# Generacja drugiej harmonicznej

## Spis treści



## 1. Wprowadzenie

Natężenie pola elektrycznego związane ze światłem laserowym jest na tyle duże (rzędu $10^5$-$10^8$ V/cm), że dorównuje natężeniem pól elektrycznych w materii. Przy tak silnych polach zależność polaryzowalności od natężenia pola jest nieliniowa.

Pole elektryczne w ośrodku materialnym indukuje dipole elektryczne, które stają się źródłem wtórnego pola. Proces oddziaływania między polem elektrycznym a dielektrykiem opisywany jest z użyciem wektora polaryzacji elektrycznej **P** (będącego gęstością momentów dipolowych indukowanych w ośrodku):

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \tag{1}$$

gdzie **D** jest wektorem indukcji elektrycznej, **E** wektorem natężenia pola elektrycznego a **P** polaryzacją.

Polaryzacja definiuje odpowiedź ośrodka na przyłożone pole elektryczne, dla fal monochromatycznych określona jest zależnością:

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0 \chi \mathbf{E} \qquad (2)$$

gdzie $\chi$ jest liniową podatnością elektryczną ośrodka.

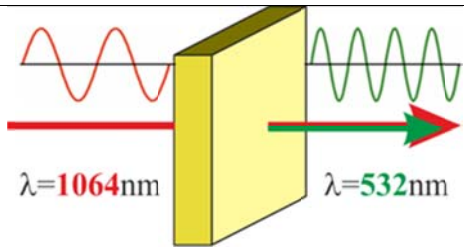
W większości przypadków nieliniowość jest relatywnie mała i może być traktowana jako zaburzenie relacji liniowej (2), które staje się znaczące dla dużych natężeń pola elektrycznego. Zależność polaryzacji od natężenia pola elektrycznego można rozwiną w szereg potęgowy:

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0 \left( \chi^{(1)} \mathbf{E} + \chi^{(2)} : \mathbf{EE} + \chi^{(3)} \vdots \mathbf{EEE} + \ldots \right) \qquad (3)$$

gdzie $\chi^{(1)}$ jest podatnością liniową a $\chi^{(n)}$ jest nieliniową poprawką n-tego rzędu.

W ośrodku nieliniowym podatność elektryczna nie jest wartością stałą, lecz zależy od wartości pola elektrycznego E. Nieliniowe współczynniki $\chi^{(n)}$ charakteryzują rodzaj i wielkość nieliniowego oddziaływania pomiędzy polem optycznym a konkretnym ośrodkiem.

Występujące po prawej stronie równania (3) rozwinięcia pola mogą mieć różne częstości. Oznacza to, że polaryzacja P może zawierać składniki oscylujące z częstością będącą sumą bądź różnicą częstości oscylacji pól składowych. Dla polaryzacji nieliniowej drugiego rzędu $P^{(2)}$ możliwe są procesy mieszania trzech fal ($\omega_1 \pm \omega_2 \rightarrow \omega_3$), W wyniku oddziaływania dwóch fal o częstościach $\omega_1$ i $\omega_2$ z ośrodkiem nieliniowym optycznie, generowana jest trzecia fala o częstościach sumacyjnych lub różnicowych. Szczególnym przypadkiem procesu sumacyjnego (ang. sum frequency generation, SFG) jest generacja drugiej harmonicznej (ang. second harmonic generation, SHG).




**Rys. 1**. Schematycznie przedstawiona generacja drugiej harmonicznej, czyli fali o podwojonej częstości

Polaryzacja nieliniowa drugiego rzędu jest różna od zera tylko w ośrodkach, które nie mają środka symetrii. W ośrodkach symetrycznych tensory podatności nieliniowej parzystego rzędu są równe zeru. Zatem w ośrodkach ze środkiem symetrii nie można obserwować generacji drugiej harmonicznej.

W rozpatrywanym przypadku jedynym źródłem energii elektromagnetycznej w krysztale jest monochromatyczna fala świetlna o częstości $\omega$. Przyjmijmy, że fala ta jest falą płaską, z wektorem falowym **k.** Fala elektromagnetyczna o częstości $\omega$ rozchodzi się w ośrodku (krysztale nieliniowym) zgodnie ze wzorem:

$$E_1(\boldsymbol{r},t) = E_{10}\cos(\omega t - \boldsymbol{k_1 r}) \tag{4}$$

Gdzie: $E_{10}$ jest amplitudą fali w punkcie $\boldsymbol{r} = 0$ i chwili t=0, $\boldsymbol{k_1}$ jest wektorem falowym, określonym przez: $k(\omega) = \omega \times \frac{n(\omega)}{c} = \frac{2\pi n(\omega)}{\lambda}$, gdzie $\lambda$ jest długością fali, oraz $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$.

Prędkość fazowa fali padającej, określona jest poprzez: $\vartheta(\omega) = c/n(\omega)$, gdzie $n(\omega)$ jest współczynnikiem załamania światła.

W wyniku nieliniowej polaryzacji ośrodka fala o częstości $\omega$ generuje w nim falę o częstości $2\omega$. Oznacza, to że drgania wektora polaryzacji wytwarzają drugą harmoniczną o częstości $2\omega$ i wektorze falowym $\boldsymbol{k_2}$**.** Ponieważ poza energią fali padającej innych źródeł energii w układzie nie ma, wobec tego energia fali o częstości $2\omega$ może być czerpana jedynie z energii fali podstawowej. W każdym przypadku

$$|\boldsymbol{k_2}| \neq 2|\boldsymbol{k_1}| \tag{5}$$

z uwagi na dyspersję ośrodka (zależność współczynnika załamania, a więc prędkości rozchodzenia się fali i wektora falowego od częstości fali $\omega$, a zatem od długości fali $\lambda$). W niektórych materiałach również kierunki wektorów $\mathbf{k}_2$ i $\mathbf{k}_1$ mogą być różne.

Załóżmy, że fala padającą rozchodzi się wzdłuż kierunku osi z i że oś z jest prostopadła do powierzchni kryształu o grubości L (krawędzie kryształu znajdują się odpowiednio w punktach $z = 0$ i $z = L$).

Natężenie pola elektrycznego fali podstawowej dane jest wyrażeniem:

$$\boldsymbol{E_1}(z,t) = \boldsymbol{E}_1(z)cos[\omega t - k_1 z + \varphi_1(z)] \tag{6}$$

Natężenie pola elektrycznego fali o częstości $2\omega$ opisane jest analogicznym wyrażeniem:

$$\boldsymbol{E_2} = \boldsymbol{E}_2(z)cos[2\omega t - k_2 z + \varphi_2(z)] \tag{7}$$

Gdzie $\boldsymbol{E_2}(z)$ jest amplitudą fali o częstości $2\omega$.

W ogólności prędkości fazowe fali podstawowej i fali o częstości $2\omega$ są różne. Różnicę prędkości fazowych obu fal można przedstawić w postaci:

| | |
|---|---|
| $\vartheta_f(\omega) - \vartheta_2(2\omega) = \frac{\omega}{k_1} - \frac{2\omega}{k_2}$ | (8) |

Jeżeli przyjąć, że oba wektory falowe $\mathbf{k_1}$ i $\mathbf{k_2}$ są równoległe (skierowane wzdłuż osi z), różnica ta będzie równa zeru, warunek ten można zapisać w postaci:

| | |
|---|---|
| $2\boldsymbol{k_1} = \boldsymbol{k_2}$ | (9) |

Dla z=0 natężenie pola określone jest przez natężenie fali padającej. Gdy fala padająca ma częstość $\omega$, to dla z=0 amplituda $E_1(0)$ pokrywa się z amplitudą fali padającej, a amplituda fali o częstości $2\omega$ równa jest zeru. W trakcie rozchodzenia się fali wzdłuż osi z, w związku z nieliniową zależnością polaryzacji od natężenia pola, następuje przekazywanie energii od fali podstawowej do fali o częstości $2\omega$. Amplitudę drugiej harmonicznej można wyznaczyć sumując wkład od fali podstawowej do drugiej harmonicznej generowany w każdym elemencie dx kryształu o grubości L.

| | |
|---|---|
| $E(2\omega, L) \propto \int_0^L P''(\omega, z)dz$ | (10) |

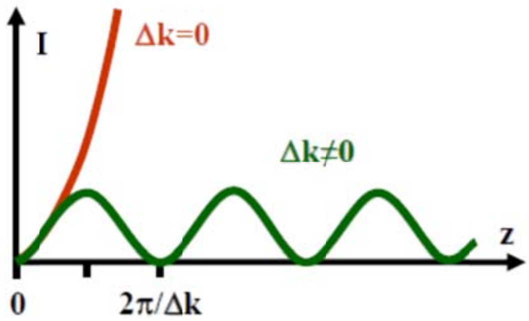
Zależność amplitudy $E_2$ przyjmuje postać:

| | |
|---|---|
| $E_{2\omega}(L,t) \propto \chi^2 E_0^2 \int_0^L e^{i2(k_\omega - \omega t)} e^{i[k_{2\omega}(L-z)]} dz = \frac{\chi^2 E_0^2 e^{i(k_\omega - 2\omega t)} e^{\frac{i\Delta kL}{2}}}{2i} sinc\left(\frac{\Delta L}{2}\right)$ | (11) |

Gdzie $\Delta k = 2k_\omega - k_{2\omega} = \frac{2\omega}{c}[n(\omega) - n(2\omega)] = \frac{4\pi}{\lambda}[n(\lambda) - n(\lambda/2)]$ oznacza **niedopasowanie fazowe**. Ponieważ natężenie fali równe jest kwadratowi modułu amplitudy, natężenie drugiej harmonicznej wyrażone jest wzorem:

| | |
|---|---|
| $I_{2\omega} \propto \lvert\chi^2\rvert^2 I_\omega^2 L^2 sinc^2\left(\frac{\Delta kL}{2}\right)$ | (12) |

Wyrażenie to określa stosunek natężenia fali o częstości $2\omega$ w punkcie z do natężenia fali padającej. Przebieg tej funkcji zilustrowany jest na rysunku 2.




**Rys. 2.** Wykres zależności natężenia drugiej harmonicznej od długości propagacji z.

Dla z=0 funkcja (12) równa jest zeru, natężenie drugiej harmonicznej jest równe zeru. Wraz ze wzrostem z, w wyniku nieliniowej polaryzacji w krysztale powstaje fala o częstości podwojonej kosztem energii fali padającej. Wobec tego natężenie $I_{2\omega}$ rośnie. Narastaniu temu przeszkadza jednak różnica w prędkościach fazowych fali podstawowej i fali o częstości podwojonej. W związku z tym w miarę przesuwania się wzdłuż z, zmienia się charakter oddziaływania obu fal. Zamiast narastania fali o częstości $2\omega$ następuje jej osłabienie. Oznacza to, że zaczynając od pewnej odległości z energia nagromadzona w tej fali zaczyna z powrotem przechodzić w energię fali podstawowej. Proces ten zachodzi tak długo, aż natężenie $I_{2\omega}$ spadnie do zera. Następnie znowu narasta i cały proces powtarza się.

Z rys. 2 wynika, że natężenie drugiej harmonicznej ma wartości zerowe dla pewnych określonych wartości z. Następuje to wtedy, gdy funkcja sinus przyjmuje wartości zerowe, czyli gdy:

$$\frac{4\pi}{\lambda}[n(2\omega) - n(\omega)]z_n = n\pi, n = 0,1,2, \dots \tag{13}$$

Czyli:

$$z_n = \frac{n\lambda}{4[n(2\omega) - n(\omega)]} \tag{14}$$

Odległość między dwoma punktami, w których natężenie drugiej harmonicznej równe jest zeru nazywa się **drogą koherencji $l_c$**. Przy czym na jednej połowie tej długości następuje wzrost energii a na drugiej jej spadek. Z wyrażenie powyższego wynika, że:

$$l_c = z_1 = \frac{\lambda}{4[n(2\omega) - n(\omega)]} \tag{15}$$

Natężenie drugiej harmonicznej osiąga maksimum, kiedy fale pokonają odległość $l_c = \pi/(2k_1 - k_2)$ w krysztale. Natomiast staje się równe zeru po przejściu parzystych wielokrotności długości koherencji.

Występowanie we wzorze na natężenie (12) funkcji $sinc\left(\frac{\Delta kL}{2}\right) = \frac{sin\left(\frac{\Delta kL}{2}\right)}{\left(\frac{\Delta kL}{2}\right)}$ oznacza, że dla $\Delta k \neq 0$ natężenie drugiej harmonicznej silnie maleje, nawet jeśli wartość L zostanie tak dobrana aby sinus we wzorze był równy jedności.

Ze wzoru na natężenie drugiej harmonicznej wynika, że istnieją trzy drogi prowadzące do zwiększenia natężenia drugiej harmonicznej:

(a) Stosunek $I_{2\omega}/I_{\omega}$ jest proporcjonalny do strumienia energii fali padającej na kryształ, tzn. natężenie drugiej harmonicznej zależy od mocy lasera. Zastosowanie zatem silnej wiązki podstawowej, najczęściej impulsowej, pozwala na zwiększenie natężenia drugiej harmonicznej.

(b) Stosunek $I_{2\omega}/I_{\omega}$ proporcjonalny jest do nieliniowej podatności, zatem używanie kryształu o silnej nieliniowości pozwala zwiększyć natężenie drugiej harmonicznej.

(c) Stosunek $I_{2\omega}/I_{\omega}$ proporcjonalny jest do różnicy współczynników załamania $n(\omega) i\, n(2\omega)$. Z wyrażenie na drogę koherencji wynika, że ze zmniejszaniem się różnicy $n(2\omega) - n(\omega)$ długość spójności wzrasta, a zatem wzrasta także długość odcinka, na którym przekazywana jest energia.

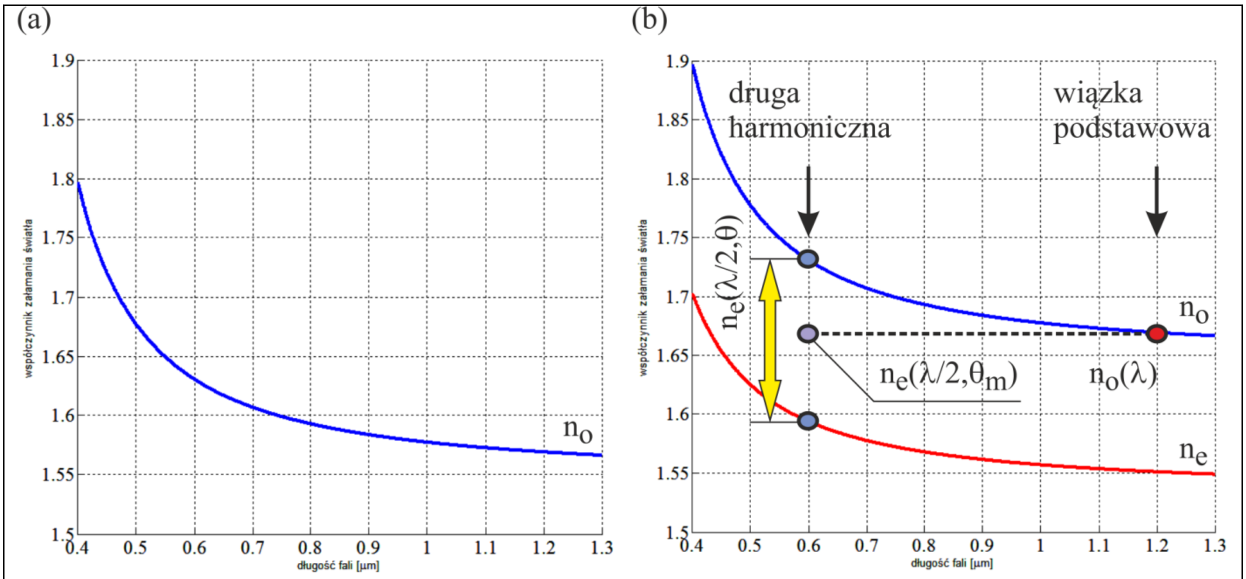
Za punktu widzenia generacji drugiej harmonicznej najistotniejszy jest warunek (c). Zatem, skutecznym rozwiązaniem jest dopasowanie współczynników załamania tak, aby:

| | |
|---|---|
| $\Delta k = k_2 - 2k_1 = 0$ | (16) |

Czyli:

| | |
|---|---|
| $n(\omega) = n(2\omega)$ | (17) |

W takich warunkach droga koherencji staje się nieskończona. Warunek ten nazywa się warunkiem dopasowania. Warunek ten jest niemożliwy do spełnienia w materiałach posiadających tylko jeden współczynnik załamania, czyli w materiałach izotropowych, z uwagi na dyspersję współczynnika załamania.




**Rys.3** (a) Zależność współczynnika załamania od długości fali dla kryształu izotropowego; (b) zależność współczynników załamania od długości fali dla kryształu anizotropowego.

Rozwiązaniem jest wykorzystanie nieliniowych ośrodków anizotropowych, posiadających współczynnik zwyczajny i nadzwyczajny. Jeżeli współczynnik załamania kryształu dla promienia nadzwyczajnego o częstości 2ω jest znacznie mniejszy niż współczynnik załamania dla promienia zwyczajnego o częstości ω wtedy może się zdarzyć, że powierzchnie elipsoid współczynników załamania przetną się. Oznacza to, że wzdłuż pewnego kierunku tworzącego kąt z osią optyczną kryształu oba współczynniki załamania będą równe.

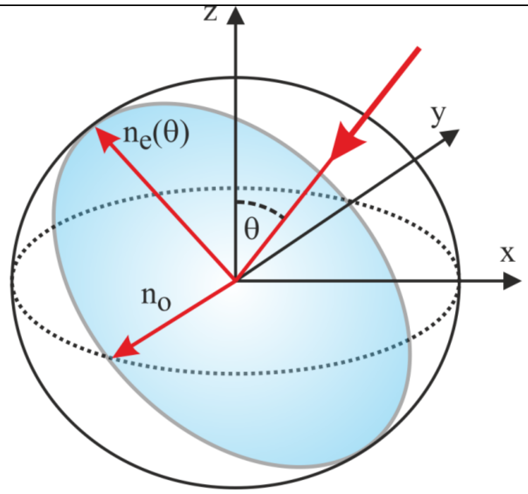
## 2. Warunki dopasowania fazowego w przypadku kryształu jednoosiowego

W krysztale jednoosiowym mogą rozchodzić się dwie fale monochromatyczne o tej samej częstości ale z różnymi prędkościami fazowymi, a więc mające różne współczynniki załamania. Kierunek propagacji jednej z tych fal można określić na podstawie praw załamania, fala ta nazywana jest falą zwyczajną. Druga fala nie podlega zwykłym prawom załamania i nazywana jest falą nadzwyczajną. Prędkość fazowa fali nadzwyczajnej zależy od jej kierunku propagacji w krysztale.

Używany w niniejszym doświadczeniu kryształ nieliniowy jest kryształem jednoosiowym oraz ujemnym. Oznacza to, że posiada on dwa współczynniki załamania światła: zwyczajny (ang. ordinary) oraz nadzwyczajny (ang. extraordinary), które spełniają zależność $n_e<n_o$ (w przypadku kryształu

dodatniego $n_e > n_o$). Rozkład współczynnika załamania można przedstawić w postaci indykatrysy (rys. 4) opisanej równaniem:

$$\frac{x^2 + y^2}{n_0^2} + \frac{z^2}{n_e^2} = 1 \tag{18}$$




**Rys. 4.** Indykatrysa współczynników załamania kryształu jednoosiowego.

W geometrii jak na rysunku 4 kierunek osi optycznej kryształu wyznaczony jest przez oś $z$. W przypadku propagacji światła wzdłuż tej osi nie występuje dwójłomność. W każdym innym przypadku, (gdy $\theta \neq 0$) współczynniki załamania dla wiązki zwyczajnej oraz nadzwyczajnej są różne.

Załóżmy, że wiązka laserowa pada na kryształ w płaszczyźnie $xz$, pod pewnym kątem $\theta$. Kierunki polaryzacji oraz współczynniki załamania wiązki zwyczajnej oraz nadzwyczajnej wyznacza się w następujący sposób. Kolorem niebieskim została zaznaczona płaszczyzna prostopadła do kierunku padania wiązki, przechodząca przez geometryczny środek elipsoidy, która przecina powierzchnię elipsoidy. Kierunki polaryzacji wiązki zwyczajnej oraz nadzwyczajnej są zgodne z kierunkiem długiej i krótkiej osi wytworzonej w ten sposób elipsy ($n_0$ oraz $n_e$ – kolor czerwony) a odpowiadające im wartości współczynników załamania są wyznaczone przez długość tych dwóch półosi. W przypadku jednoosiowym, wiązka zwyczajna zawsze „widzi” współczynnik załamania $n_0$, natomiast współczynnik załamania dotyczący wiązki nadzwyczajnej uzależniony jest od kierunku propagacji światła (wartości kąta $\theta$). Oznaczmy poprzez $n_e(\omega, \theta)$ współczynnik załamania wiązki nadzwyczajnej. Wówczas na podstawie równania (18) możemy zapisać:

$$\frac{n_e^2(\omega,\theta)\cos^2\theta}{n_0^2(\omega)} + \frac{n_e^2(\omega,\theta)\sin^2\theta}{n_e^2(\omega)} = 1 \tag{19}$$

Z powyższego równania otrzymujemy wartość współczynnika załamania wyrażony w funkcji częstości $\omega$ oraz kąta padania $\theta$:

$$n_e(\omega,\theta) = \left[\frac{\cos^2\theta}{n_0^2(\omega)} + \frac{\sin^2\theta}{n_e^2(\omega)}\right]^{-1/2} \tag{20}$$

Rozróżnia się dwa typy generowania II harmonicznej:

**Typ I: o+o=e**, czyli oddziałują dwa fotony o polaryzacji promienia zwyczajnego, generując foton o polaryzacji promienia nadzwyczajnego.

**Typ II: e+o=e**, czyli oddziałują dwa fotony o polaryzacji promienia nadzwyczajnego i zwyczajnego, generując foton o polaryzacji promienia nadzwyczajnego.

## 3. Dopasowanie fazowe typu I

Warunki dopasowania fazowego zakładają, że obydwie wiązki fundamentalne mają taką samą polaryzację, natomiast generowana druga harmoniczna jest spolaryzowana w płaszczyźnie do niej prostopadłej ($o + o \rightarrow e$). Wówczas warunek dopasowania fazowego $\Delta k = 0$ wymaga, aby spełniona była zależność

$$\begin{gathered} \Delta k = 2k_o(\omega) - k_e(2\omega) \\ \downarrow \\ n_e(2\omega,\theta_m) = n_0(\omega) \end{gathered} \tag{21}$$

Gdzie $\theta_m$ jest kątem, dla którego powyższe wyrażenie jest spełnione (kąt dopasowania fazowego). Dla takiej wartości kąta padania współczynnik załamania dla wygenerowanej wiązki (nadzwyczajnej) jest taki sam jak dla wiązki fundamentalnej (zwyczajnej). Wykonując podstawienie równania (20) do równania (21) otrzymujemy rozwiązanie, które określa wartość kąta $\theta_m$, dla którego spełniony jest warunek dopasowania fazowego ($\Delta k = 0$):

$$\frac{n_o(2\omega)n_e(2\omega)}{\sqrt{n_e^2(2\omega)\cos^2(\theta_m) + n_0^2(2\omega)\sin^2(\theta_m)}} = n_0(\omega) \tag{22}$$

Następnie korzystamy z tożsamości trygonometrycznej $\cos^2(\theta_m) = 1 - \sin^2(\theta_m)$. Wówczas rozwiązując równanie (22), ze względu na $\theta_m$, otrzymujemy:

$$\sin(\theta_m) = \frac{n_e(2\omega)}{n_0(\omega)}\sqrt{\frac{n_o^2(2\omega) - n_o^2(\omega)}{n_o^2(2\omega) - n_e^2(2\omega)}} \tag{23}$$

Zależność określająca wartości współczynników załamania ośrodka w zależności od długości fali - $n(\lambda)$ jest określona w sposób empiryczny i podaje się ją w postaci równań Sellmeier'a.

## 4. Dopasowanie fazowe a moc drugiej harmonicznej

Podczas ustawiania kryształu w układzie eksperymentalnym bardzo istotnym czynnikiem jest zakres tolerancji kątowej z jaką należy ustawić kryształ względem osi propagacji wiązki, dla której możliwa jest efektywna generacja drugiej harmonicznej. Określając poprzez $\Delta\theta$ zmianę kąta padania wiązki na kryształ nieliniowy, dla którego natężenie generowanej fali zmniejsza się o połowę, można określić szerokość kątową dopasowania fazowego. Wynosi ona $2\Delta\theta_m$, i można ją również zapisać w postaci $\theta_m \pm \Delta\theta_m$.

Aby wyznaczyć wartość $\Delta\theta$ należy skorzystać z równania opisującego warunek dopasowania fazowego:

$$\Delta k(\omega,\theta) = \frac{4\pi}{\lambda}[n_e(2\omega,\theta) - n_o(\omega)] \tag{26}$$

Rozwijając $\Delta k$ w szereg potęgowy względem $\theta_m$ otrzymujemy:

$$\begin{aligned}
&\Delta k(\omega,\theta) = \Delta k(\omega,\theta_m) + \frac{\partial \Delta k}{\partial\theta}\Delta\theta + \cdots \approx \frac{\partial \Delta k}{\partial\theta}\Delta\theta \\
&\Delta k = \frac{4\pi}{\lambda}\frac{\partial}{\partial\theta}[n_e(2\omega,\theta) - n_o(\omega)] = \frac{4\pi}{\lambda}\frac{\partial}{\partial\theta}\frac{n_o(2\omega)n_e(2\omega)}{\sqrt{n_e^2(2\omega)\cos^2(\theta_m) + n_0^2(2\omega)\sin^2(\theta_m)}} \\
&= -\frac{2\pi}{\lambda}\frac{n_o(2\omega)n_e(2\omega)}{[n_e^2(2\omega)\cos^2(\theta_m) + n_0^2(2\omega)\sin^2(\theta_m)]^{3/2}}[n_o^2(2\omega) - n_e^2(2\omega)]\sin 2\theta \\
&= -\frac{2\pi}{\lambda}\frac{n_e^3(2\omega)}{n_o^2(2\omega)n_e^2(2\omega)}[n_o^2(2\omega) - n_e^2(2\omega)]\sin 2\theta
\end{aligned} \tag{27}$$

Pamiętając o warunku $n_e(2\omega,\theta) = n_o(\omega)$ oraz ustalając $\theta = \theta_m$ otrzymuje się wartość pochodnej $\frac{\partial}{\partial\theta}\Delta k$

$$\left|\frac{\partial}{\partial\theta}\Delta k(\omega,\theta)\right|_{\theta_m} = -\frac{2\pi}{\lambda}n_o^3(\omega)[n_e^{-2}(2\omega,\theta) - n_o^{-2}(2\omega)]sin2\theta_m \tag{28}$$

Z równania (12) wynika, że natężenie drugiej harmonicznej maleje o połowę, kiedy $\frac{\sin^2(\Delta kL/2)}{(\Delta kL/2)^2} = \frac{1}{2}$, co jest spełnione dla:

$$\Delta kL = 2{,}783 \tag{29}$$

Wyprowadzając zależność $2\theta_m$ z równań (27) oraz (28) oraz podstawiając (29) otrzymuje się:

$$2\Delta\theta_m = \left| \frac{2.783}{L} \left[ \frac{\pi}{\lambda} n_o^3(\omega)[n_e^{-2}(2\omega,\theta) - n_o^{-2}(2\omega)] sin2\theta_m \right]^{-1} \right| \tag{30}$$

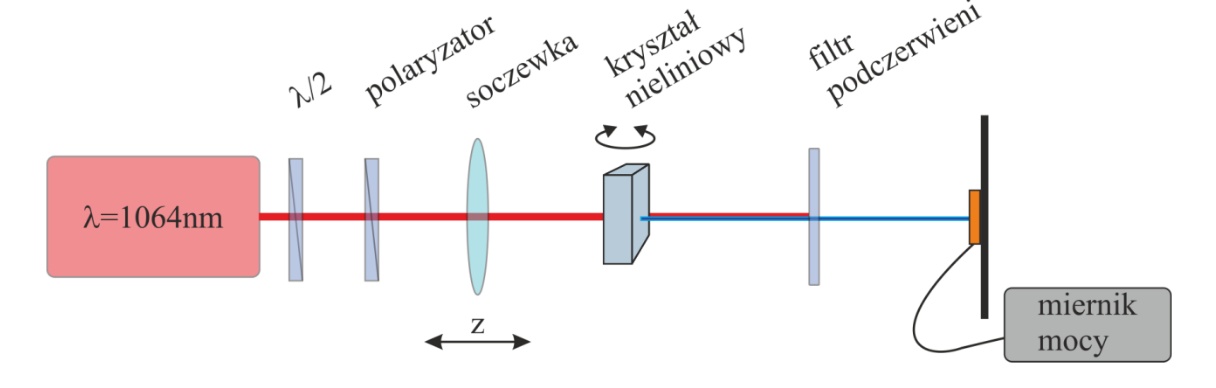
Gdzie wartość kąta $\theta_m$ jest określona przez równanie (23).

W przypadku źródła światła wykorzystywanego w ćwiczeniu szerokość kątowa dopasowania fazowego wynosi zaledwie 0,33°. Wartość ta jest odwrotnie proporcjonalna do grubości kryształu. W przypadku generacji wiązki o podwojonej częstotliwości w laserach impulsowych, grubość stosowanych kryształów wynosi zazwyczaj kilka milimetrów. Łatwo więc zauważyć, że generacja drugiej harmonicznej wymaga niezwykłej precyzji w celu zapewnienia optymalnych warunków generacji.

## 5. Układ doświadczalny

Celem niniejszego doświadczenia jest generacja drugiej harmonicznej w krysztale nieliniowym. Do wykonania ćwiczenia użyty zostanie kryształ BBO ($\beta - BaB_2O_4$) o grubości $L = 1mm$. Kryształ ten jest przycięty pod takim kątem, że dla fali świetlnej padającej prostopadle do powierzchni kryształu (wzdłuż osi $z$) generacja wiązki o podwojonej częstości zachodzi dla fali o długości $\lambda = 800nm$. Do przeprowadzenia ćwiczenia, jako źródło światła (źródło wiązki fundamentalnej) wykorzystany zostanie laser impulsowy generujące falę o długości $\lambda = 1064nm$. Dlatego przed przystąpieniem do ćwiczenia należy obliczyć, dla jakiego kąta spełniony zostanie warunek dopasowania fazowego oraz nastąpi generacja drugiej harmonicznej.

Układ eksperymentalny przedstawiony został na rysunku 5. Wiązka z lasera po przejściu przez soczewkę ogniskowana jest na krysztale umieszczonym na stoliku mikrometrycznym pozwalającym na precyzyjny obrót kryształu. Półfalówka i polaryzator pozwalają na płynną regulację mocy oraz polaryzacji wiązki padającej. Za kryształem umieszczony jest filtr blokujący wiązkę podczerwoną, co pozwala na pomiar mocy wygenerowanej drugiej harmonicznej. Do analizy wyników doświadczalnych wykorzystany zostanie polaryzator oraz precyzyjny miernik mocy optycznej.




**Rys. 5.** Schemat układu eksperymentalnego.

## 6. Wykonanie ćwiczenia

Przed rozpoczęciem eksperymentu należy określić warunki dopasowania fazowego dla długości fali wykorzystanej w eksperymencie ($\lambda = 1064nm$) oraz ich wpływ na efektywność generacji drugiej harmonicznej. W tym celu należy:

1. Obliczyć wartość kąta dopasowania fazowego $\theta_m$ (równanie 16).
2. Obliczyć szerokość kątową dopasowania fazowego $2\Delta\theta_m$ (równanie 24).

Wykonanie eksperymentu:

3. Określić polaryzację wiązki fundamentalnej.
4. Zmieniając położenie kryształu zaobserwować generację wiązki harmonicznej. Posługując się miernikiem mocy ustalić jego położenie tak, aby otrzymać maksymalną moc. Wyznaczyć eksperymentalnie wartość kąta dopasowania fazowego.
5. Sprawdzić polaryzację wiązki drugiej harmonicznej.
6. Określić efektywność generacji drugiej harmonicznej poprzez pomiar mocy wiązki fundamentalnej oraz harmonicznej.
7. Zmierzyć zależność mocy generowanej wiązki harmonicznej w zależności od położenia kątowego kryształu.

Szczegółowy zakres prac oraz kolejność ich wykonywania podana zostanie na zajęciach przez prowadzącego.

## 7. Opracowanie wyników i przygotowanie sprawozdania

1. Cel ćwiczenia
2. Krótki wstęp teoretyczny dotyczący wykonywanego ćwiczenia.
3. Przedstawienie schematu i opisu układu eksperymentalnego oraz opis wykonanych zadań.
4. Przedstawienie w formie wykresów w funkcji długości fali (w zakresie $(400 - 1100) nm$):
   a. współczynników załamania kryształu BBO ($n_o$ oraz $n_e$).
   b. zależności kąta dopasowania fazowego $\theta_m$ oraz określenie dla jakich długości fal wiązki fundamentalnej możliwa jest generacja drugiej harmonicznej (na podstawie wzorów przedstawionych w instrukcji).
   c. zależności określającej tolerancje kątową $2\Delta\theta_m$ w funkcji $\lambda$ (na podstawie wzorów przedstawionych w instrukcji).
5. Przedstawienie w formie wykresu zależności mocy drugiej harmonicznej w funkcji mocy wiązki fundamentalnej wraz z krótkim opisem wyjaśniającym.
6. Przedstawienie w formie wykresu zależności mocy drugiej harmonicznej w funkcji położenia kątowego kryształu. Na podstawie pomiaru szerokości otrzymanej krzywej (FWHM) należy wyznaczyć wartość $2\Delta\theta_m$. Porównać otrzymany wynik z obliczeniami z pkt. 4.

**Wszystkie prezentowane wyniki powinny zawierać komentarz i opis wyjaśniający, każdy prezentowany wykres w sprawozdaniu powinien zawierać podpis pod wykresem oraz komentarz w tekście sprawozdania.**

**UWAGA:** Na zajęcia należy przynieść pendrive'a, jeden na zespół. W trakcie zajęć nie ma możliwości korzystania z własnych komputerów.

## 8. Dodatek

Współczynniki załamania kryształu BBO (r-nia Sellmeier'a) opisane są w następujący sposób:

$$n_0^2(\lambda) = 2{,}7359 + \frac{0{,}01878}{\lambda^2 - 0{,}01822} - 0{,}01354\lambda^2$$
$$n_e^2(\lambda) = 2{,}3753 + \frac{0{,}01224}{\lambda^2 - 0{,}01667} - 0{,}01516\lambda^2 \tag{19}$$

Korzystając z zależności opisującej współczynniki załamania (19), po podstawieniu ich do równania (23), otrzymujemy wartości kąta $\theta_m$, które spełniają warunek dopasowania fazowego.

Znajomość wartości kąta dopasowania fazowego umożliwia przycięcie kryształu w taki sposób, aby wiązka fundamentalna padała prostopadle do jego powierzchni. Zmniejsza to straty powodowane odbiciem wiązki od powierzchni granicznej.

| Właściwości fizyczne kryształu BBO | | |
|---|---|---|
| Struktura kryształu | Trójkątna, R3c, 3m | |
| Liniowe właściwości optyczne | | |
| Współczynniki załamania dla wybranych długości fal | 1064 nm | no = 1.6545, ne = 1.5392 |
| | 793 nm | no = 1.6608, ne = 1.5446 |
| | 532 nm | no = 1.6742, ne = 1.5547 |
| | 392 nm | no = 1.6939, ne = 1.5685 |
| | 266 nm | no = 1.7585, ne = 1.6126 |

## Literatura:

[1] M. Karpierz, E. Weinert-Rączka, *Nieliniowa Optyka Światłowodowa*, (WNT 2009).

[2] P. Chmela, W*prowadzenie do optyki nieliniowej*, (PWN 1987).

[3] R. W. Boyd, *Nonlinear Optics*, 3rd edition, (Academic Press, New York 2008).

[4] G. I. Stegeman, R. A. Stegeman, *Nonlinear Optics: Phenomena, Materials and Devices*, (John Wiley&Sons, Hoboken, New Jersey 2012).