

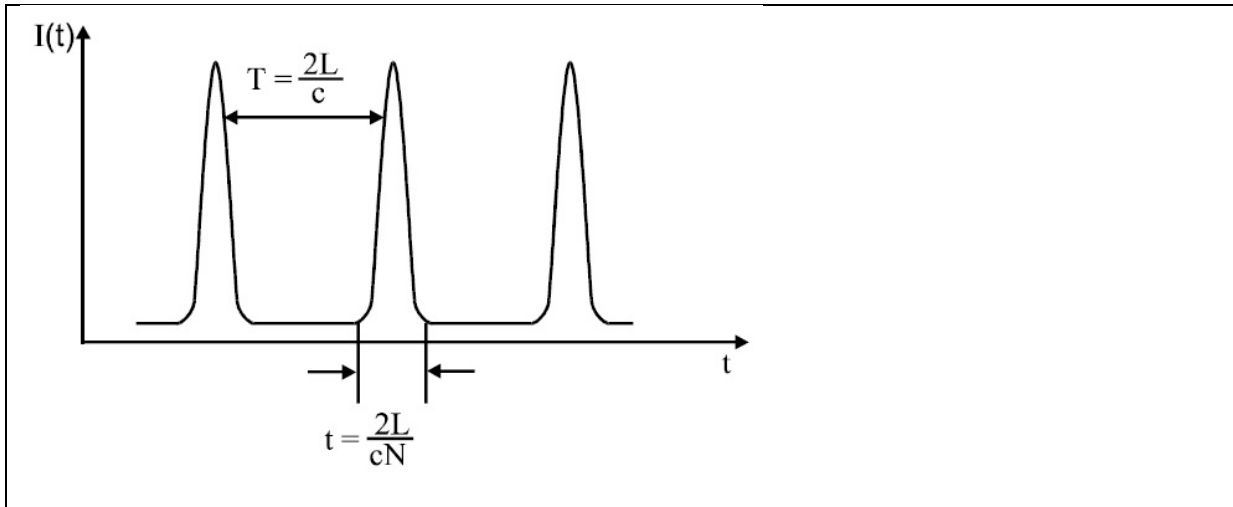
Pomiar czasu trwania impulsu metodą autokorelacji

Spis treści

1. Wprowadzenie	1
2. Dyspersja prędkości grupowej	5
A. Wydłużenie impulsu	6
3. Pomiar czasu trwania impulsu.....	12
B. Autokorelator interferometryczny.....	13
C. Autokorelator natężeniowy.....	14
4. Wykonanie doświadczenia	16
5. Opracowanie wyników i przygotowanie sprawozdania	16
Literatura:.....	16

1. Wprowadzenie

W warunkach generacji swobodnej lasery gazowe, ciekłe i stałe wytwarzają chaotyczną mieszaninę modów poprzecznych i podłużnych z różnicą faz między modami zmieniającą się w czasie. Jeśli różnica faz pomiędzy sąsiednimi modami jest stała, to emisja lasera odbywa się jako ciąg regularnych impulsów wysyłanych w odstępach czasu $T=2L/c$; z czasem trwania pojedynczego impulsu: $t=T/N=2L/cN$; gdzie N – jest liczbą modów generowanych przez rezonator optyczny, L długością rezonatora a c prędkością światła. Utrzymanie stałej różnicy faz między modami prowadzi do tzw. synchronizacji modów. Synchronizacja modów jest podstawową metodą otrzymywania impulsów krótszych od jednej nanosekundy. W porównaniu do metody przełączania dobroci impulsy otrzymywane tą metodą są znacząco krótsze i mają dużo większą częstość repetycji.



Rys. 1. Przebieg czasowy emisji lasera pracującego w reżimie synchronizacji modów

Liczba modów N zależy od szerokości linii emisji spontanicznej (fluorescencji) $\delta\lambda$: $N = \frac{4L\delta\lambda}{\lambda_0^2}$.

Oznacza to, że własności widmowe ośrodka czynnego decydują o czasie trwania impulsu. Do uzyskania ultrakrótkich impulsów stosuje się ośrodki czynne posiadające szerokie pasma emisji. W barwnikach linie fluorescencyjne są szerokie, co prowadzi do dużej liczby módów N i stąd w laserach barwnikowych można generować impulsy pikosekundowe ($1\text{ps}=10^{-12}\text{s}$). W laserach gazowych linia emisji jest wąska i w konsekwencji nie można w nich generować impulsów krótszych niż 10^{-9}s . Istnieje specjalna klasa laserów na ciele stałym, w których sprzężenie elektronowo-wibronowe powoduje znaczne poszerzenie linii fluorescencyjnych, a w konsekwencji umożliwia wygenerowanie impulsów femtosekundowych ($1\text{fs}=10^{-15}\text{s}$).

W warunkach synchronizacji modów otrzymujemy zatem ciąg impulsów o okresie repetycji $T = \frac{2L}{c}$ i czasie trwania pojedynczego impulsu $t = \frac{2L}{cN}$. Dla uproszczenia rozważań założmy, że generowane mody są falami płaskimi $E(t) = E_0 e^{i\omega t}$, co oznacza, że rozkład widmowy pojedynczego modu podłużnego opisany jest deltą Diraca $\delta(\omega - \omega_0)$ o nieskończenie wąskiej szerokości.

Całkowite pole jest sumą pól elektrycznych pochodzących od poszczególnych modów i wynosi:

$$E(t) = \sum_{k=-n}^n E_0 \exp\{i[(\omega_0 + k\Delta\omega_q)t + k\Delta\phi_q]\} \quad (1)$$

gdzie $\Delta\omega_q$ jest różnicą częstości między sąsiednimi modami podłużnymi, a $\Delta\varphi_q$ jest różnicą faz między nimi, $n = \frac{N-1}{2}$. Korzystając z tożsamości $\sum e^{ik\alpha} = 2 \sum \cos(k\alpha) - 1$ oraz relacji trygonometrycznej $\sum_{k=-n}^n \cos(k\alpha) = \frac{\cos(\frac{n\alpha}{2}) \sin(\frac{\alpha(n+1)}{2})}{\sin(\frac{\alpha}{2})}$ i wstawiając do równania (1) otrzymujemy:

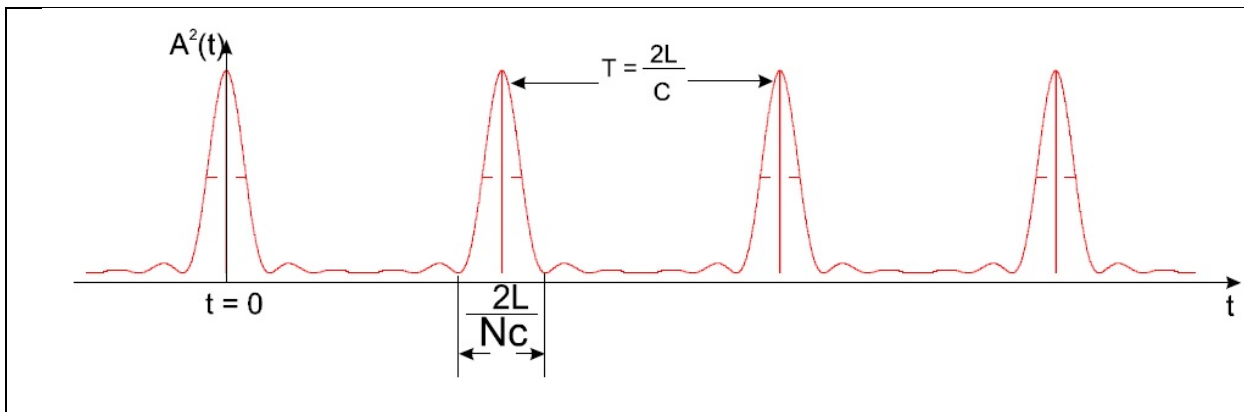
$$E = E_0 \exp(i\omega_0 t) \frac{\sin \left[\frac{N(\Delta\omega_q t + \Delta\varphi_q)}{2} \right]}{\sin \left[\frac{\Delta\omega_q t + \Delta\varphi_q}{2} \right]} \quad (2)$$

Przy braku synchronizacji różnica faz między kolejnymi modami podłużnymi zależy od czasu i zmienia się w sposób przypadkowy, a zatem również pole elektryczne E pochodzące od N modów zmienia się chaotycznie w czasie. W przypadku synchronizacji modów różnica faz między modami jest stała i całkowite natężenie pola elektrycznego E jest zmodulowanym amplitudowo drganiem o częstości nośnej ω_0 równej częstości modu centralnego o obwiedni wyrażonej wzorem:

$$A(t) = E_0 \frac{\sin \left[\frac{N}{2} (\Delta\omega_q t + \Delta\varphi_q) \right]}{\sin \left[\frac{\Delta\omega_q t + \Delta\varphi_q}{2} \right]} \quad (3)$$

Natężenie promieniowania $I(t) = A^2(t)$ powstające w wyniku interferencji jest więc funkcją typu $\left(\frac{\sin(nx)}{\sin x} \right)^2$ z maksimum dla $x=0$. Tak więc maksymalne natężenie światła jest proporcjonalne do kwadratu liczny modów $I_{sm} = N^2 |E_0|^2$.

Ponieważ funkcja $A(t)$ jest funkcją periodyczną, wykres natężenia promieniowania, które powstaje w wyniku interferencji N modów (zsynchronizowanych) przybiera postać jak na rysunku 2.



Rys. 2 Wykres natężenia promieniowania, które powstało w wyniku interferencji N modów podłużnych w funkcji czasu

Podsumowując, jeśli różnica faz między sąsiednimi modami jest stała, to emisja lasera odbywa się jako ciąg regularnych impulsów następujących po sobie w odstępach czasowych T . Odstępy czasowe między impulsami można łatwo policzyć, gdyż jest to odległość między dużymi maksimumami. Pierwsze maksimum dla czasu t_1 występuje gdy spełniony jest warunek:

$$\Delta\omega_q t_1 + \Delta\varphi_q = 0 \quad (4)$$

A następne maksimum dla czasu t_2 musi spełniać warunek:

$$\Delta\omega_q t_2 + \Delta\varphi_q = 2\pi \quad (5)$$

Odejmując stronami powyższe równania otrzymujemy:

$$\Delta\omega_q T = \Delta\omega_q (t_2 - t_1) = 2\pi; \text{ czyli } T = \frac{2\pi}{\Delta\omega_q} = \frac{2\pi}{2\pi\Delta\nu_q} = \frac{L}{2c} \quad (6)$$

gdzie $\Delta\nu_q = \frac{2c}{L}$ jest różnicą częstotliwości dwóch sąsiednich modów.

Czas trwania pojedynczego impulsu można policzyć jako przedział czasu, w którym wypromieniowana zostaje praktycznie całą energia impulsu. Warunek ten zostaje spełniony gdy licznik wyrażenia (3) zeruje się. Tak więc czas trwania pojedynczego impulsu t_{imp} wynosi:

$$t_{imp} = t_2 - t_1 = \frac{2\pi}{N\Delta\omega_q} = \frac{2L}{Nc} = \frac{\lambda_0^2}{2c\delta\lambda} \quad (7)$$

Powyzsza relacja jest konsekwencją zależności między domeną czasową i domeną częstości opisanej za pomocą transformaty Fouriera i łączy czas trwania impulsu z szerokością widmową pasma fluorescencyjnego emisji spontanicznej. Wynika z tego, że im szersza linia pasma tym krótszy impuls można wygenerować. Stąd do uzyskania ultrakrótkich impulsów używa się laserów których ośrodki czynne posiadają szerokie pasma emisji.

Związek między czasem trwania impulsu a widmem częstotliwości zależy od jego kształtu. Zwykle impuls ma kształt „dzwonu”, zatem wygodny jest jego opis za pomocą funkcji Gaussa lub sech^2 . Jeśli jest to silny impuls gaussowski, jego pole elektryczne można opisać następującą funkcją:

$$E(t) = \frac{E_0}{\tau} \exp\left(-\frac{t^2}{2\tau^2}\right) \quad (8)$$

Widmo częstości $E(\omega)$ w domenie częstości można wyznaczyć stosując transformatę Fouriera:

$$E(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E(t)e^{-i\omega t} dt = \frac{E_0}{2\pi} \exp\left[-\frac{\tau^2}{2}(\omega - \omega_0)^2\right] \quad (9)$$

Powyższe oznacza, że kształt pasma spektroskopowego w domenie częstości jest również opisany funkcją Gaussa. Szerokość w połowie wysokości (FWHM) profilu natężenia impulsu czasowego $E(t)$ wynosi zatem:

$$\Delta t_{FWHM} = 2\tau(\ln 2)^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

Zaś szerokość FWHM profilu natężenia $E(\omega)$ w domenie częstości wynosi:

$$\frac{\Delta \omega_{FWHM}}{2\pi} = \Delta \nu_{FWHM} = \frac{(\ln 2)^{\frac{1}{2}}}{\pi\tau} \quad (11)$$

Tak więc dla profilu gaussowskiego iloczyn czasu i szerokości widmowej wynosi:

$$\Delta t_{FWHM} \Delta \nu_{FWHM} = 0,441 \quad (12)$$

Czynnik ten jest oczywiście inny dla impulsów opisywanych innymi funkcjami.

2. Dyspersja prędkości grupowej

Jeśli światło pokonuje w dielektryku drogę l to faza doznaje przesunięcia o:

$$\Phi(\omega) = k(\omega)l = \frac{\omega}{c}n(\omega)l \quad (13)$$

Gdzie liczba falowa $k(\omega)$ oznacza zmianę fazy na jednostkę długości ośrodka. Zależność współczynnika załamania n od częstości wyznacza się najczęściej ze wzorów Sellmeiera.

Dyspersję ośrodka definiuje się przez kolejne wyrazy rozwinięcia Taylora $k(\omega)$ lub $\Phi(\omega)$ w funkcji częstości:

$$k(\omega) = k_0 + \frac{\partial k}{\partial \omega}(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2}(\omega - \omega_0)^2 + \frac{1}{3!} \frac{\partial^3 k}{\partial \omega^3}(\omega - \omega_0)^3 + \dots \quad (14)$$

Pierwszy wyraz po prawej stronie oznacza przesunięcie w fazie związane z prędkością fazową, drugi wyraz opisuje prędkość grupową ($v_{gr} = \frac{\partial\omega}{\partial k}$) natomiast wyraz drugiego rzędu oznacza dyspersję prędkości grupowej (*Group Dispersion Velocity*, GVD). W ośrodkach z dyspersją prędkości grupowej paczki falowe o różnych częstościach nośnych poruszają się z różnymi prędkościami grupowymi:

$$GVD(\omega) = \frac{d^2k}{d\omega^2} = \frac{d}{d\omega} \frac{1}{v_g} = -\frac{1}{v_g^2} \frac{dv_g}{d\omega} = \frac{\lambda^3}{2\pi c^2} \left(\frac{d^2n}{d\lambda^2} \right) \quad (15)$$

gdzie $v_g = \frac{d\omega}{dk} = -\frac{\lambda_0^2 dv}{d\lambda} = \frac{c}{n} \left(1 + \frac{\lambda_0}{n} \frac{dn}{d\lambda} \right)$;

Otrzymane wyrażenie (15) jest proporcjonalne do drugiej pochodnej współczynnika załamania po długości fali, a od znaku tej pochodnej zależy, czy promień światła o określonej częstości będzie miał do pokonania krótszą czy dłuższą drogę optyczną.

Dyspersja materiałowa powoduje rozszerzenie impulsu w czasie i porządkuje częstości w przestrzeni zajmowanej przez impuls. Składowe o mniejszej częstości mogą poruszać się z większą prędkością niż składowe o większej częstości („niebieskie”). Tak uporządkowany względem częstotliwości impuls nosi nazwę impulsu ze świergotem (*chirping pulse*). Jeśli częstość w impulsie rośnie w czasie, to mówimy o impulsie dodatnio świergotzącym, w przeciwnym wypadku impuls jest ujemnie świergotzący. Innymi słowy, jeśli niższe częstości wyprzedzają wyższe to impuls jest ze świergotem dodatnim.

Drugą pochodną zmiany fazy po częstości nazywamy dyspersją opóźnienia grupowego (*Group Delay Dispersion*, GDD):

$$GDD(\omega) = \frac{d^2\phi}{d\omega^2} = L \frac{d^2}{d\omega^2} \frac{\omega}{c} n(\omega) = L \frac{d^2k}{d\omega^2} \quad (16)$$

W zależności od znaku tej wielkości mówimy o dyspersji dodatniej lub ujemnej. GDD jest miarą stopnia zwiększenia czasu trwania impulsu o określonej częstości w maksimum, przechodzącego przez ośrodek dyspersyjny. Innymi słowy, GDD jest po prostu dyspersją prędkości grupowej na odległości L.

A. Wydłużenie impulsu

Załóżmy, że w kryształach o długości l generujemy drugą harmoniczną za pomocą impulsów o czasie trwania wiązki podstawowej t_p . Niech będzie spełniony warunek dopasowania fazowego w kryształach, tzn. prędkości fazowe wiązki podstawowej i drugiej harmonicznej będą jednakowe. Nie

oznacza to jednak, że prędkości grupowe będą również jednakowe. Przeciwnie, ze względu na własności dyspersyjne kryształu, prędkości grupowe wiązki podstawowej i drugiej harmonicznej są zazwyczaj różne, mimo dopasowania fazowego. Konsekwencją różnych prędkości grupowych jest to, że czas przejścia t_g przez kryształ o długości l jest różny dla wiązki podstawowej i drugiej harmonicznej. Dla wiązki podstawowej wynosi:

$$t_{1,g} = \frac{l}{v_{1,g}} = l \left(\frac{dk}{d\omega_1} \right) = \frac{l}{c} \frac{d(n_1 \omega_1)}{d\omega_1} = \frac{l}{c} \left[\frac{dn_1}{d\omega_1} \omega_1 + n_1 \right] \quad (17)$$

a dla drugiej harmonicznej

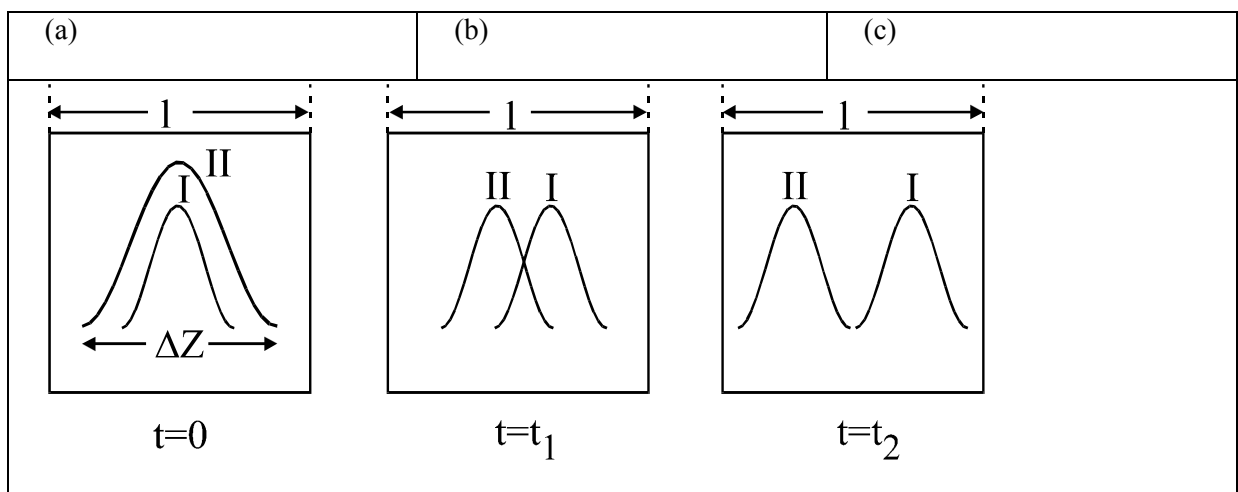
$$t_{2,g} = \frac{l}{v_{2,g}} = l \left(\frac{dk}{d\omega_2} \right) = \frac{l}{c} \frac{d(n_2 \omega_2)}{d\omega_2} = \frac{l}{c} \left[\frac{dn_2}{d\omega_2} \omega_2 + n_2 \right] \quad (18)$$

Oznacza to, że opóźnienie Δt paczki falowej drugiej harmonicznej w stosunku do składowej fundamentalnej wynosi:

$$\Delta t = t_g^2 - t_g^1 = \frac{l}{c} \left[\frac{dn_1}{d\lambda_1} \lambda_1 - \frac{dn_2}{d\lambda_2} \lambda_2 \right] \quad (19)$$

gdzie indeksy 1 i 2 oznaczają odpowiednio wiązkę podstawową i drugą harmoniczną.

Oznacza to, że dla czasu $t = 0$, czyli w momencie, w którym wiązka podstawowa pada na kryształ, pakiety falowe wiązki podstawowej i drugiej harmonicznej nakładają się (Rys. 3a). Po pewnym czasie ze względu na różne prędkości grupowe pakiety falowe nakładają się coraz słabiej ($t = t_1$) (Rys. 3b) i w końcu nakładanie znika ($t = t_2$) (Rys. 3c).



Rys. 3. Schemat ilustrujący konsekwencje różnej prędkości grupowej dla wiązki fundamentalnej i II harmonicznej.

Im krótszy impuls t_{im} , tym większy zakres widmowy Δk i tym węższy przestrzennie pakiet falowy Δz . Im węższy przestrzennie pakiet falowy oraz im większy czas opóźnienia grupowego $\Delta t = t_{2,g} - t_{1,g}$, tym mniejszy obszar oddziaływania wiązki podstawowej i drugiej harmonicznej. W przypadku stałej wartości Δt (która jest wielkością charakterystyczną materiału) oznacza to, że dla coraz krótszych impulsów obszar oddziaływania zmniejsza się i maleje efektywność procesu SHG.

Długość obszaru oddziaływania jest ograniczona warunkiem $\Delta t \leq t_{im}$. Warunek ten określa efektywną długość kryształu. Dalsza część rzeczywistej długości l kryształu jest nieefektywna, bo wiązki przestają się nakładać i proces SHG przestaje zachodzić.

Rozważmy przypadek, gdy opóźnienie grupowe jest dużo mniejsze od czasu trwania impulsu składowej podstawowej $\Delta t \ll t_{im}$, co oznacza, że spełniony jest warunek $\Delta t \rightarrow 0$, oznacza to, że spełniony jest warunek:

$$\frac{dn_1}{d\lambda_1} \lambda_1 = \frac{dn_2}{d\lambda_2} \lambda_2 \quad (20)$$

Jeżeli spełniony jest dodatkowo warunek dopasowania fazowego ($n_1 = n_2 = n$) oraz $\lambda_1 = 2\lambda_2$, otrzymuje się:

$$2 \left(\frac{dn}{d\lambda} \right)_1 = \left(\frac{dn}{d\lambda} \right)_2 \quad (21)$$

Oznacza to, że dla kryształów charakteryzowanych przez bardzo małe czasy opóźnienia grupowego Δt , druga harmoniczna osiąga maksimum dyspersji Δn . Dla maksymalnej dyspersji Δn otrzymuje się najszerszy rozkład widmowy dla drugiej harmonicznej $\Delta k_2 = \frac{\Delta n(\omega)\omega_2}{c}$, a więc najkrótszy czas trwania impulsu t_{im} . Oznacza to, że jeżeli używamy krótkich impulsów femtosekundowych dla składowej podstawowej o czasie trwania t_{im} i chcemy wygenerować krótkie impulsy dla drugiej harmonicznej, należy wybrać takie kryształy nieliniowe, dla których opóźnienie grupowe Δt jest niewielkie.

W przypadku, gdy opóźnienie grupowe jest dużo większe od czasu trwania impulsu składowej podstawowej, czyli:

$$\Delta t_g > t_{im} \quad (22)$$

Ze wzoru wynika, że dyspersja współczynnika załamania Δn drugiej harmonicznej maleje (maleje również Δk). Oznacza to, że wygenerowany impuls drugiej harmonicznej ulega czasowemu wydłużeniu (*pulse stretching*).

Przykładowo, dla kryształu KDP szerokość widma dyspersji Δn jest duża, co prowadzi do znacznej szerokości widmowej wektora falowego $\Delta k = \frac{\Delta n(\omega)\omega}{c} = 20\text{cm}^{-1}$ dla linii $\lambda_L = 1,064\mu\text{m}$ lasera neodymowego Nd:YAG i grubości kryształu 1 cm. Dla niobianu litu LiNbO_3 szerokość dyspersji Δn jest 40 razy mniejsza, co daje dużo węższy zakres widmowy. Oznacza to, że w procesie generowania drugiej harmonicznej za pomocą wiązki światła lasera femtosekundowego lepiej użyć KDP, mimo że podatność $\chi^{(2)}$ LiNbO_3 jest 10 razy większa dla tego ostatniego.

Krótki impuls odpowiada dużej szerokości widmowej $\Delta\omega$, czyli również Δk . Dla wygenerowania krótkich impulsów, warunek dopasowania fazowego powinien być więc spełniony nie tylko dla centrum linii widmowej ω_0 , ale także dla całego rozkładu widmowego z zakresu $\left(\omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2}; \omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}\right)$. W przeciwnym razie wygenerowana druga harmoniczna będzie wąska widmowo, czyli czasowy impuls drugiej harmonicznej ulegnie wydłużeniu. Tak więc, przy generowaniu drugiej harmonicznej za pomocą impulsów femtosekundowych ważne są nie tylko własności nieliniowe kryształów χ^2 , ale również ich własności dyspersyjne.

Rozważmy, jaki wpływ na kształt impulsu czasowego wywierają elementy optyczne, np. filtry (selektywna transmisja) lub zwierciadła (odbicie). Zakładamy, że natężenie impulsu czasowego wiązki laserowej opisane jest funkcją Gaussa $E(t) = \frac{E_0}{\tau} \exp\left(-\frac{t^2}{2\tau^2}\right)$; z czasem trwania impulsu określonym zależnością: $t_{imp} = 2\tau(\ln 2)^{\frac{1}{2}}$.

Kiedy impuls przechodzi przez ośrodek dyspersyjny (np. filtr) lub odbija się od dyspersyjnej powierzchni (np. zwierciadło), różne składowe widmowe $E(\omega)$ impulsu poddane są różnej modyfikacji amplitudy $A(\omega)$ i fazy $\Phi(\omega)$. Czas trwania impulsu, który powstał w wyniku takiej modyfikacji można obliczyć z odwrotnej transformaty Fouriera:

$$E'(t) = \int_{-\infty}^{\infty} E(\omega)A(\omega) \exp(-i\Phi(\omega)) \exp(i\omega t) d\omega \quad (23)$$

Przyjmijmy początkowo, że przejście przez elementy optyczne modyfikuje tylko amplitudę $A(\omega)$

$$A(\omega) = \exp\left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2\omega_F^2}\right] \quad (24)$$

gdzie ω_F jest szerokością widmową filtra, a ω_0 jest częstotliwością, przy której występuje maksimum gęstości widmowej impulsu.

Podstawiając (24) do (23), otrzymujemy zmodyfikowany kształt impulsu czasowego

$$E'(t) = \frac{E_0}{\tau'} \exp\left(-\frac{t^2}{2\tau'^2}\right) \quad (25)$$

gdzie:

$$\tau' = \tau \left(1 + \frac{1}{\omega_F^2 \tau^2}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (26)$$

jest zmodyfikowanym czasem trwania impulsu.

Z równania (26) wynika, że impuls przechodzący przez filtr zostaje wydłużony. Im mniejsza szerokość widmowa filtra ω_F , tym dłuższy impuls. Jeżeli jednak $\tau \gg 1 / \omega_F$, impuls przechodzi przez element optyczny nie zmieniony.

Zajmijmy się zmianą fazy przy przejściu impulsu przez element optyczny. Jak zostało już opisane w pkt. 2 faza $\Phi(\omega)$ fali rozchodzącej się w ośrodku o współczynniku załamania $n(\omega)$ na drodze optycznej o długości L wyraża się wzorem

$$\Phi(\omega) = \frac{\omega n(\omega)}{c} L \quad (27)$$

Analogicznie do wyrażenia (14) rozwińmy wyrażenie opisujące fazę w szereg wokół częstotliwości centralnej ω_0

$$\Phi(\omega) = \Phi_0 + \frac{d\Phi}{d\omega} (\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} \frac{d^2\Phi}{d\omega^2} (\omega - \omega_0)^2 + \dots \quad (28)$$

Po podstawieniu (28) do (23) okazuje się, że pierwszy wyraz Φ_0 nie wywiera wpływu na kształt impulsu czasowego, prowadzi jedynie do przesunięcia fazowego. Drugi wyraz nie ma również

wpływu na kształt impulsu czasowego, powoduje jedynie opóźnienie czasowe impulsu. Rzeczywiście, różniczkując wyrażenie (27) i porównując je z wyrażeniem (17), otrzymujemy inną postać $\frac{d\Phi}{d\omega}$

$$\frac{d\Phi}{d\omega} = \frac{n}{c} \left(1 + \frac{\omega}{n} \frac{dn}{d\omega} \right) l = \frac{dk}{d\omega} l = \frac{l}{v_g} = t_g \quad (29)$$

gdzie v_g jest prędkością grupową. Ze wzoru (29) wynika więc, że $\frac{d\Phi}{d\omega}$ oznacza czas przejścia t_g składowej widmowej impulsu czasowego o prędkości grupowej v_g przez ośrodek o długości L . Dopiero trzeci wyraz wyrażenia (28), opisujący dyspersję drugiego rzędu $\frac{1}{2} \frac{d^2\Phi}{d\omega^2} (\omega - \omega_0)^2$, wywiera wpływ na zmianę kształtu impulsu czasowego. Jeżeli założymy, że $\delta = \frac{d^2\Phi}{d\omega^2} = \text{const}$ i podstawimy do (23), otrzymamy

$$E'(t) = \frac{E_0}{\sqrt{\tau^2 + i\delta}} \exp\left(-\frac{t^2}{2\tau'^2}\right) \exp\left(i\frac{\delta}{\tau^2} \frac{t^2}{2\tau'^2}\right) \quad (30)$$

przy czym zmodyfikowana długość impulsu wynosi

$$\tau' = \tau \sqrt{1 + \frac{\delta^2}{\tau^4}} \quad (31)$$

Ze wzoru (31) wynika, że dyspersja drugiego rzędu powoduje wydłużenie impulsu czasowego. Im krótszy impuls τ wchodzi do ośrodka dyspersyjnego, tym większe jest wydłużenie impulsu τ' po wyjściu z ośrodka. Dyspersja drugiego rzędu odgrywa więc rolę przede wszystkim dla impulsów krótkich, rzędu femtosekund. W przypadku impulsów dłuższych niż setki femtosekund efekt ten jest staje się coraz bardziej zaniedbywalny i impuls czasowy przechodzi przez element dyspersyjny nieznkształcony. Jeżeli $\frac{d^2n}{d\omega^2}$ jest różne od zera, to prędkości grupowe odpowiadające różnym częstościom są różne i dlatego mówimy, że ośrodek wykazuje dyspersję prędkości grupowej.

Na podstawie powyższych analiz łatwo można wyciągnąć wniosek że wpływ GVD na kształt i czas trwania impulsu jest tym większy, im krótszy jest impuls. Intuicyjnie łatwo to zrozumieć, gdyż im impuls jest krótszy, tym szerszy zakres widmowy obejmuje. Ponieważ współczynnik załamania $n(\omega)$ każdego materiału zależy nieliniowo od częstości promieniowania, każda częstość w impulsie czasowym rozchodzi się z trochę inną prędkością grupową v_g . Im szerszy zakres widmowy, tym większe różnice (dyspersja) prędkości grupowej (GVD) między najdłuższymi i najkrótszymi długościami fali impulsu laserowego.

Innym efektem, który powoduje wydłużenie impulsu czasowego, jest automodulacja fazy (*Self phase-modulation*, SPM). Efekt ten wynika z faktu, że współczynnik załamania $n(\omega)$ w zakresie optyki nieliniowej zależy od natężenia promieniowania I

$$n(\omega) = n_0(\omega) + n_2(\omega)I \quad (32)$$

Załóżmy, że impuls przemieszcza się przez kryształ tytanowo-szafirowy, który wykazuje dodatnią GVD. Oznacza to, że na początku impulsu znajdują się składowe o większej długości fali niż na końcu impulsu. Każda z tych składowych doznaje dodatkowej dyspersji prędkości grupowej pod wpływem członu $n_2(\omega)I$ (dotychczas rozważaliśmy tylko wpływ członu $n_0(\omega)$). Podobne zjawisko zachodzi z drugiej strony impulsu, gdzie znajdują się składowe o najniższej długości fali. Tak więc nieliniowy człon $n_2(\omega)I$ wprowadza dodatkową dodatnią dyspersję prędkości grupowej GVD, a konsekwencją tego efektu jest dodatkowe wydłużenie impulsu czasowego.

3. Pomiar czasu trwania impulsu

By zmierzyć tak szybkie zjawisko jak ultrakrótki impuls potrzebny jest wzorzec co najmniej równie szybki. Jako wzorzec wykorzystuje się więc mierzony impuls, co jest podstawą autokorelacji optycznej. Okazuje się, że znając tak zwaną funkcję autokorelacji $G(\tau)$, można wyciągnąć pewne wnioski o funkcji podstawowej $I(t)$, jak jej szerokość w połowie wysokości t_{FWHM} . $G(\tau)$ jest funkcją symetryczną, nawet jeśli $I(t)$ nie jest.

$$G(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} I(t)I(t - \tau)dt \quad (33)$$

W przypadku impulsów laserowych funkcja autokorelacji fizycznie realizowana jest w zjawiskach nieliniowych, np. w generacji drugiej harmonicznej. W tym przypadku $I(t)$ jest chwilowym natężeniem jednej kopii mierzonego impulsu laserowego, $I(t - \tau)$ odpowiada drugiej kopii, opóźnionej o τ , zaś $G(\tau)$ jest średnim natężeniem drugiej harmonicznej wygenerowanej z nałożenia się obu kopii w kryształach nieliniowych. Okazuje się, że τ można bardzo dobrze doświadczalnie kontrolować, umożliwiając dokładny pomiar $G(\tau)$. Dla impulsów gaussowskich, zależność między szerokością połówkową τ_{FWHM} sygnału autokorelacji $G(\tau)$ a długością t_{FWHM} impulsów opisywanych $I(t)$, ma postać:

$$\frac{\tau_{FWHM}}{t_{FWHM}} = \sqrt{2} \quad (34)$$

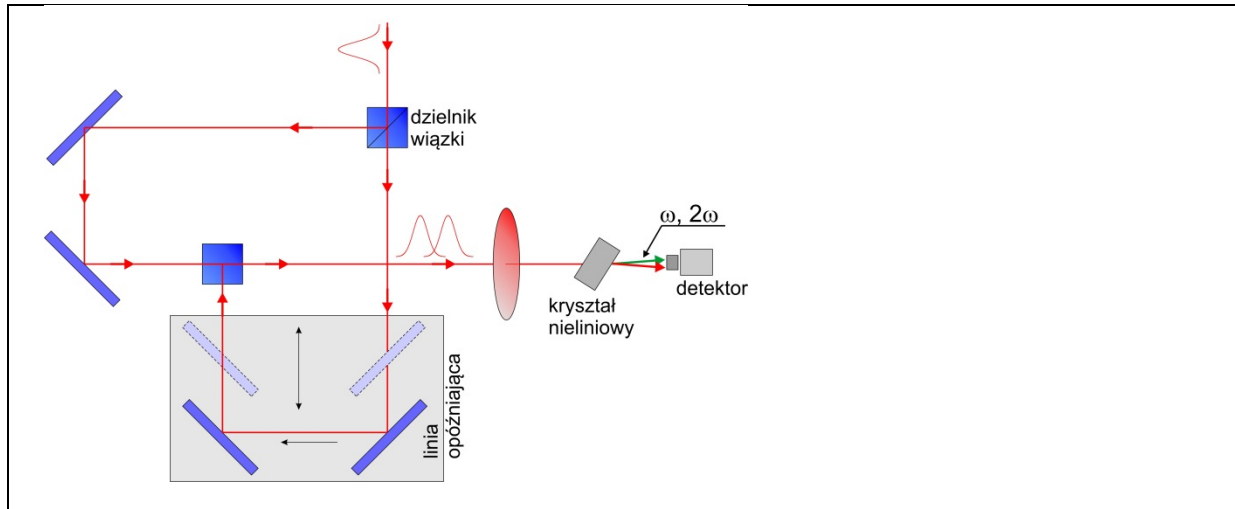
W ogólności, w metodach autokorelacyjnych, niezależnie od zastosowanej techniki, wejściowy impuls $E(t)$ dzielony jest za pomocą dzielnika wiązki na dwa impulsy, z których jeden jest opóźniany względem drugiego o czas τ . Następnie oba impulsy $E(t)$ i $E(t+\tau)$ padają na kryształ nieliniowy do generacji drugiej harmonicznej (*Second Harmonic Generation*, SHG). Wyróżniamy dwa typy autokorelatorów: interferometryczny oraz natężeniowy. Zmiana sygnału, opóźnienie między dwoma interferującymi sygnałami uzyskiwana jest przez zmianę długości ramion interferometru (standardowo wykorzystywany jest interferometr Michelsona). Pomiar sygnału umożliwia otrzymanie funkcji autokorelacji, z której następnie uzyskuje się funkcję kształtu impulsu. Całkowite natężenie wygenerowanej drugiej harmonicznej proporcjonalne jest do:

$$I_{SHG}(t - \tau) \sim |E(t) + E(t - \tau)|^2 = E(t)^2 + 2E(t)E(t - \tau) + E(t - \tau)^2 \quad (35)$$

Z powyższej zależności widać wyraźnie, że środkowy komponent $2E(t)E(t - \tau)$ zależy wyłącznie od stopnia pokrywania się impulsów. Oznacza to, że generacja drugiej harmonicznej jest najbardziej efektywna wtedy, kiedy impulsy pokrywają się w obszarze nieliniowego kryształu. Mierzac natężenie w funkcji wzajemnego opóźnienia impulsów, można wyznaczyć czas trwania impulsu. Im bardziej impulsy będą rozseparowane tym natężenie SHG będzie mniejsze, aż do poziomu szumów.

B. Autokorelator interferometryczny

W sygnale wychodzącym z kryształu obecne są składowe zarówno ω jak i 2ω , dlatego otrzymana funkcja autokorelacji natężenia nosi nazwę funkcji z tłem.



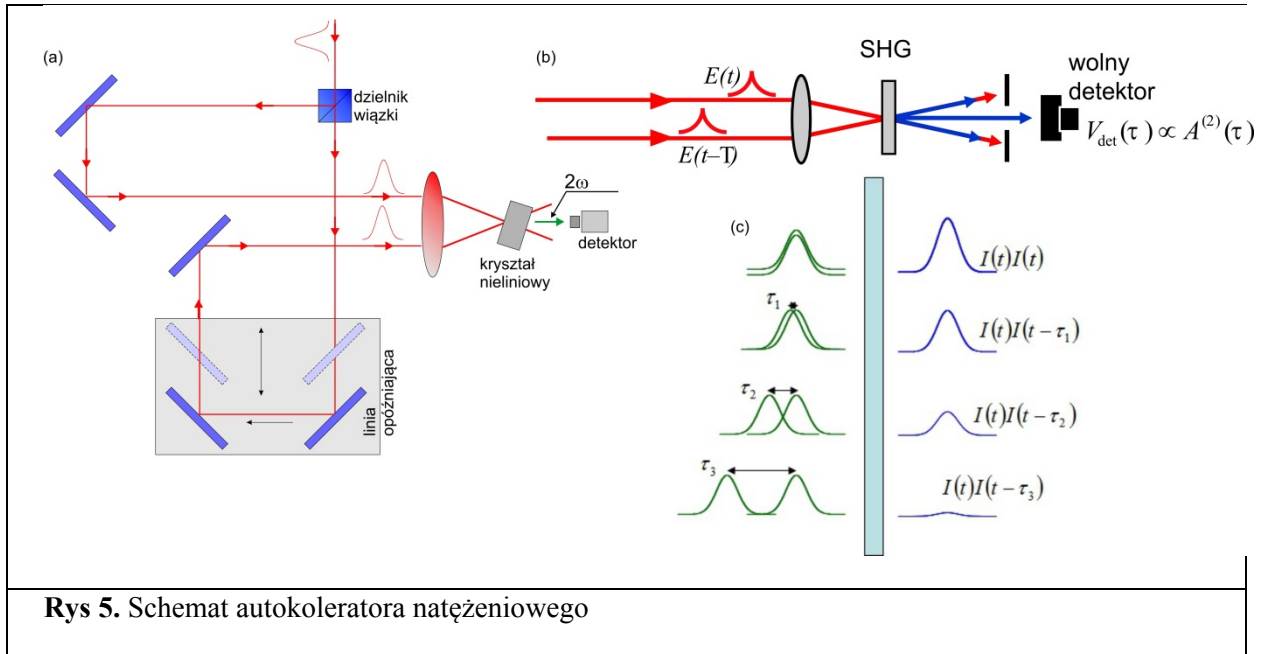
Rys. 4 Schemat autokorelatora interferometrycznego

Natężenie drugiej harmonicznej w funkcji opóźnienia jest proporcjonalne do funkcji autokorelacji $G_2(\tau)$:

$$G_2(\tau) = \frac{\int I(t)I(t - \tau)dt}{\int I^2(t)dt} \quad (36)$$

C. Autokorelator natężeniowy

Autokorelator natężeniowy różni się od autokorelatora interferometrycznego tym, że wiązki są prowadzone niekolinearnie.



W tym przypadku, gdy warunek dopasowania fazowego jest spełniony równanie (35) upraszcza się do postaci: $I_{SHG}(t - \tau) \sim |2E(t)E(t - \tau)|$. Przesłona umieszczona przed detektorem blokuje oba impulsy pochodzące od wiązki fundamentalnej (podstawowej) i przepuszcza jedynie sygnał drugiej harmonicznej, który pada następnie na detektor umieszczony za przesłoną. W autokolektorze natężeniowym funkcja natężenia otrzymywana jest bez tła. Sygnał rejestrowany przez detektor wyraża się wzorem:

$$S(\tau) = \int |E(t)E(t - \tau)|^2 dt = \int I(t)I(t - \tau) dt \quad (37)$$

Aby otrzymać rzeczywisty czas trwania impulsu, autokorelacyjną szerokość połówkową FWHM impulsu należy skorygować, mnożąc ją przez czynnik dekonwolucyjny, którego wartość zależy od kształtu impulsu. Poniższa tabela prezentuje czynniki dekonwolucyjne odpowiednio dla impulsu o kształcie gaussowskim i sech.

	$I(\tau)=$	$I(t)=$	$\frac{\Delta\tau}{\Delta t}$
Gaussowski	$\exp\left[-\ln(2)\left(\frac{2\tau}{\Delta\tau}\right)^2\right]$	$\exp\left[-\ln(2)\left(\frac{2t}{\Delta t}\right)^2\right]$	1,41

Secans hiperboliczny	$3\left[\left(\frac{c\tau}{\Delta\tau}\right) \coth\left(\frac{c\tau}{\Delta\tau}\right) - 1/\left[\sinh^2\left(\frac{c\tau}{\Delta\tau}\right)\right]\right]$ $c = 2,7196$	$\operatorname{sech}(1,76275t\Delta t)$	1,54
-------------------------	---	---	------

4. Wykonanie doświadczenia

W trakcie ćwiczenia wykorzystany zostanie autokolerator SpectraPhysics PulseScout. Autokolerator może pracować w trybie interferometrycznym lub natężeniowym. Zasadnicze pomiary należy jednak wykonać w trybie natężeniowym (wiązki niekolinearne).

1. Wykorzystując autokolerator zmierzyć czas trwania impulsu lasera femtosekundowego Ti:Sapphire
2. Wstawiając elementy optyczne (np. filtr, kryształ) w bieg wiązki sprawdzić jak zmienia się czas trwania impulsu

Dokładny zakres prac zostanie podany przez prowadzącego na zajęciach.

5. Opracowanie wyników i przygotowanie sprawozdania

W niniejszym ćwiczeniu nie jest wymagane pisanie sprawozdania. Oceniane będzie przygotowane do zajęć oraz praca na zajęciach.

Literatura:

1. H.A. Haus, *Waves and Fields in Opto-electronics*, Prentice Hall, 1984.
2. B. Ziętek, *Lasery*, PWN, 2010
3. C. Radzewicz, P. Wiewiór, *Postępy Fizyki* **49**, 181 (1998)
4. H. Abramczyk, *Wstęp do spektroskopii laserowej*, PWN, 2000