REZONANS ELEKTRYCZNY Ćwiczenie nr 25

Michał Urbański

1. WPROWADZENIE

Celem ćwiczenia jest badanie zjawiska rezonansu elektrycznego. Eksperyment polegać będzie na pomiarze prądu w szeregowym układzie LRC (indukcyjność, rezystor, kondensator) w funkcji częstotliwości i na wyznaczeniu dobroci układu. Ponieważ natężenie prądu jest funkcją sinusoidalną więc w celu pełnego opisu musimy zmierzyć amplitudę i fazę sygnału. Wynikiem pomiaru powinna więc być zarówno wartość skuteczną prądu jak i kąta fazowego prądu względem napięcia. W opracowaniu należy sprawdzić czy równania teoretyczne opisujące krzywą rezonansową zgadzają się z doświadczeniem oraz czy dobroć wyznaczone kilkoma metodami daje taki sam wynik (w granicach niepewności pomiarowej).

2. DRGANIA HARMONICZNE

W ćwiczeniu pomiary będą wykonywane dla elektrycznego układu rezonansowego RLC (R-rezystancja, L-indukcyjność, C-pojemność elektryczna) jednak w celu wyjaśnienia zjawiska rezonansu rozpatrzymy układ mechaniczny. W celu opisu drgań przyjmuje się szereg założeń upraszczających, podstawą tych założeń jest zapisanie sił działających na drgające ciało w postaci liniowych związków.

Z układami w których obserwuje się zjawisko rezonansu możemy się spotkać w życiu codziennym bardzo często. Przykładem jest samochód, który zawieszony jest na resorach wyposażonych w amortyzatory. Amortyzatory wytwarzają dużą siłę tłumiącą dzięki czemu nie odczuwamy dużych drgać w rezonansie, ale zasada działania takiego układu jest taka sama, jak badanego w tym ćwiczeniu zjawiska rezonansu elektrycznego. Zjawisko rezonansu elektrycznego wykorzystywane jest w każdym odbiorniku radiowym i w tym w każdym telefonie komórkowym.

2.1. Drgania swobodne układu rezonansowego mechanicznego

Założymy, że układ mechaniczny rezonansowy (układ drgający rys. 1) składa się z ciała M o masie m, sprężyny o stałej sprężystości k i elementu tłumiącego zadającego siłę oporu F_l proporcjonalną do prędkości.

Przyjmiemy następujące założenia dotyczące sił działających na ciało M:

1) jeden koniec sprężyny przymocowany jest do nieruchomego podłoża, a do drugiego końca przymocowane jest ciało M o masie m.
2) siła sprężysta F_s, jaką oddziałuje sprężyna na ciało M, liniowo zależy od odkształcenia sprężyny, skierowana jest przeciwnie do kierunku odkształcenia sprężyny:
$$F_s\left(t\right) = -k \cdot x\left(t\right) \tag{1}$$
gdzie k jest stałą sprężystości sprężyny, x jest rozciągnięciem sprężyny i jednocześnie opisuje położenie ciała M względem współrzędnej równowagi sprężyny.
3) siła tłumiąca drgania F_l równa jest sile lepkości. Przedmiot leżący na stole oddziałuje ze stołem za pośrednictwem warstwy smaru i zakłada się, że siła ta zależy liniowo od prędkości:
$$F_t = -\gamma v = -\gamma \frac{dx}{dt} \tag{2}$$
gdzie γ – współczynnik zależący od współczynnika lepkości i pola powierzchni stykających się elementów.

Siła tarcia (lepkiego lub innego) powoduje rozpraszanie energii (zamianę energii mechanicznej na cieplną). Nie można stosować tu wzoru na siłę tarcia typu $F = \mu N$ (N - siła nacisku) ponieważ taka siła tarcia nie zależy od wartości prędkości a jedynie od kierunku wektora prędkości. W układach elektrycznych elementem powodującym straty energii jest rezystancja (w rezystorze energia elektryczna zamieniana jest w ciepło), prawo Ohma oznacza, że napięcie elektryczne (odpowiednik siły mechanicznej) proporcjonalne jest do natężenia prądu (prędkości ładunków) co odpowiada tarciu lepkiemu w którym siła jest proporcjonalna do prędkości.

Drgania swobodne zachodzą, gdy na ciało drgające nie działają siły zewnętrzne zależne od czasu harmonicznie, a jedynie gdy układ w pewnym momencie został odchylony od równowagi. Założymy, ze masa M została przesunięta w chwili $t = 0$ od stanu równowagi o $x(0) = x_0$ przez wstępne rozciągnięcie sprężyny. Układ opisany jest więc równaniem:

$$m\frac{d^2x(t)}{dt^2} = F_t + F_s = -\gamma\frac{dx(t)}{dt} - kx(t) \tag{3}$$

po przekształceniach otrzymujemy równanie różniczkowe, w którym niewiadomą jest funkcja $x(t)$ opisująca zależność od czasu położenia ciała M:

$$m\frac{d^2x(t)}{dt^2} + \gamma\frac{dx(t)}{dt} + kx(t) = 0 \tag{4}$$

Równanie to należy rozwiązać z zadanym warunkiem początkowym $x(0) = x_0$.

Równanie (4) jest liniowym równaniem różniczkowym i jego rozwiązaniem jest funkcja, która nie zmienia swojej postaci przy różniczkowaniu (niezmiennik różniczkowania) czyli funkcja wykładnicza:

$$x(t) = x_0 e^{\lambda t} \tag{5}$$

To proponowane rozwiązanie wstawiamy do równania (4). Po przekształceniach widzimy, że funkcja (5) jest rozwiązaniem równania różniczkowego (4) jeśli spełnione jest równanie:

$$m\lambda^2 + \gamma\lambda + k = 0 \tag{6}$$

Powyższe równania nazywane równaniem charakterystycznym równania różniczkowego. W celu wygodniejszego zapisu rozwiązania wprowadzimy nowe zmienne: $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ i $\Gamma = \frac{\gamma}{m}$ i mamy:

$$\lambda^2 + \Gamma\lambda + \omega_0^2 = 0 \tag{7}$$

Równanie charakterystyczne (7) jest równaniem kwadratowym, którego wyróżnik jest ujemny jeśli $\omega_0^2 > \frac{1}{2}\Gamma^2$, taki przypadek tu będzie rozpatrywany bowiem wtedy zachodzą drgania swobodne (patrz [1])

Rozwiązując równanie (7) ze względu na parametr λ, otrzymujemy (dla drgań swobodnych) dwa zespolone pierwiastki różniące się znakiem części urojonej:

$$\lambda = -\frac{1}{2}\Gamma \pm i\omega_d \tag{8}$$

gdzie $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{\Gamma^2}{2}}$.

Rozwiązanie (5) równania różniczkowego (4) zapiszemy w postaci zespolonej używając zespolonych pierwiastków λ. Zapiszemy to rozwiązanie oznaczając jako x z daszkiem $\hat{x}$:

$$\hat{x}(t) = x_0 e^{\lambda t} = x_0 e^{-\frac{1}{2}\Gamma t} e^{i\omega_d} = A(t) e^{i\omega_d} \tag{9}$$

gdzie: ω_d - częstotliwość drgań, $A(t)$ amplituda drgań zmieniającą się w czasie w sposób wykładniczy:

$$A(t) = x_0 e^{-\frac{1}{2}\Gamma t} \tag{10}$$

Cześć rzeczywista zespolonego rozwiązania $\hat{x}(t)$ opisuje rzeczywistą zależność położenia od czasu:

$$x(t) = Re(\hat{x}(t)) = A(t)\cos(\omega t) = x_0 e^{-\frac{1}{2}\Gamma t}\cos(\omega t) \tag{11}$$

$cos(\omega t)$ uzyskaliśmy jako część rzeczywista funkcji wykładniczej $Re(e^{i\omega t}) = \cos(\omega t)$. Wynik ten nie zależy od znaku przy ω_d w równaniu (8) ponieważ funkcja kosinus jest funkcją symetryczną $(\cos(x) = \cos(-x)$. Dwa pierwiastki równania charakterystycznego (7) opisują te same drgania rzeczywiste, dlatego zazwyczaj zapisuje się jedno rozwiązanie.

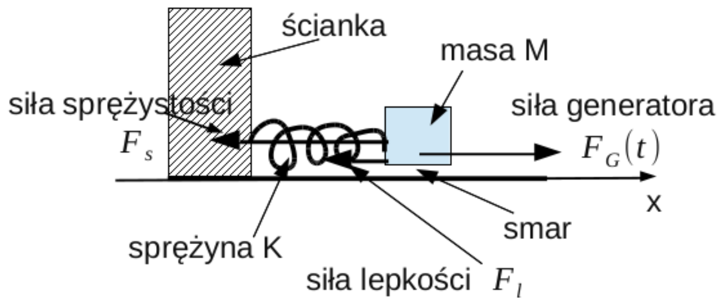
2.2. Drgania harmoniczne wymuszone układu mechanicznego

Rozpatrzmy układ mechaniczny opisany w rozdziale 2.1 składający się z ciała M o masie m, sprężyny K. Założymy ponadto, że na układ działa generator przez siłę $F_G(t)$, zależną od czasu oddziałującą na ciało za pośrednictwem pola (np. elektrycznego). Zakładamy, że siła ta ma postać:

$$F_G(t) = F_0 \cos(\omega t) \tag{12}$$

Taka postać zależności siły od czasu (równanie (12)) wynika z tego, że wszystkie funkcje opisujące drgania mogą być przedstawione jako superpozycja drgań harmonicznych (równanie (12)) o różnej amplitudzie i fazie. W celu badania układów harmonicznych wystarczy więc zbadać zachowanie się układu dla jednej częstotliwości.

Na ciało M działają trzy siły: Siła generatora, siła sprężystości sprężyny i siła oporów lepkich, przedstawia to rys 1.



Rysunek 1. Siły działające w rezonansowym układzie mechanicznym. Ciało M porusza się pod wpływem siły generatora F_G, oddziaływanie ze stołem opisuje siła lepkości F_l, sprężyna działa siłą F_s. Oś x oznacza kierunek drgań

W celu wyznaczenia zależności położenia od czasu musimy rozwiązać równanie Newtona: $F = ma$ Gdzie F jest całkowitą siłą działającą na ciało o masie m. Siła ta jest sumą sił: sprężystej, tarcia oraz siły zewnętrznej wymuszającej ruch:

$$F = F_s + F_l + F_G = kx - \gamma\frac{dx}{dt} + F_G(t) \tag{13}$$

Równanie Newtona po podstawieniu wszystkich sił ma postać:

$$F_G(t) = m\frac{d^2x(t)}{dt^2} + \gamma\frac{dx(t)}{dt} + kx(t) \tag{14}$$

Rozwiązanie równania Newtona (14) dla siły wymuszającej w postaci (12) ma postać drgań harmonicznych:

$$x(t) = A_0\cos(\omega t + \Delta\Phi) \tag{15}$$

gdzie A_0 jest amplitudą drgań a $\Delta\Phi$ jest kątem fazowym (przesunięciem fazowym względem siły). Zarówno amplituda jak i faza są funkcjami częstotliwości.

Wstawiając rozwiązanie (15) do równania (14) dla siły (12) uzyskujemy równanie trygonometryczne, które wynika z tego, że pochodna funkcji sinusa jest kosinusem, a pochodna kosinusa sinusem (z dokładnością do znaku). Rozwiązując to równanie trygonometryczne musimy skorzystać ze wzorów na sinus i kosinus sumy kątów i otrzymamy zależność amplitudy A_0 i fazy $\Delta\Phi$ od częstotliwości (patrz np. [1]).

Dużo prościej jest rozwiązać równanie (14) gdy wykorzystamy zespolony opis, wtedy zamiast $cos(\omega t)$ zapiszemy $e^{i\omega t}$, gdzie i jest jednostką urojoną. Ponieważ $e^{i\omega t} = \cos(\omega t) + i\sin(\omega t)$ więc $\cos(\omega t) = Re(e^{i\omega t})$. Oznacza to, że opis zespolony polega na takim rozszerzeniu opisu rzeczywistego, że opis rzeczywisty jest częścią rzeczywistą opisu zespolonego.

Zapiszemy zależność siły generatora w postaci zespolonej:

$$F_G(t) = F_0e^{i\omega t} \tag{16}$$

Wtedy zamiast równia (12) wstawimy do równania (14) równanie (16) i otrzymamy:

$$F_0e^{i\omega t} = m\frac{d^2x(t)}{dt^2} + \gamma\frac{dx(t)}{dt} + kx(t) \tag{17}$$

Rozwiązanie tego równania ma postać również zespolonych drgań:

$$x(t) = A(\omega)e^{i\omega t} \tag{18}$$

gdzie: $A(\omega)$ jest zespoloną amplitudą.

Po wstawieniu rozwiązanie o postaci (18) do równania (17) otrzymujemy:

$$A(\omega) = \frac{\frac{F_0}{m}}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\Gamma\omega} \tag{19}$$

Amplituda $A(\omega)$ jest liczbą zespoloną, którą zapiszemy w postaci:

$$A(\omega) = A_0(\omega)e^{i\Delta\Phi} \tag{20}$$

gdzie: $\Delta\Phi$ oznacza przesunięcie fazowe a $A_0(\omega)$ jest amplitudą drgań.

Korzystając z właściwości liczb zespolonych otrzymujemy zależność amplitudy i fazy od częstotliwości wymuszenia:

$$A_0(\omega) = \frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + \Gamma^2\omega^2}} \tag{21}$$

i

$$\mathrm{tg}(\Delta\phi) = -\frac{\Gamma\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \tag{22}$$

gdzie: $\Gamma = \frac{\gamma}{m}$ i $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$.

Znak $-$ w równaniu (22) wynika z tego, że wyrażenie $\omega_0^2 - \omega^2 + i\Gamma\omega$ jest w mianowniku.

W ćwiczeniu będą obserwowane drgania elektryczne, opisane są one równaniami analogicznymi (identycznymi z punktu widzenia formy matematycznej). Obserwować będziemy napięcie elektryczne (siła wymuszająca drgania elektryczne) i natężenie prądu - przepływ ładunków elektrycznych. Ponieważ natężenie prądu proporcjonalne jest do prędkości więc potrzebny jest jeszcze wzór na prędkość:

$$v(t) = \frac{d}{d\,t}x(t) \tag{23}$$

po podstawieniu równania (18) mamy:

$$v(t) = i\omega A(\omega)e^{i\omega t} \tag{24}$$

Jak poprzednio prędkość zapiszemy jako:

$$v(t) = V(\omega)e^{i\omega t} \tag{25}$$

Gdzie amplituda zespolona ma postać:

$$V(\omega) = V_0e^{i\Delta\Phi_v} \tag{26}$$

Czyli amplituda prędkości V_0 różni się od amplitudy położenia o czynnik ω:

$$V_0 = A_0\omega = \frac{\frac{F_0}{m}\omega}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + \Gamma^2\omega^2}} \tag{27}$$

Faza Φ_v z powodu czynnika i różni się od fazy Φ o $\frac{\Pi}{2}$:

$$\mathrm{tg}(\Delta\Phi_v) = -\frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\Gamma\omega} \tag{28}$$

Równanie (27) opisuje krzywą rezonansową, która zostanie zmierzona doświadczalnie. Kształt krzywej rezonansowej nie zależy od typu drgań jest taki sam dla drgań elektrycznych jak i mechanicznych, jednak: w sprawozdaniu należy wyprowadzić wzory dla drgań elektrycznych układu szeregowego RLC. Wyprowadzenie równań opisujących drgania elektryczne przedstawione jest w następnym rozdziale.

2.3. Drgania elektryczne

Rozważmy układ złożony z szeregowo połączonych kondensatora C, indukcyjności L i rezystora R i połączonych z generatorem (rys. 3). Z prawa Kirchoffa wynika, że suma napięć równa jest sile elektromotorycznej $\mathcal{E}_G(t)$ generatora w każdej chwili czasu:

$$\mathcal{E}_G(t) = U_C + U_L + U_R \tag{29}$$

gdzie:

1) $\mathcal{E}_G(t)$ - siła elektromotoryczna generatora, będziemy zakładali, że ma postać drgań sinusoidalnych (podobnie jak dla drgań mechanicznych), w postaci zespolonej zapiszemy:
$$\mathcal{E}_G(t) = E_G e^{i\omega t} \tag{30}$$
gdzie E_G - amplituda siły elektromotorycznej generatora.
2) U_C - napięcie na kondensatorze:
$$U_C = \frac{q}{C} \tag{31}$$
gdzie q - ładunek zgromadzony na kondensatorze, C - pojemność elektryczna kondensatora.
3) U_L - napięcie na indukcyjności:
$$U_L = L\frac{dI(t)}{dt} \tag{32}$$
gdzie $I(t)$ natężenie prądu równe:
$$I(t) = \frac{dq}{dt} \tag{33}$$
4) U_R - napięcie na rezystorach:
$$U_R = RI \tag{34}$$

Po podstawieniu napięć z równań (31),(32) i (34) do równania bilansu napięć (29) i podstawiając prąd jako pochodną ładunku (wzór (33) otrzymujemy równanie różniczkowe:

$$E_G e^{i\omega t} = \frac{q}{C} + R\frac{dq(t)}{dt} + L\frac{d^2q(t)}{dt^2} \tag{35}$$

gdzie R - jest rezystancją wszystkich składowych połączonych szeregowo: $R = R_G + R_L + R_V$, gdzie R_G - rezystancja wewnętrzna generatora, R_L - rezystancja uzwojenie cewki (indukcyjności), R_V - rezystancja opornika włączonego szeregowego do układu u służącego do pomiaru natężenia prądu.

Równanie (35) jest analogiczne do równania (14). Równanie (35) można uzyskać z równań (14) wykonując podstawienia:

1) $F_G \to \mathcal{E}_G(t)$
2) $k \to \frac{1}{C}$
3) $m \to L$
4) $\gamma \to R$

Rozwiązanie równania (32), podobnie jak w przypadku drgań mechanicznych ma postać:

$$q(t) = Q_A e^{i\omega t} \tag{36}$$

gdzie Q_A jest amplitudą zespolona drgań o postać:

$$Q_A = Q_0 e^{i\Delta\Phi} \tag{37}$$

po podstawieniu tego rozwiązanie do równania (35) otrzymujemy:

$$Q_A = \frac{E_G}{\frac{1}{C} - \omega^2 L + i\omega R} \tag{38}$$

Interesuje nas natężenie prądu który wyznaczymy jako pochodną ładunku:

$$I = \frac{dq(t)}{dt} = i\omega Q_A e^{i\omega t} \tag{39}$$

Ponieważ chcemy zapisać natężenie prądu w postaci $I = I_A e^{i\omega t}$ wobec tego amplituda zespolona natężenia prądu ma postać:

$$I_A = \frac{i\omega E_G}{\frac{1}{C} - \omega^2 L + i\omega R} = \frac{E_G}{R + i(\omega L - \frac{1}{\omega C})} \tag{40}$$

Równanie można to zapisać w postaci:

$$I_A = \frac{E_G}{Z(\omega)} \tag{41}$$

gdzie Z jest impedancją układu szeregowego R, L, C:

$$Z(\omega) = R + i\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \tag{42}$$

Jeśli wykorzystamy podstawienie:

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \text{ oraz } \Gamma = \frac{R}{L} \tag{43}$$

To uzyskamy równanie analogiczne do :

$$I_A = \frac{\frac{E_G}{L}\omega}{\Gamma\omega + i(\omega^2 - \omega_0^2)} \tag{44}$$

2.4. Dobroć

Dobroć opisuje szybkość zanikania energii drgań własnych (bez wymuszenia). W celu wyznaczania średniej energii układu drgającego zauważmy, że energia jest sumą energii potencjalnej E_p i kinetycznej E_k. Energia potencjalna jest proporcjonalna do kwadratu amplitudy (energia sprężyny odkształconej o x wynosi $E_p = \frac{1}{2}kx^2$ a energia kinetyczna równa jest $E_k = \frac{1}{2}mv^2$. Podczas drgań energia kinetyczna „przemienia się” w potencjalną i na odwrót. Średnia energia w jednym okresie może być wyrażona jako maksymalna energia potencjalna lub maksymalna kinetyczna. Maksymalna energia potencjalna wypada gdy wychylenie $x = A$ (A-amplituda drgań zmieniająca się w czasie zgodnie z (10)). Mamy więc:

$$E(t) = \frac{1}{2}kA^2(t) = \frac{1}{2}kx_0^2e^{-\Gamma t} \tag{45}$$

Równanie (45) można zapisać wprowadzając zmienne energia początkowa drgań $E_0 = \frac{1}{2}kx_0^2$ oraz faza $\phi = \omega_d t$:

$$E(t) = E_0e^{-\Gamma t} = E_0e^{-\frac{\Gamma}{\omega_d}\phi} \tag{46}$$

Wielkość $\frac{\omega_d}{\Gamma}$ nazywamy dobrocią i oznaczamy Q:

$$Q = \frac{\omega_d}{\Gamma} \tag{47}$$

Równanie (46) można zapisać w postaci różniczkowej, po wyznaczaniu pochodnej energii po kącie fazowym ϕ mamy:

$$\frac{dE}{d\phi} = -\frac{1}{Q}E \tag{48}$$

Wzór ten jest odpowiednikiem wzoru $Q = 2\Pi\frac{E_0}{\Delta E}$, gdzie E_0 - energia początkowa, ΔE - ubytek energii w jednym okresie (czyli przy zmianie fazy o 2Π). Wzór ten otrzymamy gdy do wzoru (48) wstawimy $d\phi = 2\Pi$ i $dE = \Delta E$. W przypadku drgań elektrycznych wykorzystujemy równania (43) przy założeniu, że w przybliżeniu $\omega_d \approx \omega_0$:

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} \tag{49}$$

2.4.1. Wyznaczanie dobroci

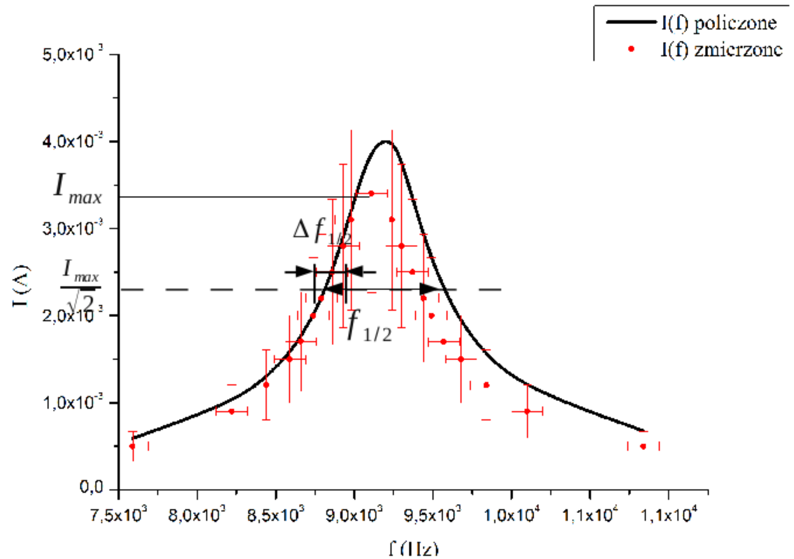
W przypadku drgań elektrycznych współczynnik tłumienia $\Gamma = \frac{L}{R}$

1) z szerokości połówkowej

$$Q = \frac{f_0}{f_{\frac{1}{2}}} \tag{50}$$

2) z przepięcia $Q = \frac{U_{Lmax}}{U_G}$
3) na podstawie teorii : $Q = \frac{\omega_0 L}{R}$

W opracowaniu należy wyznaczyć dobroć trzema metodami (z niepewnością) a następnie porównać czy te trzy metody dają ten sam wynik (w granicach niepewności). Należy opisać dokładnie metodę szacowania niepewności dla tych trzech metod.



Rysunek 2. Wyznaczanie szerokości połówkowej i jej błędu granicznego. Szerokość połówkowa $f_{1/2}$ jest szerokością krzywej rezonansowej na poziomie $\frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$ (I_{max} - wartość maksymalna natężenia prądu). Błąd graniczny $\Delta f_{1/2}$ jest „grubością” krzywej rezonansowej wynikającą ze słupków błędów. Na rysunku zaznaczono $\Delta f_{1/2}$ jako odcinek obejmujący słupki błędów wykresu krzywej rezonansowej.

Szerokość połówkową $f_{\frac{1}{2}}$ wyznacza się z wykresu empirycznej krzywej rezonansowej, niepewność szacowania wynika z błędu pomiaru napięcia. Błąd dobroci wynika z różniczkowania wzoru (50): $\Delta Q = \frac{1}{f_0}\Delta f_{1/2} - \frac{\Delta f_{1/2}}{f_0^2}\Delta f_0$, niepewność dobroci wyznaczamy jako odchylenie standardowe tego wzoru.

Niepewność Δf_0 częstotliwości rezonansowej wyznaczamy jako niepewność złożoną, z błędem aparaturowym (błąd kwantowania miernika) i odchyleniem standardowym z serii danych (6 pomiarów) pomiaru częstotliwości maksimum.

3. POMIARY

Należy wykonać następujące pomiary:

1) zależność od częstotliwości f następujących wielkości:

- prądu I (przez pomiar napięcia na rezystorze $R = 10\Omega$) w funkcji częstotliwości,
- przesunięcia fazowego $\Delta\phi$ w funkcji częstotliwości pomiędzy sygnałem z generatora a napięciem na rezystorze $R = 10\Omega$.

2) napięcia U_L na cewce w rezonansie
3) napięcie generatora U_G bez obciążenia (przy rozłączonym obwodzie rezonansowym).

Wszystkie pomiary należy wykonać dla układu szeregowego, przy jednym ustawieniu napięcia generatora, przy pomocy multimetru V640 i jednym ustawieniu napięcia generatora

Przesunięcie fazowe wyznaczamy mierząc na oscyloskopie czas przesunięcia Δt pomiędzy sygnałami prądu i napięcia oraz okres T. Wtedy $\Delta\phi = 2\Pi\frac{\Delta t}{T}$

Przesunięcie czasowe pomiędzy sygnałami i okres T mierzymy w centymetrach na ekranie oscyloskopu (nie trzeba przeliczać na sekundy, bo współczynnik przeliczenia się skraca) przy ustawieniu takich samych amplitud obu sygnałów (z generatora i cewce). Wyzwalanie ustawić na kanał mierzący sygnał z generatora.

Punktów pomiarowych powinno być ok. 20. Napięcie generatora należy ustawić tak aby w rezonansie napięcie na rezystorze 10Ω wynosiło trochę mniej niż zakres (50mV lub 15mV). Następnie tak dobieramy częstotliwość aby napięcia wynosiły wielokrotność $\frac{1}{10}$ zakresu dla $n = 1, \ldots, 10$ (czyli mierzymy co 5mV na zakresie 50mV lub co 1,5mV na zakresie 15mV), aż osiągniemy maksimum i dalej zwiększamy częstotliwość przy zmniejszającym się napięciu aż dojdziemy do wartości równej $\frac{1}{10}$ zakresu.

4. UKŁAD POMIAROWY

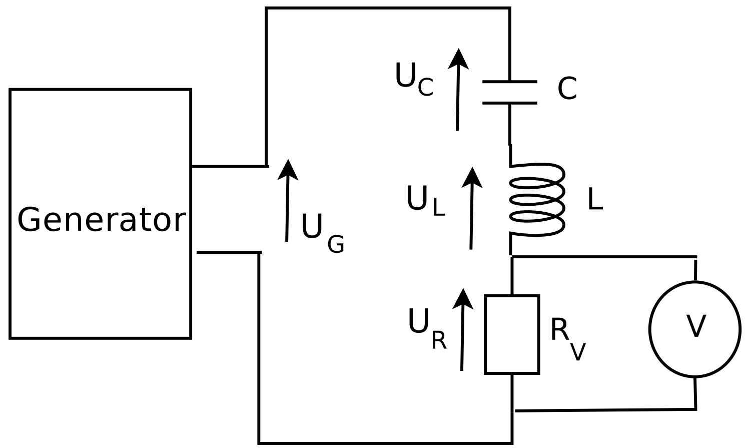
UWAGA Zapisać:

1) dane dotyczące przyrządów pomiarowych, ich klasę i typ,
2) dane dotyczące elementów obwodu (napisy na odwrocie płytki i na elementach): pojemność użytego kondensatora, indukcyjność cewki i jej rezystancję, rezystancję do pomiaru prądu (wartość i klasę dokładności)
3) rezystancje wyjściową generatora,

5. OPRACOWANIE WYNIKÓW POMIARÓW

Należy wykonać następujące wykresy i obliczenia:

1) Na jednym wykresie narysować punkty zmierzone zależności natężenia prądu (wyznaczone jako napięcie U podzielone przez opór R) od częstotliwości f i wykres zależności U(f) wyliczonej teoretycznie z danych elementów obwodu (zamieścić wyprowadzenie wzoru).



Rysunek 3. Układ rezonansowy szeregowy. C - kondensator, L -indukcyjność, R_V - rezystor 10Ω, V - woltomierz (V640)

2) Wykreślić zależność przesunięcia fazy od częstotliwości i porównaj z zależnością teoretyczną (na jednym wykresie). Wyprowadzić wzór opisujący przesunięcie fazowe sygnału prądu względem sygnału napięcia generatora.
3) Wyznaczyć dobroć układu i częstotliwość rezonansową na podstawie danych doświadczalnych trzema sposobami i porównać z wyliczonymi teoretycznie na podstawie danych L, C, RL.
4) Wyprowadź wzór opisujący napięcie na cewce od częstotliwości dla układu szeregowego, wyprowadź wartość maksymalną tego napięcia (w rezonansie), wyjaśnij zjawisko przepięcia i wyprowadź wzór wiążący przepięcie z dobrocią.
5) (punkt opcjonalny) Jeśli zostały wykonane odpowiednie pomiary to należy: wykreślić zależność logarytmu naturalnego amplitudy kolejnych drgań od numeru drgania dla drgań swobodnych oraz prostą regresji otrzymaną metodą najmniejszych kwadratów. Wyznacz logarytmiczny dekrement tłumienia jako nachylenie prostej regresji i na tej podstawie wyznacz dobroć układu drgającego.

Na wszystkich wykresach przedstawić punkty pomiarowe (ze słupkami błędów) oraz linią ciągłą zależność teoretyczną.

LITERATURA

[1] Crawford F.C., Fale
[2] Piekara A., Elektryczność i magnetyzm.
[3] Bobrowski Fizyka