynika z tego, że odchylenie standardowe równe jest pierwiastkowi kwadratowemu z wartości oczekiwanej, a stosunek tych wielkości jest odwrotnie proporcjonalny do pierwiastka z wartości oczekiwanej, a więc maleje ze wzrostem tej wartości. Związek ten ma bardzo duże znaczenie praktyczne.

$$\sigma = \sqrt{\lambda}; \quad \frac{\sigma}{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \quad (5.1.6)$$

Rozkład Poissona może być zapisany również w postaci

$$P_p(k; \langle k \rangle) = \frac{(\langle k \rangle)^k}{k!} \cdot e^{-\langle k \rangle} \quad (5.1.7)$$

przy czym pamiętajmy, że wartość oczekiwana tego rozkładu $\langle k \rangle$ może być liczbą rzeczywistą, natomiast wartości zmiennej losowej k zarówno dla rozkładu dwumianowego, jak i dla rozkładu Poissona mogą być tylko liczbami naturalnymi z włączeniem zera.

Zauważmy też, że dla rozkładu Poissona spełniona są zależność:

$$P_p(k-1; \langle k \rangle) = \frac{k}{\langle k \rangle} \cdot P_p(k) \quad (5.1.8)$$

Wynika z tego, że

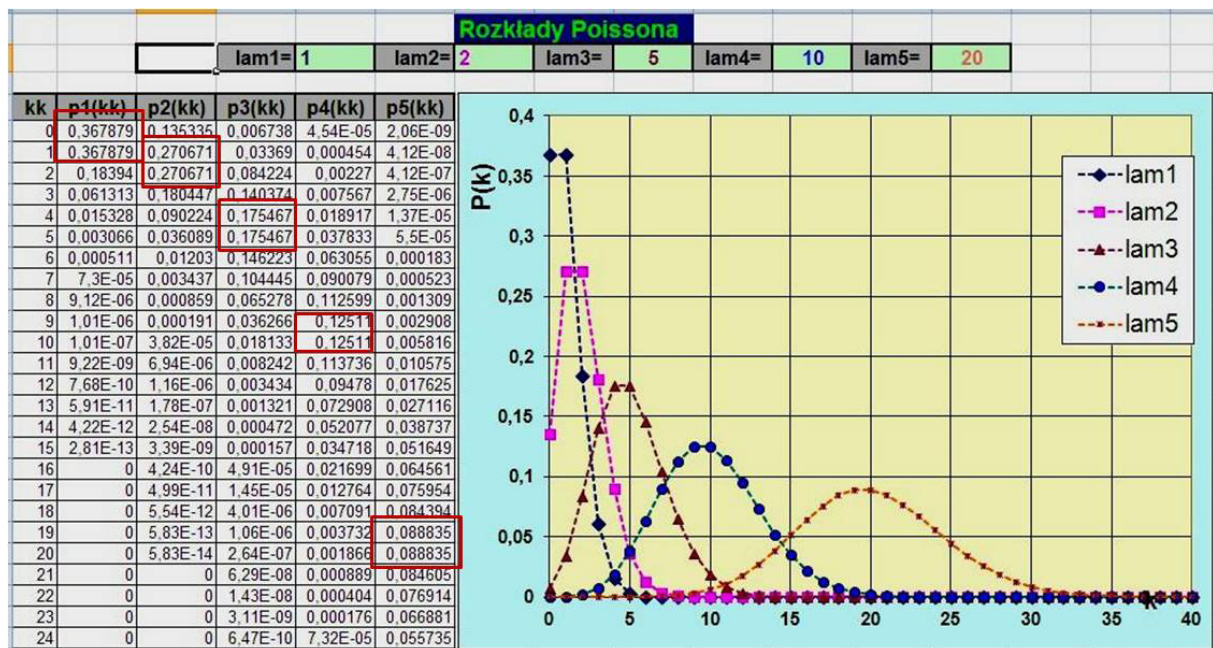
$$\text{dla } k = \langle k \rangle \quad P_p(k-1; \langle k \rangle) = P_p(k; \langle k \rangle) \quad (5.1.9)$$

Czyli prawdopodobieństwa uzyskania wartości k równej wartości średniej jest takie samo jak uzyskania wartości o jeden mniejszej.

Ewolucję kształtu rozkładu Poissona wraz ze zmianą jego wartości oczekiwanej, można prześledzić z pomocą interaktywnej aplikacji, której przykładowy ekran ilustruje **Rys.2.** (Dla uruchomienia aplikacji należy po wciśnięciu klawisza „ctrl” kliknąć w polu ilustracji.)

Wpisując w zielone pola liczby równe wybranej wartości oczekiwanej możemy zobaczyć kształty pięciu rozkładów w postaci liczbowej i graficznej. Dla zwrócenia uwagi na podaną wyżej zależność wartości liczbowe prawdopodobieństwa dla k równego wartości oczekiwanej oraz o jeden mniejszej, zostały oznaczone czerwonymi obwódkami.

Nietrudno zauważyć, że wraz ze wzrostem parametru lambda rozkład staje się coraz bardziej symetryczny.



Rys. 2. Przykładowy wygląd ekranu aplikacji „Poisson.xls”. Rozkłady Poissona dla wpisanych w zielonych polach wartości oczekiwanych, pokazane są w postaci liczbowej i graficznej

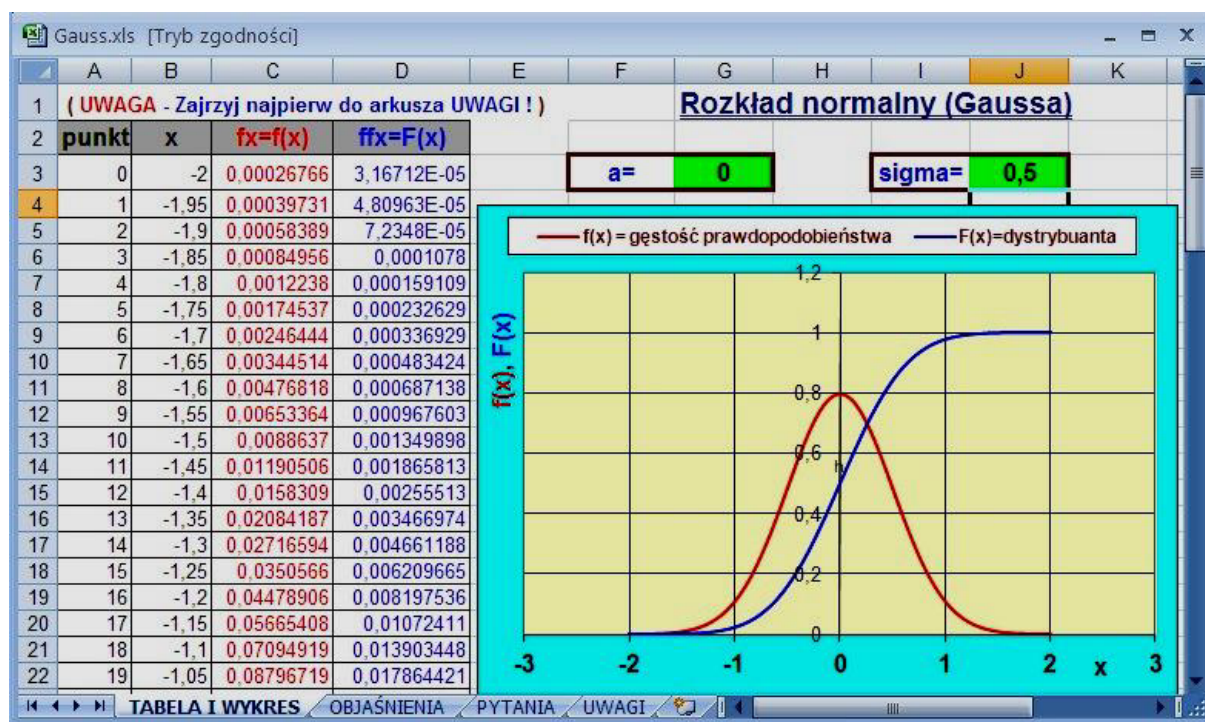
Kiedy rośnie wartość przeciętna w rozkładzie Poissona i kształt rozkładu staje się coraz bardziej symetryczny, wtedy rozkład ten można z dobrym przybliżeniem opisać **rozkładem normalnym (Gaussa)**. Rozkład ten określony jest dla zmiennej losowej ciągłej x , przyjmującej wartości rzeczywiste. Rozkład normalny jest rozkładem dwuparametrycznym, a gęstość prawdopodobieństwa tego rozkładu określona jest zależnością

$$f(x; a, \sigma) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2 \cdot \sigma^2}} \quad (5.1.10)$$

Parametrami tego rozkładu są: wartość oczekiwana a , i odchylenie standardowe σ . Jeżeli jednak rozkład normalny ma przybliżać omawiane tu rozkłady: dwumianowy i Poissona to

jego parametry powinny spełnić warunki określone dla parametrów tych rozkładów i ich wzajemne relacje.

Kształt rozkładu gęstości prawdopodobieństwa $f(x)$ oraz dystrybuanty $F(x)$ dla zadanych wartości parametrów rozkładu Gaussa, można zobaczyć w postaci liczbowej i graficznej z pomocą interaktywnej aplikacji, której przykładowy ekran ilustruje **Rys.3**. (Dla uruchomienia aplikacji należy, podobnie jak w poprzednich przypadkach, po wciśnięciu klawisza „ctrl” kliknąć w polu ilustracji.)



Rys. 3. Przykładowy wygląd ekranu aplikacji „Gauss.xls”. Rozkład gęstości prawdopodobieństwa i dystrybuanty dla wybranych wartości parametrów.

Warto zwrócić uwagę na kilka charakterystycznych cech tego rozkładu.

1. Rozkład ma kształt symetryczny względem wartości oczekiwanej, dla której gęstość prawdopodobieństwa przyjmuje wartość maksymalną.
2. Prawdopodobieństwo, wyznaczone jako całka z gęstości prawdopodobieństwa w przedziale o zadanych granicach, wynosi dla obszaru określonego przez granice równe jednemu odchyleniu standardowemu względem wartości oczekiwanej, czyli

$$\int_{a-\sigma}^{a+\sigma} f(x; a, \sigma) dx \approx 0.6827 \quad (5.1.11)$$

3. Analogicznie wyznaczone prawdopodobieństwa dla obszaru w granicach dwóch i trzech odchylen standardowych wynoszą, z dokładnością do czterech miejsc po kropce, odpowiednio: 0.9545, 0.9973.

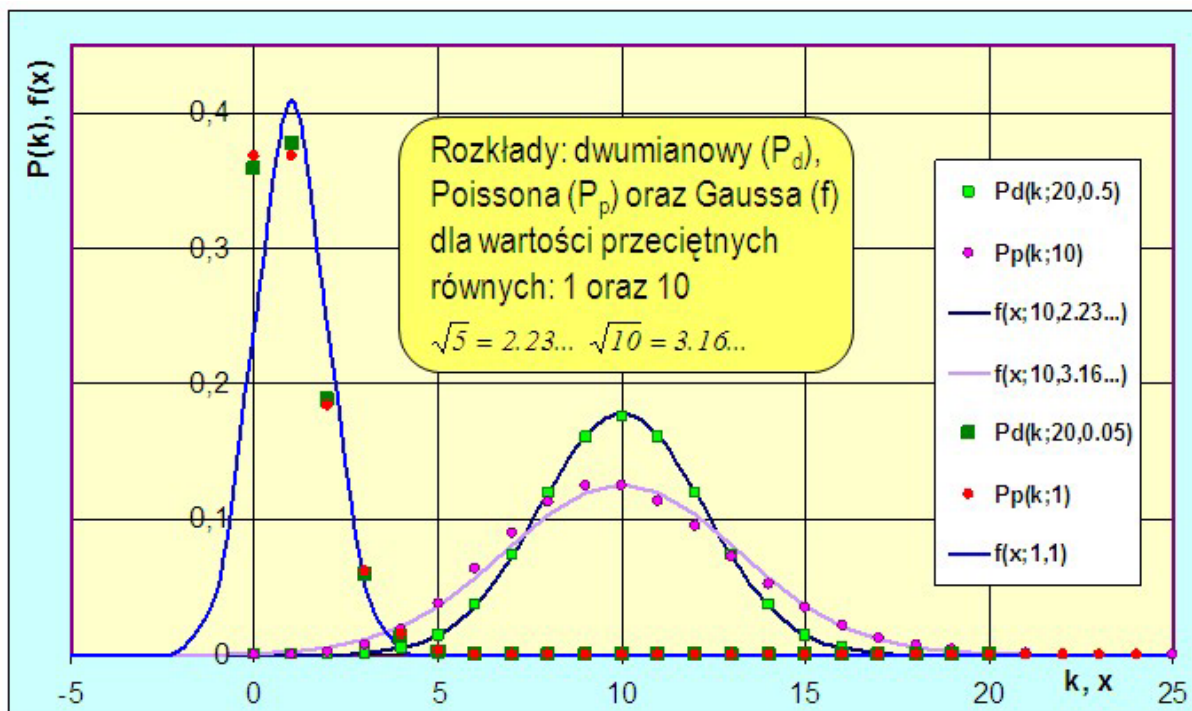
4. Niekiedy interesuje nas wielkość obszaru wokół wartości oczekiwanej obejmujący zadaną część (np. połowę) pola pod krzywą. Dla przykładu, w przypadku połowy pola mamy,

$$\int_{a-0.6745\sigma}^{a+0.6745\sigma} f(x; a, \sigma) dx \approx 0.5 \quad (5.1.12)$$

5. W niektórych analizach ważna jest znajomość wielkości obszaru wokół wartości oczekiwanej w którym gęstość prawdopodobieństw jest większa od 0.5. określaną jako szerokość rozkładu w połowie maksimum. (w terminologii angielskiej zwana *FWHM*, „*Full Width at Half Maximum*”),

$$FWHM = 2 \cdot \sqrt{2 \ln 2} \cdot \sigma \approx 2.35482 \cdot \sigma \quad (5.1.13)$$

Przeanalizujemy dokładniej relacje pomiędzy kształtami omawianych tu rozkładów dla wybranych, reprezentatywnych wartości parametrów. Rozkłady te pokazane są na Rys.4.



Rys.4 Rozkłady: dwumianowy, Poissona, Gaussa, dla wybranych wartości parametrów

1. W przypadku, kiedy parametry rozkładu dwumianowego wynoszą

$$n = 20, \quad p = 0.5 \quad \text{czyli} \quad n \cdot p = 10 \quad (5.1.14)$$

to wartość oczekiwana tego rozkładu równa jest analogicznej wartości dla rozkładu Poissona, ale kształty obu rozkładów bardzo się różnią.

2. Kiedy jednak

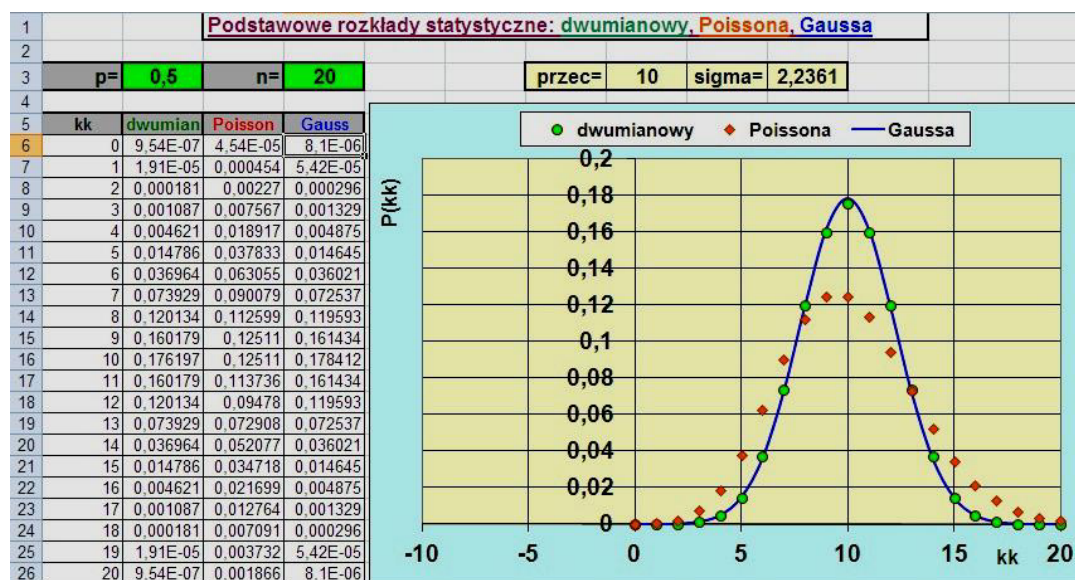
$$n = 20, \quad p = 0.05 \quad \text{czyli} \quad n \cdot p = 1 \quad (5.1.15)$$

kształty obu rozkładów stają się podobne, co jest rezultatem lepszego spełnienia warunku dotyczącego małej wartości prawdopodobieństwa sukcesu w rozkładzie dwumianowym i rozkład ten swym kształtem zbliża się do rozkładu Poissona.

3. Przy parametrów określonych wartościami (14) rozkład normalny bardzo dobrze odzwierciedla kształt rozkładu dwumianowego, natomiast zasadniczo odbiega od kształtu obu rozkładów: dwumianowego i Poissona dla wartości parametrów podanych w (15), wchodząc w zakres niedopuszczalnych dla tych rozkładów wartości zmiennej niezależnej, mniejszych od zera.

4. Rozkład normalny opisujący dobrze rozkład dwumianowy określony wzorami (14) wykreślony został dla wartości oczekiwanej i odchylenia standardowego odpowiadających parametrom rozkładu dwumianowego. $a=10$, $\sigma=\sqrt{5}$. Podobnie rozkład normalny nieźle przybliży rozkład Poissona dla $a=10$, $\sigma=\sqrt{10}$, a więc dla wartości parametrów, zgodnych z relacją między nimi wynikającą z rozkładu Poissona.

Porównanie kształtów rozkładów dla wybranych przez użytkownika wartości parametrów można zobaczyć posługując się aplikacją zamieszczoną poniżej.



Rys. 5. Przykładowy wygląd ekranu aplikacji „rozklady.xls”.

5.2. Estymacja parametrów rozkładów prawdopodobieństwa

Kiedy wykonujemy pomiar liczby zliczeń z pomocą detektora promieniowania jonizującego, pobieramy próbkę o rozmiarze jeden z rozkładu Poissona. Taki pomiar jednak niewiele mówi o

samym rozkładzie i jego wartości oczekiwanej. Z pokazanych wyżej ilustracji widzimy, że z zupełnie dużym prawdopodobieństwem wynik pojedynczego pomiaru może znacznie różnić się od wartości oczekiwanej.

Aby uzyskać wiarygodne oszacowanie wartości oczekiwanej wykonujemy wiele pomiarów i wyznaczamy wartość średnią liczby zliczeń

$$\bar{k} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k_i \quad (5.2.1.)$$

gdzie N jest liczbą wykonanych pomiarów. Wartość średnia jest także liczbą losową będącą estymatorem wartości oczekiwanej, która jest liczbą – parametrem rozkładu. Miarą dokładności uzyskanych wyników będzie wielkość charakteryzująca ich rozrzut względem wartości średniej.

$$s_k^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (k_i - \langle k \rangle)^2 \quad (5.2.2.)$$

Odjęcie jedynki w mianowniku ułamka wynika z faktu, że rozrzut wyznaczamy nie względem wartości oczekiwanej (liczby będącej parametru rozkładu) ale względem wartości średniej, która sama została wyznaczona w oparciu o wykonaną serię pomiarów. (Znając wyniki $n-1$ pomiarów oraz wartość średnią, możemy wyliczyć wynik brakującego pomiaru.) Liczba niezależnych pomiarów wynosi więc $n-1$. Tak wyznaczona wielkość jest estymatorem drugiego momentu rozkładu, jego wariancji, przy założeniu, że kształt rozkładu odpowiada rozkładowi normalnemu. Pierwiastek kwadratowy z estymatora wariancji jest więc estymatorem odchylenia standardowego wyznaczającego granice, w jakich mieści się ok. 68% wyników pomiarów.

Jeśli więc wykonaliśmy pojedynczy pomiar liczby zliczeń otrzymując wynik k zliczeń i jest to liczba na tyle duża, że rozkład Poissona możemy przybliżać rozkładem Gaussa, to wiemy, że z prawdopodobieństwem ok. 68%, wartość ta różni się od wartości oczekiwanej dla rozkładu Poissona w granicach określonych przez \sqrt{k} , bo takie jest odchylenie standardowe tego rozkładu. Jeśli jednak liczba zliczeń okazała się tak mała, że rozkładu Poissona nie możemy przybliżać rozkładem Gaussa (zob. Rys. 4) to wówczas przyjmujemy wartość $k+1$, jako przybliżenie wartości średniej pamiętając, że prawdopodobieństwa uzyskania wartości k równej wartości średniej jest takie samo jak uzyskania wartości o jeden mniejszej (wzór (9)). Dla przykładu, kiedy w zadanym przedziale czasu nie obserwujemy żadnego zliczenia, to za wynik pomiaru podajemy wartość 1 ± 1 , a jeśli obserwujemy jedno zliczenie, to wynik zapisujemy w postaci 2 ± 1.4 .

Wykorzystując własności rozkładu Poissona widzimy również, że warto uzyskać większą liczbę zliczeń, bo wówczas względna niepewność pomiaru będzie mniejsza. Wtedy bowiem możemy tę niepewność oszacować jako (patrz wzór (6))

$$s_k \approx \sqrt{k}, \quad \frac{s_k}{k} = \frac{\sqrt{k}}{k} = \frac{1}{\sqrt{k}} \quad (5.2.3.)$$

a więc zmniejsza się jak odwrotność pierwiastka kwadratowego z liczby zliczeń. Przy $k=100$ niepewność jest rzędu **10%**, ale przy $k=10000$, jest to już tylko **1%**.

Zawsze jednak najlepiej jest powtórzyć pomiar, tj. wykonać serię pomiarów. Niepewność statystyczną uzyskanej wartości średniej możemy oszacować podobnie. Wykonując wiele serii po n pomiarów otrzymamy także rozkład, którego odchylenie standardowe będzie

$$s_{\bar{k}} = \frac{s_k}{\sqrt{n}} \quad (5.2.4.)$$

gdzie s_k jest określone wzorem (5.2.2). Niepewność wartości średniej przy wykonaniu serii n pomiarów, w których uzyskiwano liczby zliczeń k_i , określamy więc jako

$$s_{\bar{k}} = \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \sum_{i=1}^n (k_i - \langle k \rangle)^2} \quad (5.2.5.)$$

Zwróćmy uwagę na zasadniczą różnicę pomiędzy niepewnością pojedynczego pomiaru wyznaczoną na podstawie wzoru (5.2.2) oraz niepewnością wartości średniej wyznaczoną z pomocą wzoru (20). Zwiększając liczbę pomiarów i wyznaczając wartość średnią, a następnie niepewność z pomocą wzoru (5.2.2) otrzymamy lepsze oszacowanie niepewności pojedynczego pomiaru. Wyznaczana wartość będzie coraz mniej fluktuować, ale pozostawać na tym samym poziomie. (Można to również łatwo zauważyć analizując postać wzoru (5.2.2), bo zwiększając n zwiększamy licznik i mianownik ułamka.) Niepewność wartości średniej jest malejącą funkcją liczby pomiarów (z dokładnością do fluktuacji statystycznych) zgodnie ze wzorem (5.2.4).

5.3. Pomiar liczby zliczeń w obecności tła.

Często przy wykonywaniu pomiarów natężenia promieniowania pochodzącego od badanego źródła promieniotwórczego nie mamy możliwości uwolnić się od promieniowania pochodzącego z otoczenia, czyli tzw. tła. Wykonujemy wtedy dwa pomiary – jeden w obecności źródła i jeden pomiar bez źródła, czyli pomiar tła. Ten drugi pomiar wykonuje się zwykle w ciągu znacznie dłuższego czasu. Liczba zliczeń na jednostkę czasu, pochodząca od badanego źródła n_z , wyznaczamy ze wzoru

$$n_z = n - n_t = \frac{k}{t} - \frac{k_t}{t_t} \quad (5.3.1.)$$

Niepewność takiego pomiaru złożonego wyznaczamy korzystając z prawa propagacji niepewności przypadkowych

$$s_x = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 \cdot s_{x_1}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 \cdot s_{x_2}^2 + \dots} \quad (5.3.2.)$$

W naszym przypadku mamy

$$s_{n_z} = \sqrt{\frac{1}{t^2} \cdot s_n^2 + \frac{1}{t_t^2} \cdot s_{n_t}^2} \quad (5.3.3.)$$

Biorąc za oszacowanie niepewności pomiaru zależność wynikającą z rozkładu Poissona (wzór (5.2.3)) otrzymujemy

$$s_{n_z} = \sqrt{\frac{k}{t^2} + \frac{k_t}{t_t^2}} = \sqrt{\frac{n}{t} + \frac{n_t}{t_t}} \quad (5.3.4.)$$

5.4 Pomiar liczby zliczeń z uwzględnieniem czasu martwego licznika

Statystyczny charakter procesów jądrowych sprawia, że niekiedy odstęp czasu pomiędzy dwoma cząstkami padającymi na detektor jest tak krótki, że po zarejestrowaniu pierwszej cząstki detektor nie może zarejestrować drugiej. Czas ten jest charakterystyczny dla danego typu detektora i zwany jest **czasem martwym**.

Znając wartość czasu martwego t_m można oszacować jego wpływ na zmierzoną liczbę zliczeń i wprowadzić odpowiednią poprawkę.

Jeśli na detektor w ciągu jednostki czasu pada n_1 cząstek, a detektor rejestruje n_2 cząstek, to znaczy, że czas w ciągu którego detektor był zablokowany wynosi

$$t = n_2 \cdot t_m \quad (5.4.1.)$$

Jeśli w ciągu jednostki czasu na detektor pada n_1 cząstek, to w ciągu czasu t pada ich

$$n_1 \cdot t = n_1 \cdot n_2 \cdot t_m \quad (5.4.2.)$$

To właśnie taka liczba cząstek nie została zarejestrowana w jednostce czasu. Mamy więc

$$n_1 - n_2 = n_1 \cdot n_2 \cdot t_m \quad (5.4.3.)$$

Stąd możemy wyznaczyć liczbę cząstek padających w jednostce czasu na detektor n_1 , jeśli znamy liczbę cząstek zarejestrowanych n_2 oraz wartość czasu martwego t_m .

$$n_1 = \frac{n_2}{1 - n_2 \cdot t_m} \quad (5.4.4.)$$

Wyrażenie to można zapisać prościej, jeśli czas martwy oraz liczba zliczeń są wielkościami na tyle małymi, że możemy napisać

$$n_1 = \frac{n_2}{1 - n_2 \cdot t_m} = \frac{n_2 \cdot (1 + n_2 \cdot t_m)}{\underbrace{1 - (n_2 \cdot t_m)^2}_{\approx 1}} = n_2 \cdot (1 + n_2 \cdot t_m) \quad (5.4.5.)$$

W takim przedstawieniu wyrażenie $(1+n_2t_m)$ jest współczynnikiem określającym wpływ czasu martwego na liczbę zliczeń.

Czasy martwe dla typowych detektorów są znane i dla detektorów jonizacyjnych wynoszą zwykle $(10^{-4} \div 10^{-6})$ s. Czas martwy może też być wyznaczony eksperymentalnie. W tym celu wykonuje się pomiary z pomocą dwóch źródeł promieniotwórczych; oddzielnie z każdym ze źródeł oraz równocześnie z dwoma źródłami. Ze związków pomiędzy liczbami zliczeń w tych trzech pomiarach można wyznaczyć wartość czasu martwego.