Wydział Fizyki

POLITECHNIKA WARSZAWSKA

# Fizyka 2

## Postulaty mechaniki kwantowej. Wielkości fizyczne.

Dr inż. Monika Petelczyc

monika.petelczyc@ipw.edu.pl

pok. 136, Gmach Fizyki

# Postulaty mechaniki kwantowej

- **Obserwacja w mechanice kwantowej**: dla dwóch rodzajów obserwacji A & B zazwyczaj kolejność i wykonywania ma znaczenie (patrz postulaty matematyczne – komutatory)
- **Zasada odpowiedniości:** relacje klasyczne, w których nie występują pochodne, w mechanice kwantowej zachodzą po zastąpieniu wielkości fizycznych odpowiednimi operatorami.
- **Zasada komplementarności** (szczegóły slajd następny)**:** każde dwie wielkości obserwowalne, z których jedna wiąże się z położeniem $\hat{\chi}$, a druga z pędem $\hat{\alpha}$ spełniają związek przemienności (są komplementarne): $[\hat{\chi}, \hat{\alpha}] = i\hbar$

# Tworzenie operatorów odpowiadających wielkościom fizycznym: kwantowanie.

Wracamy do języka komutatorów. W mechanice klasycznej znane są tzw. nawiasy Poissona, których odpowiednikiem w mechanice kwantowej są komutatory. Właściwości komutatorów są równoważne nawiasom po przemnożeniu przez $i\hbar$. Wykorzystując relacje dla tzw. położeń i pędów uogólnionych POSTULUJEMY (i≠j):

$$[\hat{q}_i, \hat{q}_j] = 0$$
$$[\hat{p}_i, \hat{p}_j] = 0$$
$$[\hat{q}_i, \hat{p}_j] = i\hbar\delta_{i,j}$$

**Można je nazwać regułami kwantowania. Zapewniającymi relacje między mechaniką klasyczna i kwantową.**

# Przykład 1:

Położenie i pęd:

$$[\hat{x}, \hat{p}_x] = i\hbar = \hat{x}\hat{p}_x - \hat{p}_x\hat{x}$$

Wiemy, że operator położenia to po prostu x, czym będzie operator pędu? W mechanice klasycznej pęd jest funkcją pochodnej położenia po czasie.

$$\hat{x}\hat{p}_x f - \hat{p}_x\hat{x} f = \mathrm{x}\frac{df}{dx} - \frac{d}{dx}(xf) = x\frac{df}{dx} - f - x\frac{df}{dx}$$
$$= -f$$

Wniosek: $\hat{p}_x = -i\hbar\frac{d}{dx}$

Ale czy to jest operator hermitowski?

# Przykład 2: Operator energii

Całkowita energia układu (HAMILTONIAN) dana jest wzorem:

$$H(p,x) = \frac{p^2}{2m} + V(x)$$

Zapis po „skwantowaniu" i wykorzystaniu relacji na $\hat{p}$:

$$\hat{H}\,(p,x) = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \hat{V}(x) = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} + \hat{V}(x)$$

Cząstka swobodna: $\hat{V}(x)$=0

# Pęd

Zagadnienie własne na hamiltonian: $\widehat{H}\psi = E\psi$

Komutator z pędem: $\left[\widehat{H}, \hat{p}\right] = 0$

Konsekwencją tego faktu jest wspólny układ funkcji własnych.
Zacznijmy od zagadnienia własnego dla operatora pędu.

$$\hat{p}_x\psi = p\psi$$

$$-i\hbar\frac{d}{dx}\psi = p\psi$$

$$\psi(x) = Ae^{i\frac{p}{\hbar}x} = Ae^{ikx}$$

Oraz p=$\hbar k$. Czy ta postać rozwiązania coś Państwu przypomina?
Proszę zauważyć, że nie występuje żadne ograniczenie na pęd: może przyjmować zarówno wartości dodatnie jak i ujemne.

# Ile wynosi stała $A$ w naszej funkcji własnej?

Skorzystamy z „definicji” matematycznej delty Diraca! TABLICA